Thèse présentée pour l'obtention du titre du

DOCTEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Spécialité : **Mécanique**

par

Charisis Th. CHATZIGOGOS

Titre de la thèse :

Comportement sismique des fondations superficielles : Vers la prise en compte d'un critère de performance dans la conception

soutenue le 18 Octobre 2007 devant le jury composé de :

Monsieur	Kyriazis PITILAKIS	*Président du jury*
Monsieur	Claude BOUTIN	*Rapporteur*
Monsieur	Didier CLOUTEAU	*Rapporteur*
Madame	Sandra ESCOFFIER	*Examinatrice*
Monsieur	Alain PECKER	*Directeur de thèse*
Monsieur	Jean SALENÇON	*Directeur de thèse*

Avant propos

*Cette thèse a été réalisée au **Laboratoire de Mécanique des Solides** dans le cadre du programme de doctorat de l'École Polytechnique pendant les trois ans entre octobre 2004 et septembre 2007.*

*La thèse a été financée partiellement par une allocation de recherche par **l'École Polytechnique** et partiellement par une bourse issue de **la Fondation « Alexandros S. Onassis »**. Je resterai toujours reconnaissant vers ces institutions pour le soutien qu'elles m'ont offert au début de ma carrière professionnelle.*

*Je tiens à remercier profondément les Professeurs **Alain Pecker** et **Jean Salençon**, pour avoir encadré mes travaux de recherche pendant ces trois ans. J'aimerais surtout exprimer vers eux ma reconnaissance la plus profonde parce qu'ils m'ont guidé et soutenu avec tous les moyens possibles tant au niveau scientifique qu'au niveau personnel et moral. La relation étudiant – professeur que nous avons bâtie avec les Professeurs Pecker et Salençon constitue pour moi le plus grand gain de cette thèse.*

*Je remercie le Professeur **Kyriazis Pitilakis**, pour avoir accepté de présider au jury de cette thèse.*

*Les Professeurs **Claude Boutin** et **Didier Clouteau**, rapporteurs de cette thèse, pour les suggestions qu'ils ont proposées pour son amélioration.*

*La Chercheuse **Sandra Escoffier**, examinatrice de cette thèse, pour les nombreuses remarques qu'elle a apportées et pour son rôle décisif à la planification et exécution des essais en centrifugeuse au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées – Centre de Nantes.*

*Que Messieurs **Jacques Garnier** et **Luc Thorel**, qui m'ont chaleureusement accueilli à la Section de la Centrifugeuse au LCPC – Centre de Nantes, trouvent ici l'expression de mes sentiments reconnaissants.*

*J'aimerais remercier aussi M. **Gérard Rault**, responsable principal pour la conception technique et l'exécution des essais en centrifugeuse, pour le temps et l'énergie qu'il a consacrés sur ce projet et pour avoir répondu à toutes mes questions concernant l'expérimentation en centrifugeuse.*

*J'exprime vivement mes remerciements au Directeur du LMS M. **Bernard Halphen,** au Directeur Adjoint M. **Claude Stolz** et à **tous mes collègues doctorants et chercheurs** du LMS, parce qu'ils m'ont offert un environnement de travail idéal.*

*Finalement j'aimerais remercier ma famille : mes parents **Théodoros** et **Anna** et **surtout mon épouse Lia**, parce que sans sa tendresse infatigable je n'aurais jamais achevé ce travail. Que cette thèse soit dédiée à elle.*

Sommaire

L'objectif de cette thèse est de contribuer à l'étude du comportement sismique des fondations superficielles et d'offrir de nouveaux outils pour le traitement de problèmes pertinents, orientés vers la nouvelle philosophie de conception parasismique des structures : la conception basée sur la performance (« performance-based design »). On a travaillé suivant quatre axes d'approche sur la problématique de la thèse :

a. *Reconnaissance des caractéristiques principales du problème par l'examen de ruptures sismiques de structures réelles.* Cet effort a abouti à la création d'une base de données d'environ 200 structures qui ont subi une rupture par perte de capacité portante au niveau de la fondation.

b. *Approche théorique pour la détermination de la capacité portante sismique d'un système de fondation.* On a traité le problème de la capacité portante sismique d'une semelle circulaire sur un sol purement cohérent hétérogène par l'approche cinématique du Calcul à la Rupture. Les solutions établies nous ont permis de proposer une modification/extension des procédures de conception existantes qui sont incorporées dans les normes de conception parasismique européennes (Eurocode 8).

c. *Approche expérimentale pour la validation de la solution théorique établie.* Une collaboration avec le LCPC – Centre de Nantes a abouti à la planification des trois séances d'essais en centrifugeuse. Les deux premières séances sont incluses dans la thèse et portent sur la détermination de la capacité portante d'une semelle circulaire sur sol cohérent sous chargement quasi-statique.

d. *Développement d'un outil intégré permettant la mise en œuvre d'analyses dynamiques efficaces pour la prise en compte de l'interaction sol-structure non-linéaire au niveau de la fondation.* On a développé un nouveau modèle de macroélément pour le système sol-fondation. Le macroélément est utilisé comme élément de liaison à la base de la superstructure et reproduit les effets non-linéaires qui ont lieu au niveau de la fondation lors d'une sollicitation sismique. Le modèle proposé comporte deux mécanismes en couplage : la plastification du sol et le décollement qui peut se produire sur l'interface sol-structure. L'objectif de cet outil est de permettre d'effectuer de manière efficace un grand nombre d'analyses de structures dynamiques non-linéaires.

L'objectif ultérieur de nos développements est d'enrichir les normes de conception parasismique actuelles et de les orienter vers une philosophie de conception basée sur la performance des structures lors d'un séisme.

Abstract

The objective of this thesis is to contribute to the study of shallow foundations under seismic excitation and to offer new tools for the treatment of related problems in engineering practice, with a particular focus on performance-based design. The undertaken research was organized following four axes of approach:

a. *Identification of the main characteristics of the problem by examining real foundation seismic failure.* This effort led to the creation of a database of approximately 200 structures of all types that suffered a seismic failure at the foundation level.

b. *Theoretical approach for the determination of the seismic bearing capacity of shallow foundations.* The problem of a circular footing on a heterogeneous purely cohesive soil was treated with the kinematic approach of the Yield Design theory. The established solutions suggest a significant extension of the design procedures incorporated in the European earthquake-resistant design norms by introducing three-dimensional footing geometry and soil heterogeneity.

c. *Experimental approach for the validation of the established theoretical results.* A project with the French Central Laboratory of Bridges and Highways (*Laboratoire Central des Ponts et Chaussées*) was undertaken, focusing on the determination of the bearing capacity of the configuration treated in the theoretical approach through centrifuge tests.

d. *Development of a tool for efficient non-linear dynamic soil-structure interaction analyses.* A new macroelement model has been developed comprising two coupled non-linear mechanisms: the irreversible soil behaviour via a bounding surface hypoplastic model and the uplift that may take place in the soil-foundation interface via a phenomenological non-linear elastic model.

The perspective of these contributions is to enrich the existing design norms by orienting them towards the promising performance-based design philosophy.

Table des notations principales

Lettres latines

Notation	Signification	Paragraphe d'apparition
$\underline{a}$	vecteur d'accélération	2.3.5
$a_{\mathrm{h}}, a_{\mathrm{v}}$	accélération horizontale, accélération verticale	2.3.5
A	aire de la semelle	2.5.2
b_c, b_q, b_γ	facteurs d'inclinaison de l'assise rocheuse – (formulation classique de la capacité portante)	2.1.3
B, B'	largeur de la semelle filante, largeur de la semelle filante modifiée	2.1.2
$c, \bar{c}$	cohésion, résistance au cisaillement	2.1.2
C_0	cohésion à la surface du sol	2.5.3
$\underline{\underline{\mathcal{C}}}$	matrice d'amortissement	4.4.1
$d_1, \ldots$	paramètres du modèle de décollement	4.2.5
d_c, d_q, d_γ	facteurs de profondeur d'encastrement – (formulation classique de la capacité portante)	2.1.3
$\underline{\underline{d}}(\underline{x})$	tenseur taux de déformation	2.2.1
D	diamètre de la semelle circulaire	3.1.4
f	fréquence	3.1.4
f_{BS}	surface d'appui (« bounding surface »)	4.2.4
$F_{\mathrm{h}}, \overline{F_{\mathrm{h}}}$	forces volumiques horizontales, forces volumiques horizontales normalisées	2.4.2
$\underline{F}(\underline{x})$	vecteur force volumique	2.2.1

Notation	Signification	Paragraphe d'apparition
g	accélération de la pesanteur	1.2.1
g_c, g_q, g_γ	facteurs d'inclinaison de la surface du sol – (formulation classique de la capacité portante)	2.1.3
G	gradient vertical de cohésion	2.5.3
$G(\underline{x})$	domaine de résistance du matériau	2.1.2
$\mathcal{G}$	module de cisaillement élastique	4.2.5
h, H	épaisseur de la couche de sol, hauteur de la superstructure	2.4.4
$\underline{\underline{\mathcal{H}}}$	module plastique	4.2.4
i_c, i_q, i_γ	facteurs d'inclinaison du chargement – (formulation classique de la capacité portante)	2.1.3
I_a	Intensité d'Arias	4.1.3
$\mathbf{I}(\mathbf{P})$	point image du point $\mathbf{P}$ (modèle de plasticité du macroélément)	4.3.2
J	Moment d'inertie	4.4.2
k	paramètre adimensionnel exprimant le degré d'hétérogénéité du sol	2.5.5
$k_{\mathrm{h}}, k_{\mathrm{v}}$	coefficient sismique horizontal et vertical	2.3.2
K	ensemble des chargements « potentiellement » supportables	2.1.2
$\widetilde{K}_{ij}$	partie réelle de l'impédance de fondation	4.2.3
$\underline{\underline{\mathcal{K}}}$	matrice de rigidité élastique (macroélément)	4.2.3
l	longueur	3.1.4
m	masse	3.1.4
$M, \overline{M}$	moment, moment normalisé	2.1.3
$\underline{\underline{\mathcal{M}}}$	matrice de masse	4.4.1
n	nombre des paramètres de chargement	2.1.2
$\underline{n}(\underline{x})$	vecteur unitaire positif normal sur une surface	2.2.1

Notation	Signification	Paragraphe d'apparition
$\underline{n}_Q$	vecteur unitaire suivant la direction de l'incrément du vecteur des paramètres de chargement généralisés	4.2.4
$N, \overline{N}$	force verticale centrée, force verticale centrée normalisée	2.1.3
$N_{\max}$	force verticale maximale supportée par une fondation	2.5.5
$N_{\max}^0$	force verticale maximale supportée par une fondation lorsque les forces d'inertie dans le sol sont nulles	2.5.5
N_c, N_q, N_γ	facteurs de capacité portante	2.1.2
$p_1, \cdots$	paramètre du modèle de plasticité	4.2.5
$\mathcal{P}_{(e)}\left(\underline{Q}, \underline{\hat{U}}\right)$	puissance virtuelle du chargement $\underline{Q}$ dans le champ de vitesse $\underline{\hat{U}}$	2.2.1
$\mathcal{P}_{\text{rm}}\left(\underline{\hat{U}}\right)$	puissance résistante maximale dans le champ de vitesse virtuel $\hat{U}$	2.2.2
q	surcharge sur la surface du sol	2.1.2
$\underline{q}^{\text{el}}, \underline{q}^{\text{pl}}$	déplacements élastiques (réversibles) et plastiques (irréversibles) de la structure	4.1.4
$\underline{\dot{q}}$	vecteur taux de déformation de la structure	2.2.1
$\dot{q}_N, \dot{q}_V, \dot{q}_M$	paramètres cinématiques généralisés (macroélément)	4.2.1
Q_N, Q_V, Q_M	paramètres de chargement généralisés (macroélément)	4.2.1
$\underline{Q}$	chargement d'un système	2.1.2
$\underline{Q}^\times$	chargements extrêmes d'un système	2.1.2
r ou a	rayon de la semelle circulaire	2.5.3
$\mathbb{R}$	ensemble des nombres réels	2.1.2
s_c, s_q, s_γ	facteurs de forme – (formulation classique de la capacité portante)	2.1.3
S_T	partie du contour d'une structure où l'on fixe les contraintes	2.2.1
S_U	partie du contour d'une structure où l'on fixe les vitesses	2.2.1
t	variable temps	1.2.1
T , T_0	période, période fondamentale	2.4.2

Notation	Signification	Paragraphe d'apparition
$\underline{T}(\underline{x})$	vecteur contrainte sur une surface	2.2.1
U_z	rapport de consolidation	3.2.2
$\underline{u}$	champ de déplacement	1.2.1
$\underline{U}$	champ de vitesse	2.2.1
W	poids propre	1.2.1
$\mathcal{W}$	énergie, travail de force	3.1.4
V_s	vitesse de propagation des ondes de cisaillement	2.4.2
V_{La}	vitesse de l'analogue de Lysmer	4.4.2
$V, \overline{V}$	force horizontale, force horizontale normalisée	2.1.3
x, y, z	coordonnées cartésiennes	2.5.4
x', y', z'	coordonnées curvilignes	2.5.4
$\underline{x}$	vecteur position d'un point dans $\mathbb{R}^3$	2.1.2

Lettres Grecques

Notation	Signification	Paragraphe d'apparition
α	paramètre géométrique de mécanisme virtuel de rupture	2.4.3
γ, γ^*	poids volumique, poids volumique modifié	2.1.2
$\gamma_f, \gamma_{\mathrm{m}}, \gamma_{Rd}$	coefficient partiel du chargement, du matériau et du modèle	2.6.2
$\delta, \varepsilon, \kappa, \lambda, \mu$	paramètres géométriques des mécanismes virtuels de rupture	2.5.4
θ	angle de rotation	3.1.4
$\lambda, \lambda_{\min}$	paramètres du modèle de plasticité (macroélément)	4.2.4
ν	coefficient de Poisson	4.2.5

Notation	Signification	Paragraphe d'apparition
ξ	pourcentage d'amortissement	4.4.2
$\pi(\underline{x},\cdot)$	densité volumique de puissance résistante maximale	2.2.2
$\pi(\underline{x},\underline{n}(\underline{x}),\cdot)$	densité surfacique de puissance résistante maximale	2.2.2
ρ	masse volumique	2.3.5
$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})$	tenseur contrainte	2.1.2
$\Sigma_{\underline{U}}$	surface de discontinuité de vitesse	2.2.1
ϕ,ϕ'_{d}	angle de frottement, angle de frottement drainé	2.1.2
$\hat{\omega}$	vitesse virtuelle de rotation	2.4.3
Ω	domaine dans $\mathbb{R}^3$ définissant la géométrie d'une structure	2.2.1

Symboles

Notation	Signification	Paragraphe d'apparition
$\partial\Omega$	contour de la géométrie d'une structure	2.2.1
$[\![a]\!]$	discontinuité d'une quantité a	2.2.1
$\hat{a}$	quantité virtuelle a	2.2.1

Table des matières

Présentation……...……1

1 Introduction.....5

1.1 Ruptures sismiques des fondations 5

1.1.1 Séismes « historiques » du génie parasismique géotechnique.....5

1.1.2 Description des ruptures sismiques de fondations.....8

1.1.3 Points récapitulatifs.....13

1.2 Conception parasismique des fondations superficielles basée sur les déplacements 15

1.2.1 Le modèle de Newmark (1965) 15

1.3 Méthodes d'interaction dynamique sol-structure.....19

1.3.1 De la source sismique à l'échelle de la structure 19

1.3.2 Les méthodes de sous-structures.....20

1.3.3 Les méthodes directes 22

1.3.4 Les méthodes hybrides et le concept du macroélément pour l'IDSS 22

1.3.5 Résumé.....24

2 Analyse à la rupture 27

2.1 Revue des méthodes de résolution du problème de la capacité portante des fondations superficielles 27

2.1.1 Généralités 27

2.1.2 Méthodes analytiques et numériques. Méthodes mixtes.....28

2.1.3 Méthodes empiriques et expérimentales.....38

2.1.4 Remarques finales.....42

2.2 Résumé de l'approche cinématique du Calcul à la Rupture.....43

2.2.1 Introduction du principe de puissances virtuelles.....43

2.2.2 Introduction de la résistance du matériau constitutif.....45

2.2.3 Mise en oeuvre de l'approche cinématique par l'extérieur.....47

2.3 Semelles filantes : Rappel de résultats existants 49
2.3.1 Introduction 49
2.3.2 Traitement dans le cadre de la formulation classique 49
2.3.3 Surface ultime globale 51
2.3.4 Vérification expérimentale 54
2.3.5 Adaptation aux Normes Européennes 55
2.4 Forces d'inertie dans le sol 60
2.4.1 Création de la sollicitation sismique 60
2.4.2 Description de F_h 60
2.4.3 Valeur critique de F_h 61
2.4.4 Dimensions de la fondation 64
2.5 Capacité portante sismique des fondations circulaires 66
2.5.1 Introduction 66
2.5.2 Capacité portante des semelles circulaires : Rappel des résultats connus 66
2.5.3 Formulation du problème de la capacité portante sismique des fondations circulaires 74
2.5.4 Mécanismes virtuels de rupture 81
2.5.5 Résultats 96
2.6 Coefficients de sécurité 128
2.6.1 Généralités 128
2.6.2 Application à la formulation de la capacité portante sismique 128
2.6.3 Résumé 133
2.7 Outil numérique pour le traitement du problème 134
2.7.1 Généralités 134
2.7.2 Installation 134
2.7.3 Définition de la géométrie 134
2.7.4 Définition du critère de résistance du sol et de l'interface sol-semelle 135
2.7.5 Type de superstructure et de problème 136
2.7.6 Procédure de calcul 137
2.7.7 Résultats 140
2.7.8 Définition du Facteur de Sécurité global (Problèmes *a*.ii et *b*. iii) 141

3 Approche expérimentale 145
3.1 Préparation des essais 145
3.1.1 Besoin d'une approche expérimentale 145
3.1.2 Travaux expérimentaux existants – Définition des objectifs des essais 146
3.1.3 Planification des essais 148
3.1.4 Premiers éléments d'élaboration des essais 148
3.2 Première séance d'essais 151
3.2.1 Description de la configuration testée 151
3.2.2 Présentation des résultats 156
3.3 Deuxième séance d'essais 165
3.3.1 Configurations testées 165
3.3.2 Présentation des résultats 170
3.3.3 Conclusion 181

4 Développement du macroélément 185
4.1 Introduction et état de connaissances 185
4.1.1 Généralités 185
4.1.2 Développements initiaux 185
4.1.3 Les premiers modèles de macroélément 186
4.1.4 Prise en compte du décollement à l'interface sol-fondation 193
4.1.5 Le macroélément de Crémer (2001) 195
4.1.6 Modèles de macroéléments divers 200
4.2 Présentation du modèle de macroélément 207
4.2.1 Cadre général 207
4.2.2 L'idée principale du modèle 208
4.2.3 Non-linéarité géométrique – modèle élastique non-linéaire pour la description du décollement 213
4.2.4 Non-linéarité matérielle – modèle de plasticité 217
4.2.5 Paramètres du modèle. Couplage plasticité - décollement 219
4.3 Mise en oeuvre numérique et comportement en chargement quasi-statique 223
4.3.1 Introduction 223
4.3.2 Mise en œuvre numérique 223

4.3.3 Réponse du modèle sous chargements quasi-statiques monotones et cycliques 228
4.4 Extension aux chargements dynamiques.....241
4.4.1 Éléments introductifs 241
4.4.2 Application numérique.....243
4.4.3 Conclusion.....250

Conclusions et perspectives.....251

Références bibliographiques.....255

ANNEXES.....265
Annexe 1.I.....267
Annexe 2.I.....273
Annexe 2.II.....281
Annexe 2.III.....291
Annexe 2.IV.....295
Annexe 2.V.....311
Annexe 3.I.....315

Liste de Figures

Chapitre 1

Figure 1.1 – (a) Séisme de Lausanne (Suisse) de 1584 et (b) Séisme de Niigata (Japon) de 1964. (Source : NISEE Library, http://nisee.berkeley.edu) 6

Figure 1.2 – Le séisme de Kanto (Japon) de 1923. Grands tassements et rotations au niveau de la fondation de piles de ponts. (Source : NISEE Library, http://nisee.berkeley.edu)..... 6

Figure 1.3 – Les ruptures par perte de capacité portante des fondations du complexe de bâtiments de Kawagichi-Cho, après le séisme de Niigata (Japon, 1964). (Source : NISEE Library, http://nisee.berkeley.edu) 7

Figure 1.4 – Endommagements des structures au niveau de la fondation après le séisme de Guerrero-Michoacán (Mexique, 1985). (Images communiquées par Alain Pecker) 8

Figure 1.5 – Interaction sol-structure pour différents types de fondations : réponse du point A au niveau de la surface du sol (Romo & Auvinet, 1991) 9

Figure 1.6 – Rupture rotationnelle par perte de la capacité portante ; (a) bâtiment de la Ville de Mexico fondé sur pieux flottants après le séisme de Guerrero-Michoacán (Mexique, 1985) et (b) bâtiment de la ville de Adapazari (séisme de Koçaeli (Turquie, 1999). 11

Figure 1.7 – Écrasement des ponts ; (a) à Rio Vizcaya après le séisme de Valle de la Estrella (Costa Rica, 1991) et (b) au fleuve Maipo après le séisme de Llolleo (Chili, 1985), dus aux déplacements différentiels des piles des ponts. 12

Figure 1.8 – Le modèle de Newmark ; (a) bloc rigide sur un support en mouvement et (b) pulsation d'accélération rectangulaire..... 15

Figure 1.9 – Le modèle de Newmark ; réponse de vitesses sur le bloc..... 16

Figure 1.10 – Échelles différentes dans le problème et effet de passage d'une échelle à l'autre...... 19

Figure 1.11 – La décomposition du problème de l'IDSS en interaction cinématique (IC) et interaction inertielle (II) 20

Figure 1.12 – Décomposition de l'II en deux étapes : détermination des impédances dynamiques de la fondation et calcul de la structure reliée aux ressorts qui correspondent aux impédances déterminées.....21

Chapitre 2

Figure 2.1 – Approximation par l'intérieur de la frontière du domaine K 30

Figure 2.2 – Approximation de la frontière du domaine K par l'approche statique par l'extérieur 31

Figure 2.3 – Résultats de « Swipe tests » d'après Martin & Houlsby (2000) 40

Figure 2.4 – Schéma représentant la fondation des pylônes du Pont de Rion – Antirion (Pecker, 2005) 41

Figure 2.5 – Essais CAMUS IV: a) Modèle de structure, b) Mise en place de la fondation (Combescure & Chaudat, 2000) 41

Figure 2.6 – Configuration d'une structure soumise à un chargement général 43

Figure 2.7 – Approche cinématique par l'extérieur du calcul à la rupture 47

Figure 2.8 – Mécanisme de rupture de type « Coulomb » d'après Richards et al. (1993) et Fishman et al. (2003) 50

Figure 2.9 – Réseaux de caractéristiques pour différentes valeurs du coefficient sismique horizontal. 51

Figure 2.10 – Champs de vitesse étudiés par Pecker & Salençon (1991) a) rotationnel/cisaillement avec décollement, b) rotationnel/cisaillement sans décollement ; c) purement rotationnel avec décollement ; d) purement rotationnel sans décollement 52

Figure 2.11– Champs de vitesse pour les semelles rectangulaires : a) avec décollement ; b) sans décollement d'après Paolucci & Pecker (1997a) 53

Figure 2.12 – Champs de vitesse pour les sols frottants ; a) Champ de vitesse unilatéral de type « Prandtl » d'après Dormieux & Pecker (1995) et b) Champ de vitesse rotationnel/cisaillement (Paolucci & Pecker (1997b)). 54

Figure 2.13 – Facteur de réduction de capacité portante comme fonction de la charge verticale statique et des forces d'inertie dans le sol 54

Figure 2.14 – (a) Trace de la surface de charge dans le plan VM d'après Gottardi & Butterfield (1993) et : (b) Approximation de la surface de charge d'après Butterfield & Gottardi (1994). 55

Figure 2.15 – Evolution de déplacements dans un cycle de chargement cyclique (Knappett et al. 2006) ... 56

Figure 2.16 – Reconnaissance de mécanismes théoriques pour des essais sur semelles filantes à la table vibrante (d'après Knappett et al. 2006) 56

Figure 2.17 – Surfaces de charge pour a) sols cohérents et b) sols frottants 57

Figure 2.18 – Mécanisme rotationnel pour l'étude de la valeur critique de F_{h} 62

Figure 2.19 – Erreur induite par l'hypothèse des forces d'inertie uniformes sur la valeur critique de $\overline{F_{\mathrm{h}}}$*, en fonction du rapport* h/H 65

Figure 2.20 – Résultats typiques des tests en centrifugeuse d'après Tani & Craig (1995) ; a) déformation du sol argileux, b) surface du sol 67

Figure 2.21 – Les résultats de Sekiguchi & Kobayashi (1997). a) champ de contrainte sous la semelle et b) diagramme d'interaction entre force verticale centrée et moment. 68

Figure 2.22 – Représentation tridimensionnelle de la fondation « spudcan »..... 68

Figure 2.23 – Champs de vitesse pour l'approche cinématique, inspirés par des résultats par éléments finis d'après Bransby & Randolph (1998).. 69

Figure 2.24 – Maillage typique et surface ultime dans l'espace {N, V, M} d'après Taiebat & Carter (2000, 2002). 70

Figure 2.25 – Surfaces ultimes normalisées des semelles circulaires et filantes pour un spectre des valeurs du gradient de cohésion selon Gouvernec & Randolph (2003). Ligne noire : semelles filantes. Ligne pointillée : semelles circulaires. a) Plan NV, b) Plan NM, c) Plan VM..... 70

Figure 2.26 – « Mécanismes de rupture » utilisés dans Randolph & Puzrin (2003) ; a) mécanisme quasi–symétrique, b) mécanisme purement rotationnel, c) mécanismes rotationnels avec mobilisation de la résistance au cisaillement dans le volume du sol. 71

Figure 2.27 – Vecteurs de déplacement plastique incrémental d'après Martin & Houlsby (2000). 72

Figure 2.28 – Géométrie du système étudié 74

Figure 2.29 – Paramètres de chargement du système étudié..... 75

Figure 2.30 – Convention des signes des paramètres de chargement pour les diagrammes des résultats... 75

Figure 2.31 – Variation de la cohésion en fonction de la profondeur. 76

Figure 2.32 - Matériau de Tresca avec résistance à la traction 76

Figure 2.33 - Matériau de Tresca sans résistance à la traction 77

Figure 2.34 – Interface de Tresca sans résistance à la traction 78

Figure 2.35 – Combinaison des critères dans le plan horizontal directement sous la semelle a) sol avec résistance à la traction, b) sol sans résistance à traction. 78

Figure 2.36 – Paramètres de chargement de directions arbitraires..... 80

Figure 2.37 – Parallélisme des paramètres de chargement..... 80

Figure 2.38 – Structure à un degré de liberté excitée par F_h 81

Figure 2.39 – Définition de mécanismes plans 81

Figure 2.40 – Transformation de coordonnées : a) trajectoires de vitesse rectilignes et b) trajectoires de vitesse circulaires 83

Figure 2.41 – La géométrie du mécanisme translationnel 85

Figure 2.42 – Représentation tridimensionnelle du mécanisme translationnel 85

Figure 2.43 – Champ de vitesse du mécanisme translationnel et transformations de coordonnées pertinentes pour la méthode de Puzrin & Randolph. 86

Figure 2.44 – Géométrie du mécanisme virtuel de pure rotation – Configuration sans décollement 88

Figure 2.45 – Représentation tridimensionnelle du mécanisme virtuel rotationnel sans décollement sous la semelle. 88

Figure 2.46 - Représentation tridimensionnelle du mécanisme virtuel rotationnel avec décollement sous la semelle 89

Figure 2.47 – Champ de vitesse virtuelle du mécanisme rotationnel 89

Figure 2.48 – Mécanismes virtuels bidimensionnels de rotation et cisaillement d'après Salençon & Pecker (1995a, 1995b) 90

Figure 2.49 - Configuration A du mécanisme virtuel de rotation avec cisaillement 92

Figure 2.50 - Représentation tridimensionnelle de la configuration A du mécanisme de rotation avec cisaillement 93

Figure 2.51 - Configuration B du mécanisme virtuel de rotation avec cisaillement 93

Figure 2.52 - Configuration C du mécanisme virtuel de rotation avec cisaillement 94

Figure 2.53 – Champ de vitesse de mécanisme de rotation avec cisaillement 95

Figure 2.54 - Capacité portante statique $N_{\max}^{0}$ *comme fonction de k : Comparaison entre les bornes supérieures établies et les valeurs exactes selon Salençon & Matar (1982).* 117

Figure 2.55 – Diagramme d'interaction N – M, k = 0 : Bornes supérieures optimales et résultats expérimentaux par Houlsby & Martin (1993). 118

Figure 2.56 – Sol avec et sans résistance à la traction. Diagramme d'interaction V – M pour $N = N_{\max}^{0} / 3$ *: (a) sol homogène (k = 0) et (b) sol fortement hétérogène (k = 3).* 119

Figure 2.57 – Sections de la surface ultime dans l'espace des paramètres de chargement normalisés pour différentes valeurs du paramètre k. Sol sans résistance à la traction et $F_h = 0$*: a) Diagramme d'interaction V – N (M = 0), b) Diagramme d'interaction M – N (V = 0).* 121

Figure 2.58 – Sections de la surface ultime dans l'espace des paramètres de chargement normalisés pour différentes valeurs du paramètre k. Sol sans résistance à la traction et $F_h = 0$ *: a) Diagramme d'interaction*

M – V ($N = 1/3\ N^0_{\max}$), b) Diagramme d'interaction M – V ($N = 2/3\ N^0_{\max}$). Les flèches indiquent la variation de la forme de la surface ultime en augmentant k. *121*

Figure 2.59 – Trajet de chargement sismique dans le plan M – V ; a) $N = 1/3\ N^0_{\max}$, b) $N = 2/3\ N^0_{\max}$ *123*

Figure 2.60- Comparaison de l'expression de l'Eurocode 8 adaptée pour les semelles circulaires avec les bornes supérieures établies. Sol homogène sans résistance à la traction ; a) Diagramme d'interaction V-N (M=0), b) M – N (V=0), c) M-V ($N = 1/3\ N^0_{\max}$) et d) M-V ($N = 2/3\ N^0_{\max}$). *124*

Figure 2.61 – Bornes supérieures optimales et expression analytique (Eurocode 8) pour des sols hétérogènes. Semelle circulaire sur sol purement cohérent sans résistance à la traction. Diagramme d'interaction M – V pour ($N = 1/3\ N^0_{\max}$) ; a) k = 1, b) k = 3. ..... *127*

Figure 2.62 – Effet défavorable de la force horizontale V et du moment M pour un chargement radial dans le plan VM *130*

Figure 2.63 – Effet favorable pour faibles valeurs de la force verticale N. *131*

Figure 2.64 – Réduction homothétique de la surface ultime par l'introduction du coefficient partiel unique pour le matériau *131*

Figure 2.65 – Introduction du coefficient partiel du modèle γ_{Rd} *132*

Figure 2.66. Outil informatique « BearingCapacity ». Interface graphique pour la définition des données. *135*

Figure 2.67. Définition de la géométrie de la fondation examinée ; a) semelle rectangulaire, b) semelle circulaire *135*

Figure 2.68. Définition des critères de résistance du sol et de l'interface sol-semelle. *136*

Figure 2.69. Définition du type de superstructure et de problème. Introduction des valeurs nécessaires pour la résolution du problème. *138*

Figure 2.70. Mécanisme rotationnel avec cisaillement pour les semelles rectangulaires ; a) avec décollement, b) sans décollement *138*

Figure 2.71. Mécanisme purement rotationnel pour les semelles rectangulaires ; a) avec décollement, b) sans décollement *139*

Figure 2.72. Le mécanisme tridimensionnel rotationnel avec cisaillement avec une faible zone de décollement entre la semelle et le sol. *139*

Figure 2.73. Le mécanisme tridimensionnel purement rotationnel sans décollement. *140*

Figure 2.74. Table de résultats. *140*

Figure 2.75. Géométrie du mécanisme optimal global. *141*

Figure 2.76. Définition du facteur de sécurité du système global..... 141

Chapitre 3

Figure 3.1 – Configuration testée pendant la première séance des essais 151

Figure 3.2 – (a) Conteneur cylindrique contenant le massif de sol ; (b) Semelles circulaires reposant sur la surface du sol ; (c) Détail des semelles circulaires avec renforcement des bords et rotule métallique..... 152

Figure 3.3 – (a) Servoverin hydraulique pour l'application du chargement ; (b) Capteurs de déplacements pour la mesure des tassements verticaux du sol et des deux semelles. On peut voir le servoverin exactement au dessus du centre de la semelle à gauche. 153

Figure 3.4 – (a) Capteur de pression interstitielle ; (b) Tube contenant de l'eau et liaison hydraulique pour le contrôle de la pression hydrostatique dans le massif ; (c) Flotteur 154

Figure 3.5 – (a) Pénétromètre miniature du LCPC ; (b) Vue obtenue par la camera depuis la salle de contrôle. L'armoire à gauche est utilisé pour le contrôle du servoverin. 155

Figure 3.6 – Résultats des essais pertinents pour la consolidation du sol. Phases des essais : 1. Montée à 40g. 2. Phase de consolidation. 3. Premier essai. 4. Arrêt de la centrifugeuse. 5. Préparation du deuxième essai. 6. Montée à 40g et deuxième phase de consolidation. 7. Deuxième essai. 8. Arrêt de la centrifugeuse. 158

Figure 3.7 – La méthode empirique d'Asaoka pour la détermination du degré de consolidation ; 159

Figure 3.8 – Profils de cohésion déterminés avant les essais de chargement de deux semelles..... 160

Figure 3.9 – Premier essai de chargement de semelle sous force verticale centrée..... 162

Figure 3.10 – Deuxième essai de chargement de semelle sous force verticale centrée..... 163

Figure 3.11 – Configurations testées pendant la deuxième séance d'essais : (a) Lors du premier jour et (b) Lors du deuxième jour. Les flèches indiquent le sens du chargement appliqué..... 165

Figure 3.12 – (a) Conteneur cylindrique et massif de sol. À droite, le servoverin hydraulique pour l'application du chargement horizontal. (b) Superstructure modèle de forme cylindrique. On peut noter les petites pièces métalliques pour l'application du chargement et l'attachement des capteurs ainsi que le trou à la base du cylindre. À droite, la semelle circulaire de la première séance d'essais avec le poids supplémentaire. 167

Figure 3.13 – (a) Pénétromètre hydraulique utilisé pour l'exécution de l'essai sous force verticale centrée (b) Pénétromètre électrique pour la détermination du profil de cohésion du sol. 167

Figure 3.14 – Instrumentation pour les essais de la deuxième séance 168

Figure 3.15 – Deuxième séance d'essais. Résultats pertinents pour la consolidation du sol. 1. Montée à 40g. 2. Phase de consolidation. 3. Problème rencontré – arrêt. 4. Reprise de la phase de consolidation. 5. Premier essai sous force horizontale, essai sous force verticale. 6. Arrêt – préparation du deuxième essai. 7. Deuxième phase de consolidation. 8. Deuxième essai sous force horizontale. 9. Arrêt définitif. *171*

Figure 3.16– Deuxième séance d'essais : La méthode empirique d'Asaoka pour la détermination du rapport de consolidation ; (a) Mesures de tassements avant le premier essai et (b) Mesures de tassements avant le deuxième essai. *172*

Figure 3.17– Profils de cohésion déterminés à la fin des deux phases de consolidation *173*

Figure 3.18 – Essai sous force verticale centrée. (a) Diagramme déplacement vertical – temps, (b) Diagramme force réaction – temps et (c) Diagramme force – déplacement vertical. *174*

Figure 3.19 – Premier essai sous chargement incliné et excentré: (a) Diagramme force horizontale – temps, (b) Diagramme déplacement vertical derrière la semelle – temps, (c) Diagramme déplacements (verticaux et horizontaux) de la superstructure – temps. *176*

Figure 3.20 – Premier essai sous chargement incliné et excentré: (d) Diagramme force horizontale – déplacement horizontal, (e) Diagramme déplacement vertical – force horizontale, (f) Diagramme rotation – moment de renversement. *177*

Figure 3.21 – Deuxième essai sous chargement incliné et excentré: (a) Diagramme force horizontale – temps, (b) Diagramme déplacement vertical derrière la semelle – temps, (c) Diagramme déplacements (verticaux et horizontaux) de la superstructure – temps. *178*

Figure 3.22 – Deuxième essai sous chargement incliné et excentré: (d) Diagramme force horizontale – déplacement horizontal, (e) Diagramme déplacement vertical – force horizontale, (f) Diagramme rotation – moment de renversement. *179*

Chapitre 4

Figure 4.1 – Paramètres de chargement et paramètres cinématiques correspondants dans le modèle de Nova & Montrasio *188*

Figure 4.2 – Surface d'appui et domaine de comportement parfaitement réversible dans le modèle de macroélément de Di Prisco et al. (2003a). *190*

Figure 4.3 – (a) Structure de 4 degrés de liberté pour la mise en œuvre du modèle de Paolucci (1997) et (b) Surface ultime adoptée pour le modèle *192*

Figure 4.4 - Histoire de la force tranchante à la base de la superstructure. Comparaison des résultats obtenus par différentes méthodes, dont le macroélément. *193*

Figure 4.5-Corrélation entre E_{d} *et PGA,* I_a *et* S_a *pour une série d'excitations sismiques.* *193*

Figure 4.6- Sol de type Tresca classique et interface frottante *194*

Figure 4.7- Méthode simplifiée de Wolf pour la prise en compte du décollement. Semelles circulaires sur sols élastiques..... 195

Figure 4.8- Évolution de la surface de charge dans le macroélément de Crémer (2001) : a) Plan $Q_V - Q_N$ *, déplacement du point* P *le long de l'axe* Q_N *et b) Plan* $Q_V - Q_M$ *, écrouissage cinématique et isotrope des ellipses.* 197

Figure 4.9 – (a) Loi d'écoulement non associée dans le macroélément de Crémer (2001) et (b) Définition de la quantité δ 198

Figure 4.10 – Décollement sur sol élastique, Crémer (2001). Comparaison entre relations proposées et résultats obtenus au moyen d'analyses éléments finis : a) Relation $M - \theta$ *et b) Relation* $M - u_z$. 199

Figure 4.11 –Évolution du décollement en fonction de M / N *dans le modèle de Crémer (2001) et couplage plasticité – décollement : a) Espace de paramètres de chargement et b) Relation* $Q_M - \delta$ 201

Figure 4.12 – Généralisation du concept de ressorts de Winker (Houlsby et al., 2005) : (a) Considération de modèles locaux en chaque point de l'interface sol-fondation et (b) Modèle local proposé pour chaque point..... 205

Figure 4.13 – Comportement cyclique d'une semelle filante selon la méthode de ressorts de Winkler généralisés ; (a) Force horizontal – déplacement horizontal, (b) Moment – rotation, (c) Déplacement horizontal – déplacement vertical et (d) Déplacement vertical – rotation..... 206

Figure 4.14 – Courbe force verticale – déplacement vertical (Houlsby et al., 2005)...... 207

Figure 4.15 – Paramètres de chargement et paramètres cinématiques correspondants...... 209

Figure 4.16 – Surface ultime pour un sol élastoplastique de type Tresca associé et une interface parfaitement collée (pas de décollement)...... 212

Figure 4.17 – Structure du macroélément pour sol de type Tresca (élastoplastique associé) avec interface (a) de type Coulomb et (b) de type Tresca sans résistance à la traction. 213

Figure 4.18 – Structure du macroélément proposé..... 214

Figure 4.19 – Surface d'appui pour le modèle hypoplastique incorporé dans la structure du macroélément 219

Figure 4.20 – Structure de l'algorithme pour la résolution régie par les déplacements..... 226

Figure 4.21 – Algorithme pour la résolution du modèle hypoplastique 228

Figure 4.22 – Algorithme de type « cutting plane » dans le cas de violation de la surface d'appui..... 229

Figure 4.23 – Réponse du système sous chargement quasi-statique vertical. (a) Chargement monotone, (b) Chargement – déchargement – rechargement pour $p_1 = 0$, *(c) Chargement – déchargement – rechargement pour* $p_1 = 5$ *et (d) Résultats expérimentaux par Martin & Houlsby (2000).* 232

Figure 4.24 – Comportement du système sous chargement quasi-statique horizontal monotone : (a) Swipe test pour $q_N = 0.03$ *et (b) Swipe test pour* $q_N = 0.01$. *Déplacement horizontal appliqué* $q_V = 0.01$. *233*

Figure 4.25 – Réponse du système sous chargement horizontal cyclique (1 cycle de chargement). Déplacement vertical initialement appliqué $q_N = 0.01$. *(a)* $q_V = \pm 0.005$ *et (b)* $q_V = \pm 0.001$ *234*

Figure 4.26 – Réponse du système sous chargement horizontal cyclique (plusieurs cycles de chargement). Déplacement vertical initialement appliqué $q_N = 0.01$. *(a) Cinq cycles de chargement avec* q_V *qui augmente linéairement et (b) Cinq cycles de chargement avec* $q_V = \pm 0.002$ *maintenu constant.* *235*

Figure 4.27 – Réponse du système sous chargement en rotation : Swipe tests pour (a) $q_N = 0.03$, *(b)* $q_N = 0.01$, *(c)* $q_N = 0.005$ *et (d)* $q_N = 0.0005$. *La rotation appliquée dans la deuxième phase du test est* $q_M = 0.003$ *237*

Figure 4.28 – Réponse du système sous chargement quasi-statique monotone en rotation. Diagrammes $Q_N - q_N$ *et* $Q_M - q_M$ *pour les essais (b) et (d) de la Figure 4.27.* *238*

Figure 4.29 – Réponse du système sous chargement cyclique en rotation. Un seul cycle de rotation est considéré : (a) Comportement sans décollement et (b) Comportement avec décollement. *238*

Figure 4.30 – Réponse du système sous chargement cyclique en rotation. Plusieurs cycles de chargement : (a) Rotation qui augmente progressivement et (b) Rotation constante et effet de couplage plasticité – décollement. *239*

Figure 4.31- Réponse du système sous chargement en rotation et déplacement horizontal. Essai sans décollement. *240*

Figure 4.32- Réponse du système sous chargement en rotation et déplacement horizontal. Essai avec décollement. *241*

Figure 4.33 – Structure simple à quatre degrés de liberté pour l'application du macroélément *243*

Figure 4.34 – Les piles du Viaduc de l'Arc (bureau Greisch) (extrait par Crémer (2001)). *245*

Figure 4.35 – Diagramme d'accélération enregistré lors du séisme du Friuli (Italie, 1976). *247*

Figure 4.36 – Réponse élastique linéaire du système pour l'accélérogramme de Friuli. $a_{\max} = 2.5\left[\mathrm{m/sec^2}\right] = 0.25g$ *248*

Figure 4.37 – Réponse élastique avec décollement du système pour l'accélérogramme de Friuli. $a_{\max} = 2.5\left[\mathrm{m/sec^2}\right] = 0.25g$ *248*

Figure 4.38 – Réponse élastoplastique avec décollement (macroélément) du système pour l'accélérogramme de Friuli. $a_{\max} = 2.5\left[\mathrm{m/sec^2}\right] = 0.25g$ *249*

Figure 4.39 – Réponse purement élastique du système pour l'accélérogramme de Friuli multiplié par un facteur de 4 : $a_{\max} = 1g$ *250*

Figure 4.40 – Réponse élastique avec décollement du système pour l'accélérogramme de Friuli multiplié par un facteur de 4 : $a_{\max} = 1g$ 251

Figure 4.41 – Réponse élastoplastique avec décollement du système pour l'accélérogramme de Friuli multiplié par un facteur de 4 : $a_{\max} = 1g$ 251

Annexes

Figure 2.I-1 - Champ de vitesse virtuel en trajectoires droites et transformation de coordonnées pertinente d'après Puzrin & Randolph (2003a, 2003b)..... 275

Figure 2.I-2 - Champ de vitesse virtuel en trajectoires circulaires et transformation pertinente d'après Puzrin et Randolph (2003a, 2003b). 278

Figure 2.II-1 - La géométrie du mécanisme de Green adaptée à la géométrie d'une semelle circulaire...281

Figure 2.II-2 - Zone 1 du mécanisme de pure translation.....282

Figure 2.II-3 - Zone 2 du mécanisme de pure translation.....284

Figure 2.II-4 - La zone 3 du mécanisme de pure translation.....286

Figure 2.III-1 - Mécanisme purement rotationnel. Configuration sans décollement.....291

Figure 2.IV-1 - Géométrie de la Configuration A du mécanisme de rotation avec cisaillement.....296

Figure 2.IV-2 - Définition des quantités auxiliaires c, α 297

Figure 2.IV-3 - Géométrie de la zone 1 de la région I du mécanisme de rotation avec cisaillement.....297

Figure 2.IV-4 - Géométrie de la zone 2 de la région I du mécanisme de rotation avec cisaillement.....298

Figure 2.IV-5 - Géométrie de la zone 3 de la région I du mécanisme de rotation avec cisaillement.....298

Figure 2.IV-6 - Zone 1 de la région II.....298

Figure 2.IV-7 - Zone 2 de la région II.....299

Figure 2.IV-8 – Zone 3 de la région II.....299

Figure 2.IV-9 - Géométrie de la configuration B du mécanisme de rotation avec cisaillement 304

Figure 2.IV-10 - Géométrie de la Configuration C du mécanisme de rotation avec cisaillement.....307

Figure 2.V-1 - Évaluation du paramètre N_c' *comme fonction du rapport* D/H *selon les solutions par Salençon & Matar (1982)*.....312

Figure 2.V-2 - Évaluation du paramètre μ_c comme fonction des rapports D/H et GD/C_0 selon les solutions par Salençon & Matar (1982).....312

Figure 2.V-3 - Évaluation du paramètre ν comme fonction des rapports D/H et GD/C_0 selon les solutions par Salençon & Matar (1982).....313

Figure 3.I-1 - Contrainte verticale σ_z au dessous d'une pression uniforme de forme circulaire..... 315

Liste de Tableaux

Tableau 2.1 – Valeurs des paramètres numériques utilisés dans l'expression (2.19) 58

Tableau 2.2 – Récapitulation des travaux sur la capacité portante sismique des fondations superficielles filantes 59

Tableau 2.3 –Valeur critique du paramètre $\overline{F_{\mathrm{h}}}$ par rapport aux champs de vitesses pertinents pour semelles filantes sur sols cohérents. 64

Tableau 2.4 - Récapitulation des travaux sur la capacité portante des fondations superficielles circulaires 73

Tableau 2.5 – Valeurs critiques des forces d'inertie F_{h} comme fonction de k et selon les mécanismes virtuels de rupture pertinents pour les semelles circulaires 98

Tableau 2.6 – Symboles utilisés pour désigner les mécanismes virtuels de rupture dans les diagrammes des résultats 99

Tableau 2.7 – Capacité portante statique $N_{\max}^{0}$: Comparaison entre les bornes supérieures établies et les valeurs exactes selon (Salençon & Matar, 1982)..... 116

Tableau 2.8 – Utilisation de l'équation analytique de l'Eurocode 8 : semelles filantes ou circulaires sur sols cohérents homogènes ou hétérogènes. 127

Tableau 3.1 – Traitement expérimental de la capacité portante sismique de fondations superficielles..... 146

Tableau 3.2 – Facteurs de similitude des grandeurs physiques pertinentes pour les essais effectuées..... 149

Tableau 3.3 – Paramètres à suivre et diapositifs expérimentaux..... 155

Tableau 3.4 – Résumé des résultats de la première séance d'essais 164

Tableau 3.5 – Paramètres à suivre et diapositifs expérimentaux - Deuxième séance 169

Tableau 3.6 – Résumé des résultats de la deuxième séance d'essais..... 180

Tableau 3.7 – Chargement d'une semelle circulaire sous force inclinée et excentrée. Comparaison entre les expériences et les solutions théoriques (Eurocode 8 – Bornes Supérieures).....181

Tableau 4.1 – Récapitulatif des travaux principaux sur le macroélément..... 208

Tableau 4.2 – Paramètres numériques du modèle de macroélément proposé..... 224

Tableau 4.3 – Relations d'approximation du modèle de macroélément proposé *224*

Tableau 4.4 – Raideurs statiques et coefficients d'amortissement radiatif d'une semelle circulaire sur un milieu élastique isotrope et homogène *247*

Publications réalisées à partir de la thèse

Journaux avec Comité de lecture

1. **Chatzigogos, C. T., Pecker, A., Salençon, J.,** (2007) *"Seismic bearing capacity of a circular footing on heterogeneous cohesive soil",* Soils and Foundations, Vol. 47, No. 4, pp. 783 – 797.

2. **Chatzigogos, C. T., Pecker, A., Salençon, J.,** "Non-linear soil-structure interaction analyses of shallow foundations with macroelement", Soils and Foundations, Special Volume on Performance-Based Design (Accepted for Publication).

Comptes Rendus de Congrès avec Comité de Lecture

1. **Chatzigogos, C. T., Pecker, A., Salençon, J., (2005)**, "*Upper bound approach for the seismic bearing capacity of foundations*", Marie Curie Conference 2005 "Making Europe more attractive for researchers", 28 – 30 September 2005, Pisa-Livorno, Italy.

2. **Chatzigogos, C. T., Pecker, A., Salençon, J., (2005)**, "*Seismic bearing capacity of circular foundations*", Proceedings of 1st Greece – Japan Workshop on Seismic Design, Observation and Retrofit of Foundations, 11 – 12 October 2005, Athens, Greece, pp. 141-163.

3. **Chatzigogos, C. T., Pecker, A., Salençon, J., (2006), «***Charge limite ultime d'une semelle circulaire sur un sol cohérent »,* Comptes Rendus du Symposium International « Les états limites ultimes des ouvrages géotechniques », 23-25 Août 2006, Paris, pp. 261-272.

4. **Salençon, J., Chatzigogos, C. T., Pecker, A., (2007), «** *Yield design theory applied to the determination of the seismic bearing capacity of surface footings*», Proceedings of the Conference on Nonlinear Analysis and Engineering Mechanics Today, 11 – 14 December 2006, Institute of Applied Mechanics, Hochiminh City, Vietnam.

5. **Chatzigogos, C. T., Pecker, A., Salençon, J., (2007), «***Foundation seismic bearing capacity failure : The case study of circular footings »,* Proceedings of the 16th European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, 24 – 27 September 2007, Madrid.

6. **Chatzigogos, C. T., Pecker, A., Salençon, J., (2007), «** *A macro-element for dynamic soil-structure interaction analyses of shallow foundations* », Proceedings of the 4th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, 28-30 June 2007, Thessaloniki, Greece.

7. **Chatzigogos, C. T., Pecker, A., Salençon, J. (2007), «** *Macroelement modelling of shallow foundations*», Proceedings of the Congress on the Thermo-mechanical Modelling of Solids, 9 – 12 July 2007, École Polytechnique, Palaiseau, France.

Pour les travaux de la thèse et les publications susmentionnées, l'auteur a été honoré par le Prix Trisannuel de l'Association Française du Génie Parasismique pour 2007.

Présentation

Le besoin d'étudier le « ***comportement sismique des fondations superficielles*** » et le désir de progresser « ***vers la prise en compte d'un critère de performance dans leur conception*** », comme il est suggéré par le titre de cette thèse, forment un sujet de recherche d'intérêt qui n'est pas uniquement académique. C'est la « pratique quotidienne » des ingénieurs qui a motivé cette thèse et c'est à cette même pratique que le résultat de ce travail doit éventuellement retourner.

La prédiction de la réponse sismique des fondations se pose comme un problème courant dans le domaine du génie civil et parasismique et la raison n'est autre que le grand nombre de dommages signalés au niveau de la fondation de structures de génie civil, en particulier lors de séismes très récents. La philosophie de conception basée sur le calcul des déplacements permanents (***displacement-based design***) et sur l'établissement d'une série de critères de performance de la structure (***performance-based design***), semble constituer le chemin à suivre pour concevoir des systèmes de fondations plus performantes contre l'action des sollicitations sismiques.

Le présent travail vise à contribuer à la poursuite de cette démarche. La thèse s'inscrit dans le cadre de recherche qui a commencé au sein du Laboratoire de Mécanique des Solides, essentiellement après le séisme de Guerrero – Michoacán (Mexique, 19 Septembre 1985). Après ce séisme, plusieurs ***milliers*** de bâtiments dans la Ville de Mexico ont été fortement endommagés au niveau de la fondation. La problématique autour de ces dommages particulièrement étendus a conduit à l'étude de la capacité portante sismique des fondations superficielles et à un effort d'évaluation des déplacements résiduels au niveau de la fondation, concrétisé notamment par le développement du concept du ***macroélément***.

La thèse est divisée en quatre chapitres.

Le premier chapitre est consacré à une présentation générale de la problématique. Nous commençons par une description qualitative des ruptures de fondations observées sur site. Une base de données y est constituée concernant les structures qui ont subi une rupture sismique au niveau de la fondation. Nous insistons notamment sur le fait que les ruptures sismiques sont mises en évidence par des déplacements et des rotations excessifs au niveau de la fondation. Ainsi, on est amené à la méthodologie de conception basée sur les déplacements où l'on tente de mettre à profit l'apparition des déplacements résiduels pour une conception plus performante de la structure. Les éléments nécessaires pour la mise en œuvre de cette méthode de conception sont d'une part, la prise en compte de phénomènes non-linéaires qui causent l'apparition des déplacements résiduels et, d'autre part, l'évaluation de l'interaction dynamique sol-structure (IDSS) qui conduit à la détermination précise des réponses du sol et de la structure. Après un bref exposé des méthodes principales pour l'évaluation de l'IDSS, nous introduisons le concept du macroélément. Le macroélément est un élément de liaison entre la structure et le système sol-fondation permettant la prise en compte des non-linéarités et irréversibilités au niveau de la fondation dans une analyse d'IDSS. Le développement du macroélément est abordé au chapitre 4.

Le deuxième chapitre traite le problème de la capacité portante sismique des fondations superficielles, étape essentielle dans la procédure de développement du macroélément. Nous étendons les solutions disponibles pour la capacité portante sismique des fondations au cas d'une semelle circulaire reposant à la surface d'un sol purement cohérent hétérogène. Ainsi, les résultats présentés ici, combinés avec les résultats déjà disponibles pour les semelles filantes, couvrent les deux formes géométriques « extrêmes » (*semelle filante – semelle circulaire*) pour les fondations superficielles. La sélection d'un sol purement cohérent est conforme aux observations sur site : ce sont les argiles molles et les sables en comportement non drainé qui sont principalement touchés par un dépassement de portance lors d'un séisme. Le problème est traité par l'approche cinématique du Calcul à la Rupture. Nous y utilisons une méthode analytique récente, pour le traitement de champs de vitesse virtuelle tridimensionnels. La capacité portante est présentée sous la forme de surfaces tracées dans l'espace de paramètres de chargement du système ; les paramètres de chargement considérés sont les forces résultantes agissant sur la semelle ainsi que les forces d'inertie dans le volume de sol lors de la sollicitation sismique.

Le troisième chapitre présente une série d'expériences sur modèle réduit ayant comme objectif la détermination de la capacité portante d'une semelle circulaire sur un sol purement cohérent. Les essais ont été effectués dans la Centrifugeuse du LCPC – Centre de Nantes. Deux séances d'essais ont été exécutés[1] : la première portait sur la capacité portante de la semelle sous une force verticale centrée. La deuxième était consacrée à la détermination de la capacité portante sous une force inclinée et excentrée. Les essais visent à fournir des résultats utiles pour la validation de la solution théorique établie.

Finalement, ***le quatrième chapitre*** présente le développement du macroélément pour l'interaction dynamique sol – structure. Nous donnons d'abord un bref exposé des travaux existants sur le concept du macroélément. Ensuite, nous présentons les principes de développement suivis. Le macroélément est muni d'une loi de comportement écrite en termes de forces et de déplacements généralisés de la fondation. La partie linéaire de cette loi est reproduite par les impédances dynamiques de la fondation. La partie non linéaire comporte deux mécanismes. Le premier, d'origine matérielle, est dû au comportement irréversible du sol de fondation. Ce mécanisme est décrit par un modèle de plasticité : nous adoptons un modèle appartenant à la famille des modèles hypoplastiques, particulièrement adaptés pour la description du comportement sous chargement cyclique. Un élément novateur par rapport aux modèles précédents pour le macroélément est que la surface de charge pour le modèle de plasticité est considérée indépendamment des surfaces des charges ultimes établies au Chapitre 2. Le deuxième mécanisme, d'origine géométrique, est dû aux conditions de contact unilatéral sur l'interface sol-fondation permettant le décollement de la fondation. Ce mécanisme est parfaitement réversible : il est décrit par un modèle d'élasticité non-linéaire qui tente de reproduire, de manière phénoménologique, la réduction de la rigidité de la fondation due au décollement. Le macroélément est finalement validé par sa mise en oeuvre dans des cas d'IDSS de structures réelles simples.

[1] Une troisième séance est déjà planifiée et porte sur la reproduction d'une vraie rupture sismique au niveau de la fondation d'une structure en laboratoire. Le séisme sera simulé en vol par l'utilisation d'une table vibrante installée dans la nacelle de la centrifugeuse.

Chapitre 1

Introduction

En bref…

Ce premier chapitre constitue une introduction à la problématique de la thèse et décrit le cadre général dans lequel ce travail est situé. Il est divisé en trois parties. La première expose la motivation qui a conduit à la réalisation de cette recherche. Le besoin d'étudier le comportement sismique des fondations superficielles trouve son origine dans l'observation du grand nombre de structures qui ont subi un endommagement significatif de leur système de fondation lors d'un séisme. À partir de nombreux exemples de ruptures au niveau de la fondation, on essaie de classifier les types de dommages rencontrés et de décrire leurs caractéristiques principales. Quels sont les systèmes de fondation les plus vulnérables ? Quels sont les types de sols concernés ? Quelles sont les conséquences d'une rupture de fondation sur le comportement global de la structure ? Ce sont les questions auxquelles on tente de répondre.

La deuxième partie est consacrée à une brève description de la philosophie émergente de conception parasismique des structures et de son application dans le cas des fondations superficielles. Il s'agit de la conception basée sur l'évaluation de déplacements résiduels de la structure après le séisme, désignée par la terminologie « displacement – based design ». L'idée directrice de cette méthode de conception est que l'on permet le développement de déplacements permanents au niveau de la fondation à condition qu'ils restent inférieurs à une limite prescrite. En se référant au modèle classique de Newmark, l'action dynamique appliquée sur la structure pendant un séisme dépasse pendant quelques instants la « résistance » de la structure et des déplacements résiduels sont produits. Ainsi, on peut procéder à un dimensionnement de la structure beaucoup plus économique, mais, en revanche, on est obligé d'avoir une méthode précise pour l'évaluation des déplacements induits. Du point de vue théorique, on doit introduire dans la description du problème les non-linéarités qui entraînent l'apparition des déplacements résiduels. L'étape suivante est alors la définition des limites pour les déplacements, qui vont garantir la sécurité et la fonctionnalité de la structure après le séisme. C'est ce que l'on appelle « performance – based design ».

Finalement, dans la troisième partie on donne un bref exposé de la théorie de l'interaction dynamique sol – structure (IDSS) : c'est la théorie qui permet de traiter de manière efficace le problème complexe de l'interaction entre le sol et la superstructure et de déterminer leurs réponses sous l'action d'une sollicitation sismique donnée. La présentation des méthodes principales pour l'évaluation de l'IDSS, nous amène à l'introduction du concept du « macroélément » dont le développement est l'objectif principal de cette thèse. La comparaison

du macroélément avec les autres méthodes d'IDSS met en évidence ses particularités en permettant de souligner ses avantages et d'envisager les étapes à suivre pour son développement. Ce sont effectivement ces étapes qui fournissent le fil de l'exposé aux chapitres suivants.

1 Introduction

1.1 Ruptures sismiques des fondations

La fondation est la partie d'une structure qui garantit le transfert en sécurité des charges de la structure au sol. Habituellement cachés en sous sol (et fréquemment inaccessibles ou simplement négligés lors des inspections après un séisme), les systèmes de fondation sont aussi soumis à l'action des sollicitations sismiques et ils sont endommagés avec des conséquences parfois très graves pour la structure. La première question qui se pose dans l'étude du comportement sismique des fondations est alors : quels sont les caractéristiques d'une rupture sismique au niveau de la fondation ?

Le premier objectif de cette étude a porté donc sur deux aspects :

i. ***Créer une base de données contenant des structures spécifiques endommagées au niveau de leur fondation lors d'un séisme.*** Les séismes les plus importants des dernières décennies ont été examinés et une recherche bibliographique a été effectuée comportant : des rapports et des comptes rendus de missions d'inspection après grands séismes, des articles (journaux – congrès) et des volumes spéciaux consacrés à quelques grands séismes récents, des données disponibles sur le web *etc*. La base de données créée comporte des informations sur le type de la structure endommagée et sa fondation, sur les caractéristiques du sol et du séisme ainsi qu'une description qualitative et, si possible, quantitative de la rupture (déplacements et rotations permanents *etc*.). Le contenu de ce paragraphe est le fruit de l'examen critique de la base de données créée.

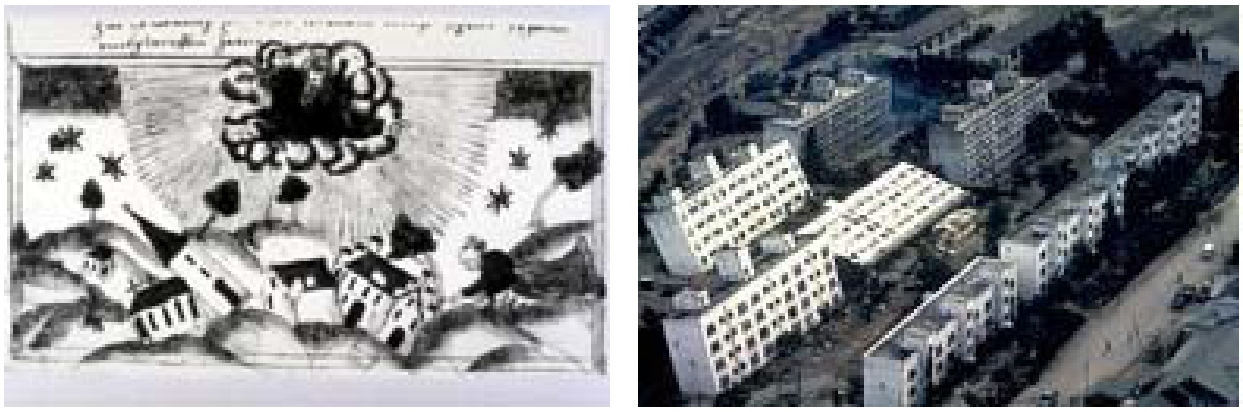
ii. ***Décrire les types possibles d'endommagement sismique des structures au niveau de la fondation.*** L'accent a été mis sur les endommagements dus à une perte de la capacité portante au niveau de la fondation, alors que les cas de phénomènes de grande échelle (liquéfaction, glissement de terrain, rupture de failles) ont été écartés.

La liquéfaction et le ***dépassement de la capacité portante*** ont été identifiés comme les deux mécanismes principaux pour les ruptures sismiques de fondations. Même s'il s'agit de mécanismes essentiellement inséparables en réalité, on a décidé d'insister sur le deuxième qui est le mécanisme le plus pertinent pour les développements subséquents de cette thèse.

1.1.1 Séismes « historiques » du génie parasismique géotechnique

Tant du point de vue de pertes de vies humaines que de l'impact sur les ressources, quelques séismes se trouvent parmi les désastres naturels les plus calamiteux de l'histoire de l'humanité. L'effet dommageable des séismes sur tous les types de structures de génie civil a été très tôt reconnu, même en relation avec le comportement des fondations des structures. Sur la Figure 1.1(a), une gravure ancienne représente les conséquences dévastatrices du séisme de Lausanne (Suisse) de 1584. Il est frappant que le peintre de l'époque représente les bâtiments de Lausanne intacts, mais mettant en évidence une énorme rotation au niveau de la fondation. De plus, le sol apparaît comme ayant subi une rupture à grande échelle. Des images semblables ont été

répertoriées 280 ans plus tard, après le séisme de Niigata (Japon) de 1964, comme cela est présenté sur la Figure 1.1(b). Même si ces ruptures étaient dues à la liquéfaction du sol, elles mettent en évidence les caractéristiques principales d'une rupture sismique en fondation : grands tassements et rotations permanents et intégrité structurale relativement élevée.



(a) (b)

Figure 1.1 – (a) *Séisme de Lausanne (Suisse) de 1584 et* (b) *Séisme de Niigata (Japon) de 1964.* (*Source : NISEE Library, http://nisee.berkeley.edu*)

Les séismes de San Francisco (États-Unis) de 1906 et de Kanto (Japon) de 1923

Les séismes qui ont donné la première motivation pour une étude systématique du comportement des structures de génie civil sous sollicitations sismiques, ont été les séismes de San Francisco (Etats-Unis) de 1906 et de Kanto (Japon) de 1923. Du point de vue géotechnique, après le séisme de Kanto, un grand nombre de ruptures de ponts a été observé. Ces ruptures étaient dues aux grands déplacements verticaux et aux rotations permanentes au niveau de la fondation des piles des ponts, conduisant à une rupture générale du système structural entier, comme présenté sur la Figure 1.2. Après les séismes de San Fransisco et de Kanto, les premières normes pour la conception parasismique (géotechnique et structurale) des ouvrages ont été introduites.

Figure 1.2 – Le séisme de Kanto (Japon) de 1923. Grands tassements et rotations au niveau de la fondation de piles de ponts. (*Source : NISEE Library, http://nisee.berkeley.edu*)

Le séisme de Niigata (Japon) de 1964

Presque 40 ans après le séisme de Kanto, un autre séisme au Japon a été un facteur déclenchant de l'étude systématique du phénomène de ***liquéfaction*** des sols et de ses conséquences sur la réponse des fondations des structures. Pendant le séisme du 16 Juin 1964, de nombreux bâtiments de la ville de Niigata (Japon) ont subi des ruptures à grande échelle dues à la perte de capacité portante de leurs sols de fondation. Plusieurs structures ont présenté des tassements de l'ordre de 1m accompagnés par de grandes rotations permanentes. La rotation permanente d'un bâtiment à Kawagichi-Cho a même été 80° degrés. Plusieurs structures voisines ont subi une rotation un peu moins grande. Les ruptures des bâtiments de l'ensemble de Kawagichi-Cho sont présentées sur la Figure 1.1(b) et la Figure ***1.3***. Le pont de Showa a subi une rupture totale due aux déplacements horizontaux de ses fondations (Seed & Idriss, 1967).

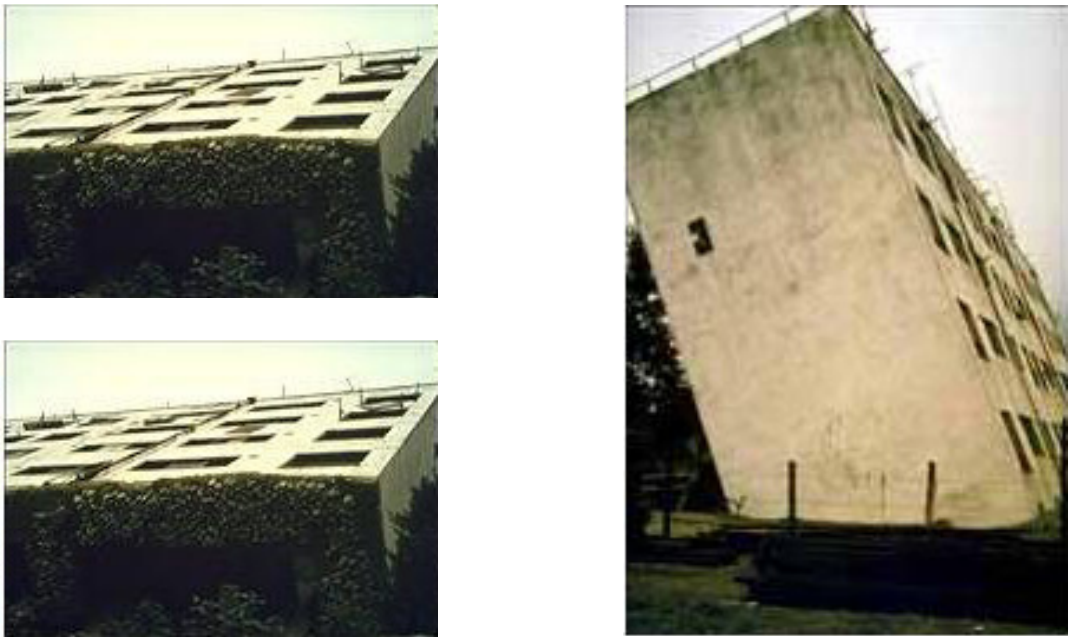


Figure 1.3 – Les ruptures par perte de capacité portante des fondations du complexe de bâtiments de Kawagichi-Cho, après le séisme de Niigata (Japon, 1964). (*Source : NISEE Library, http://nisee.berkeley.edu*)

Plusieurs événements sismiques, postérieurs au séisme de Niigata, ont enrichi nos connaissances sur la liquéfaction et sur ses conséquences négatives pour la capacité portante des fondations. Parmi eux, on cite les séismes de : San Fernando (Etats-Unis, 1971), Miyagiken-Oki (Japon, 1978), Loma Prieta (Etats-Unis. 1989), Luzon (Philippines, 1990), Kobe (Japon, 1995), Koçaeli (Turquie, 1999) *etc.*

Le séisme de Guerrero-Michoacán (Mexique) de 1985

Alors que le phénomène de la liquéfaction a été soigneusement étudié après 1964 (à un tel degré qu'il y a eu une tendance à associer tout cas de grands tassements et rotations avec la présence potentielle de liquéfaction), le séisme de Guerrero-Michoacán (Mexique, 1985) a révélé plusieurs cas de rupture de fondations dues à des raisons autres que la liquéfaction. Dans la Ville de Mexico,

après l'événement de 1985, 13% des dommages subis par les structures ont été attribués à un comportement insatisfaisant du système de fondation. Dans plusieurs cas, de grands tassements de l'ordre de 1m et de grandes rotations ont fait penser à une rupture générale du sol en cisaillement. De plus, 13.5% de tous les bâtiments de 9 à 12 étages (principalement fondés sur des pieux flottants) ont été endommagés sévèrement (Pecker *et al*., 1996, Romo & Auvinet, 1991). Une autre constatation importante portait sur le fait que 40% de toutes les structures endommagées ont mis en évidence des ruptures d'un ou plusieurs de leurs étages supérieurs. Une telle distribution des ruptures a été attribuée au mouvement oscillant et à l'impact subséquent des superstructures adjacentes (Mendoza & Auvinet, 1988). Après le séisme de Guerrero-Michoacán, l'intérêt s'est porté sur l'étude de la capacité portante sismique des fondations superficielles et profondes.

Figure 1.4 – Endommagements des structures au niveau de la fondation après le séisme de Guerrero-Michoacán (Mexique, 1985). (*Images communiquées par Alain Pecker*)

1.1.2 Description des ruptures sismiques de fondations

Ruptures sismiques de fondations : Susceptibilité des sols

La première question qui se pose dans un effort d'identification et de classification des ruptures sismiques de fondations est : quels sont les sols où les ruptures se sont produites ? Théoriquement, une rupture au niveau de la fondation pourrait avoir lieu indépendamment des caractéristiques du sol à cause, par exemple, d'une conception inadéquate de la fondation. Néanmoins la grande majorité des ruptures sismiques de fondations répertoriées dans la littérature sont survenues dans des sols généralement faibles comme les sols argileux mous, les sols limoneux, les sables de faible densité *etc*.

Susceptibilité du point de vue du potentiel de liquéfaction et de l'amplification de l'excitation sismique. Il est généralement reconnu (sans que cela ne soit une règle absolue), que les sols mous tendent à amplifier la réponse sismique des terrains et par conséquent, conduisent à des endommagements potentiels plus sévères des superstructures et des fondations. Par exemple, les conditions locales de site et d'horizon phréatique ont joué un rôle primordial dans la ville de Kirovakan lors du séisme extrêmement mortel de Spitak (Arménie, 1988). La majorité des bâtiments endommagés étaient concentrés dans une région qui avait été auparavant un marais (*Eartquake Spectra*, **5**, S1). Un autre exemple très parlant est le cas du séisme de Guerrero-Michoacán (Mexique, 1985) pendant lequel la Ville de Mexico, construite sur un large bassin sédimentaire de sol mou, a été fortement endommagée malgré le fait que l'épicentre du séisme

était positionné à une distance de 380km au Nord-Ouest de la ville (*Earthquake Spectra*, **4**, S3-S4). On peut généralement attendre des ruptures de fondations dans :

1. des couches de forte épaisseur de sols mous,
2. des sols qui mettent en évidence une capacité portante faible,
3. des sols qui sont susceptibles de se liquéfier,
4. des sols qui possèdent un horizon phréatique élevé.

Susceptibilité du point de vue de la résonance du système sol – superstructure. Un second aspect concernant la susceptibilité d'une couche de sol vis-à-vis d'une rupture potentielle, provient de la relation entre la fréquence naturelle de la couche et la fréquence naturelle de la superstructure. Lors du séisme de Guerrero-Michoacán (Mexique, 1985), la plupart des structures endommagées au niveau de la fondation ont été trouvées dans la partie ouest de la ville. Le phénomène a été expliqué en observant que dans cette partie de la ville, la majorité des bâtiments (de 9 à 12 étages) mettaient en évidence une fréquence naturelle voisine de la fréquence naturelle de la couche de sol de fondation. Des études après le séisme, ont révélé que, pour des fréquences naturelles basses (sols mous), la fréquence naturelle de la couche de sol de fondation n'est pas affectée considérablement par la présence de la structure quel que soit le type de fondation utilisé (Romo & Auvinet, 1991). Ainsi, la résonance potentielle d'une superstructure élancée sur une couche de sol mou peut entraîner une sollicitation très forte sur la structure et la fondation et par conséquent il convient, si possible, de l'éviter. Les remarques précédentes sont explicitées sur la Figure 1.5.

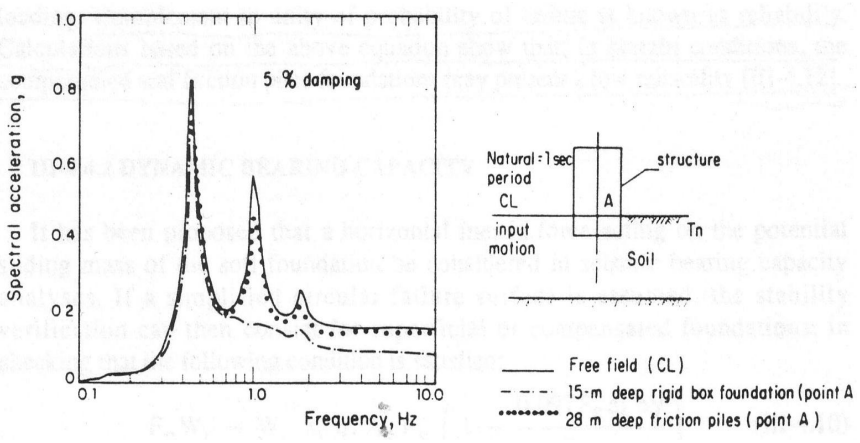


Figure 1.5 – Interaction sol-structure pour différents types de fondations : réponse du point A au niveau de la surface du sol (Romo & Auvinet, 1991)

On peut conclure que la rigidité de la superstructure et de la fondation doivent toujours être considérées par rapport à la fréquence naturelle de la couche du sol de fondation.

Description de la sollicitation au niveau de la fondation

Afin de classifier et de mieux comprendre les types de ruptures sismiques des fondations, on présente une description simplifiée des caractéristiques des sollicitations qui se développent au niveau de la fondation lors des chargements statiques et sismiques.

En ce qui concerne les chargements statiques, les efforts actifs au niveau de la fondation tirent leur origine de la superstructure. Dans la pratique, et en se référant aux fondations superficielles, ces efforts peuvent être décrits par les forces verticale et horizontale résultantes (N, V) et par le moment résultant (M) à l'interface sol-structure. La stabilité de la fondation est assurée au moyen de l'inégalité symbolique fondamentale du système :

$$\text{Actions} \leq \text{Résistance} \tag{1.1}$$

L'action des efforts N, V, M contribue à la partie gauche de (1.1). La partie droite de (1.1) dépend des caractéristiques de résistance du sol et l'on suppose qu'elles sont indépendants des actions. Par conséquent, la seule façon de violer la relation (1.1) est par l'augmentation de la partie gauche.

Dans le cas de chargements sismiques, le système superstructure - sol - fondation est sollicité par l'incidence des ondes sismiques. L'excitation de la masse du sol ajoute dans la partie gauche de (1.1) l'action des forces d'inertie dans le sol en même temps que la réponse inertielle de la superstructure (à travers l'interaction sol-structure) modifie les efforts résultants N, V, M, qui sont exercées sur la fondation. Cela conduit à une augmentation de l'effet des Actions dans (1.1). En outre, contrairement aux chargements statiques, une sollicitation sismique affecte aussi la partie droite de (1.1). Ainsi, pour les sols cohérents, l'action des cycles de chargement d'un séisme peut entraîner une dégradation de la résistance au cisaillement non drainée ; pour les sols granulaires, l'augmentation de la pression interstitielle entraîne une réduction de la résistance, qui peut amener le sol jusqu'à une perte totale de sa capacité de résistance : c'est le phénomène de la liquéfaction. On en conclut que, lors d'un chargement sismique, il est possible d'avoir une rupture au niveau de la fondation en violant (1.1) par une augmentation de l'effet des Actions ***combinée*** à une diminution de l'effet de la Résistance dans (1.1). C'est là une différence essentielle par rapport aux chargements statiques.

Dans le cadre de cette thèse, on ne traitera pas le problème de la liquéfaction. Dans la pratique de conception d'un ouvrage, le risque de liquéfaction est initialement étudié et une fois exclu, on effectue la conception de la fondation est effectuée. On s'intéressera donc à la conception elle-même du système de fondation ; parallèlement, on n'envisagera que le cas des fondations superficielles ; cependant, plusieurs de nos conclusions seront valables pour les systèmes de fondations profondes.

Description du mécanisme de la rupture sismique des fondations superficielles

Des observations sur site après le séisme de Guerrero-Michoacán (Mexique, 1985) ont montré que la majorité des structures endommagées au niveau de la fondation, ont présenté un mécanisme de rupture en ***rotation avec décollement à l'interface sol-fondation***. Cela apparaît clairement sur la Figure 1.6(a) montrant un bâtiment qui a totalement basculé, ce qui implique de forts moments à l'interface sol-structure lors de la rupture. De plus, il a été reconnu que la majorité des ruptures sismiques de fondations dans la Ville de Mexico, concernaient des structures dont la fondation était fortement chargée même avant le séisme (conditions statiques). Il s'agissait de bâtiments pour lesquels une conception inadéquate des fondations, des changements de destination entraînant une augmentation du poids du bâtiment, des sous-sols inondés *etc.*, ont été mis en évidence après le séisme. Les pressions verticales élevées sur la fondation, combinées avec l'effet des forces horizontales et des moments sismiques, ont accéléré l'apparition des déformations plastiques dans le sol et ont produit finalement de grands tassements et des rotations permanentes (Romo & Auvinet, 1991, Pecker *et al.*, 1996). Le même type de rupture a été répertorié aussi après des

séismes plus récents, comme par exemple dans la ville de Adapazari après le séisme de Koçaeli (Turquie, 1999), (*cf.* Figure 1.6(b)). Sur la même figure on peut clairement observer le décollement sur l'interface sol – fondation.

(a) (b)

Figure 1.6 – Rupture rotationnelle par perte de la capacité portante ; (a) *bâtiment de la Ville de Mexico fondé sur pieux flottants après le séisme de Guerrero-Michoacán (Mexique, 1985) et* (b) *bâtiment de la ville de Adapazari (séisme de Koçaeli (Turquie, 1999).*

Vérification expérimentale

À la suite des observations sur site, il y a eu un effort de reproduction du phénomène du dépassement de la capacité portante d'une fondation superficielle en laboratoire. Les travaux expérimentaux de Zeng & Steedman (1998) ont contribué à la compréhension plus profonde de ce mécanisme de rupture. Une série d'essais en centrifugeuse a mis en évidence les caractéristiques principales du phénomène, à savoir le développement de rotations et déplacements permanents importants. La sollicitation a été appliquée à la base du conteneur où se trouvaient le sol et le modèle de la structure. Les caractéristiques du sol et de la sollicitation étaient telles que la possibilité de liquéfaction était exclue. La motivation de ces travaux était de recueillir des informations sur la réponse d'une fondation, ni avant ni après, mais ***lors*** de la rupture, élément d'information qui ne pouvait pas être déterminé par les reconnaissances sur site. La conclusion de cette étude portait principalement sur le fait que l'accumulation de rotation et la dégradation de la rigidité de la fondation étaient les raisons qui conduisaient à la rupture de la fondation, même en absence de liquéfaction. Plus précisément les essais ont révélé les points suivants :

- Une structure légère sur une couche de sable sec a mis en évidence des tassements verticaux négligeables. Les tassements ont été produits lors des plus grands cycles de chargement. Après l'essai, il n'y avait pas de rotations permanentes. Dans le cas d'une couche de sable saturé les résultats ont été similaires sauf que les essais ont montré un décollement plus évident entre la structure et le sol.

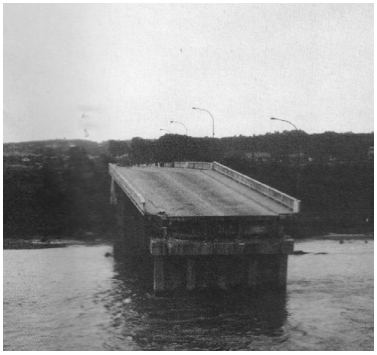
- La réponse d'une structure lourde avec une largeur à la base plus petite (augmentation de la force verticale et du moment sur la fondation) s'est révélée beaucoup plus sévère. Les tassements verticaux ont présenté une croissance constante lors de la sollicitation jusqu'à une augmentation soudaine vers la fin du chargement, qui a été reconnue comme l'initiation de la rupture. Au même moment, des rotations permanentes, accumulées dans chaque cycle, ont été observées. Lorsque la structure a été soumise à des séismes d'intensité faible ou modérée, les

déplacements se sont développés lors des cycles de chargement les plus forts. Il n'y avait aucune trace de rupture générale. Par contre, pour des séismes de grande intensité, il a été observé que la rupture se produisait vers la fin de la sollicitation et lorsque la rotation permanente dépassait une valeur limite, tandis que l'accélération à la base de la structure était beaucoup plus petite que sa valeur maximale. Cela a été observé tant pour les sols secs que pour les sols saturés. La conclusion à retenir est qu'un séisme de plusieurs cycles modérés est plus dangereux du point de vue de l'endommagement sismique des fondations qu'un séisme mettant en évidence un petit nombre de cycles très forts.

Observations et remarques supplémentaires

Rigidité globale du système de fondation. Une observation commune après les séismes qui ont produit des ruptures géotechniques à grande échelle (liquéfaction, glissement latéral *etc*.), porte sur le fait que l'usage de plusieurs types de fondation dans la même structure augmente le risque d'endommagement. Par exemple, après le séisme de Loma Prieta (Etats-Unis, 1989), plusieurs bâtiments et équipements ont été endommagés dans un terminal portuaire qui avait été fondé partiellement sur pieux et partiellement sur un remblai artificiel. L'endommagement a été attribué aux tassements différentiels produits lors du séisme (*Earthquake Spectra,* **6**, S1). Au contraire, après le séisme de Hokkaido (Japon, 1993), une grande majorité des bâtiments et installations, fondées sur des sols qui ont liquéfié, ont présenté un comportement remarquable grâce au système de fondation qui comportait des semelles liaisonnées par poutres rigides (*Earthquake Spectra,* **11***,* Supplément A). Les ponts sont particulièrement vulnérables à ce type d'endommagement à cause de leurs grandes dimensions et les ruptures les plus communes de ponts sont dues aux déplacements différentiels. La Figure 1.7(a) présente l'écrasement d'un pont à Rio Vizcaya après le séisme de Valle de la Estrella (Costa Rica, 1991). On remarque que les piles du pont ont totalement disparu dans le fleuve. Plus spectaculaire, sur la Figure 1.7(b), c'est le pont entier qui a disparu dans le fleuve Maipo après le séisme de Llolleo (Chili, 1985).

(a)



(b)

Figure 1.7 – Écrasement des ponts ; (a) *à Rio Vizcaya après le séisme de Valle de la Estrella (Costa Rica, 1991) et* (b) *au fleuve Maipo après le séisme de Llolleo (Chili, 1985), dus aux déplacements différentiels des piles des ponts.*

Une rigidité uniforme du système de fondation offre des avantages même du point de vue de la réparation. Il est significatif de ce point de vue d'examiner comment les ruptures fameuses à Kawagichi-Cho (Niigata, Japon 1964, *cf*. Figure 1.3) ont été réparées : les bâtiments ont été

rétablis à la verticale et les propriétés du sol ont été améliorés par des techniques d'amélioration. La rigidité uniforme du système structure-fondation a assuré l'intégrité structurale des bâtiments. (Seed & Idriss, 1967).

Amélioration des propriétés du sol. Un moyen satisfaisant pour limiter les effets défavorables d'un chargement sismique sur les capacités de résistance des sols de fondation, est apporté par les techniques d'amélioration des propriétés du sol, comme le compactage, l'installation de drainage, le pré-chargement *etc*. Tokimatsu *et al.* (1996) offre une description détaillée de la réponse performante des structures fondées sur des sols améliorés après le séisme de Kobe (Japon, 1995). Ce qui est prouvé comme important est l'échelle de la structure par rapport à l'échelle du phénomène géotechnique. L'accent doit être mis sur la réduction des déplacements différentiels dans la structure ainsi que sur la prévention de ruptures géotechniques à grande échelle. Des techniques d'amélioration des propriétés du sol, combinées à une conception des fondations assurant une rigidité uniforme du système structural, peuvent ainsi contribuer fortement à la réduction des endommagements sismiques.

1.1.3 Points récapitulatifs

L'examen des données rassemblées dans la base a permis de dégager les points forts suivants :

Par rapport à l'identification des ruptures, il a été reconnu que les ruptures par perte de capacité portante sont, dans la majorité des cas, fortement liées au phénomène de liquéfaction. Mis à part le cas extrême d'une liquéfaction générale touchant une grande région et entraînant la rupture des structures qui y sont localisées (et qui préservent souvent leur intégrité structurale), la plupart des ruptures observées sur site sont dues à une combinaison/interaction de deux phénomènes qu'il est difficile de séparer l'un de l'autre :

- augmentation des actions sismiques sur la fondation,
- affaiblissement de la résistance du sol de fondation à cause de la liquéfaction ou de l'effet cyclique du chargement.

De plus, la plupart du temps, la difficulté d'accès aux données et le manque d'informations ne permettent pas de tirer des conclusions certaines.

Par rapport au type de structures concernées, les conséquences les plus graves et les ruptures les plus spectaculaires ont été observées pour les ponts. Les déplacements et les rotations permanents induits au niveau de la fondation combinés avec les grandes dimensions de la structure, le système structurel habituel (appuis simples) et les faibles propriétés du sol de fondation (dépôts d'origine fluviale) peuvent conduire à un endommagement grave de la superstructure.

Par rapport aux propriétés du sol de fondation, les ruptures par perte de capacité portante sont observées surtout dans des sols cohérents mous, où le risque de liquéfaction ne se pose pas mais où la résistance cyclique du sol est insuffisante pour la reprise des actions sismiques. Un cas particulièrement intéressant est celui où la fréquence principale de la superstructure coïncide avec la fréquence de la couche de sol : la résonance lors d'une excitation sismique peut conduire à une augmentation considérable des efforts sur la fondation et éventuellement à une rupture par perte de capacité portante (Romo & Auvinet, 1991).

Par rapport aux systèmes de fondation sujets à rupture, il a été clairement mis en évidence que les systèmes conçus avec un coefficient de sécurité faible vis à vis des charges permanentes (FS<2) sont les plus affectés par une rupture par perte de capacité portante. Cela a été observé pour tous les types de fondations et particulièrement pour les fondations superficielles. Ce résultat a été vérifié ensuite tant expérimentalement que théoriquement.

L'observation des ruptures par perte de capacité portante a clairement montré que le contrôle des déplacements/rotations permanents, induits par le séisme, est le chemin à suivre pour la protection parasismique des structures, particulièrement en ce qui concerne les ruptures d'origine géotechnique.

La base de données comportant des structures, qui ont été endommagées au niveau de la fondation, est présentée dans l'Annexe 1.I. On y présente la structure de la base et quelques exemples caractéristiques de fiches de données.

1.2 Conception parasismique des fondations superficielles basée sur les déplacements

Au paragraphe précédent, on a examiné les caractéristiques des ruptures sismiques des fondations ainsi que les types de sols et de systèmes de fondations les plus vulnérables aux sollicitations sismiques. On a surtout insisté sur le fait que les ruptures sismiques se manifestent à travers le développement de grands déplacements et rotations permanents au niveau de la fondation. Dans ce paragraphe on présente les idées directrices de la philosophie de conception parasismique émergente, qui n'est autre que la conception basée sur le calcul des déplacements résiduels de la structure, connue sous le terme « ***displacement – based design*** ». Puisque le développement de déplacements permanents est inévitable (au moins, si l'on souhaite avoir des conceptions économiquement viables) l'objectif, avec la conception basée sur l'évaluation des déplacements, est de les prendre en compte en maîtrisant leur amplitude. On voit ainsi comment, on peut surmonter l'effet indésirable de la rupture (c'est-à-dire, les déplacements permanents) pour aboutir à une conception plus performante.

1.2.1 Le modèle de Newmark (1965)

La méthode de conception basée sur les déplacements commence essentiellement avec Newmark (1965). En étudiant l'effet des séismes sur les remblais et les barrages, Newmark a utilisé l'exemple d'un bloc rigide qui repose à la surface du sol et qui peut glisser le long de l'interface bloc – sol comme présenté sur la Figure 1.8.

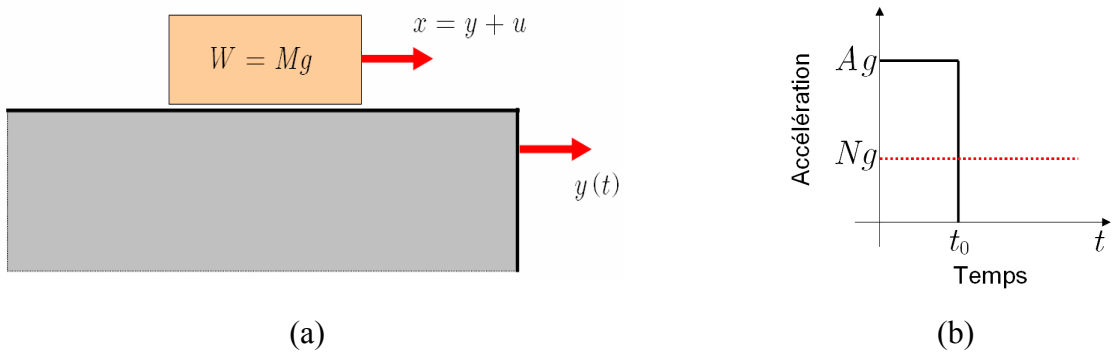


Figure 1.8 – Le modèle de Newmark ; (a) *bloc rigide sur un support en mouvement et* (b) *pulsation d'accélération rectangulaire*

Considérons que le bloc a une masse M et un poids propre $W = Mg$. On désigne par x le déplacement du bloc et par y le déplacement du sol. Le déplacement relatif entre le bloc et le sol est désigné par u :

(1.2) $$u = x - y$$

On suppose que la résistance de l'interface bloc – sol est égale à NW, où N est un coefficient de frottement. Supposons maintenant qu'une accélération horizontale soit imposée au bloc, comme celle présentée sur la Figure 1.8(b). Il s'agit d'une pulsation simple de module Ag avec $A > N$ et de durée t_0. Alors deux forces horizontales s'exercent sur le bloc : la force MAg liée à

l'accélération du support, qui est appliquée pendant l'intervalle de temps $[0, t_0]$, et la force de frottement MNg sur l'interface sol-bloc, pendant l'intervalle $[0, t_m]$, t_m désignant l'instant où la vitesse relative du bloc par rapport à son support devient nulle. Les ***vitesses*** dues à l'accélération du support et à la force de frottement sont présentées sur la Figure 1.9.

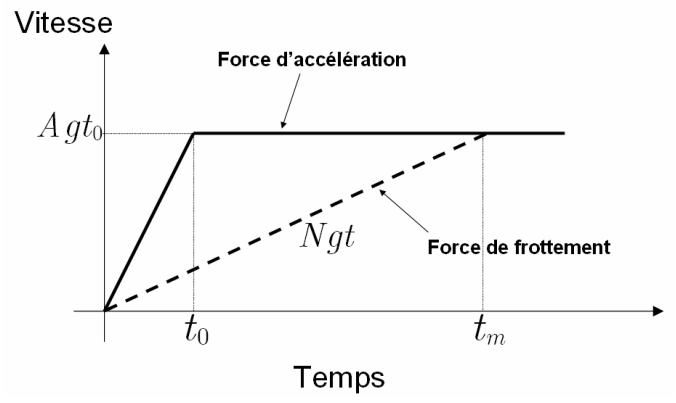


Figure 1.9 – Le modèle de Newmark ; réponse de vitesses sur le bloc

En posant $V = Agt_0$, on trouve :

(1.3) $$V = Ngt_m \Rightarrow t_m = \frac{V}{Ng}$$

Le déplacement maximal du bloc par rapport au sol est atteint à l'instant t_m et est égal à l'aire entre les deux courbes de la Figure 1.9 :

(1.4) $$u_{\max} = \frac{1}{2} V (t_m - t_0) = \frac{V^2}{2gN}\left(1 - \frac{N}{A}\right)$$

Commentaire sur le modèle de Newmark

En dépit de son apparente simplicité, le modèle de Newmark contient les éléments principaux de la méthode de conception basée sur les déplacements.

Prescription de déplacements permanents. Tout d'abord, dans la relation (1.4), on peut interpréter le paramètre N comme un paramètre de conception de la structure et les quantités V et A comme les caractéristiques du séisme incident. On voit comment pour un séisme donné et en prescrivant une valeur pour la quantité $u_{\max}$, on peut effectuer la conception de la structure par rapport à la quantité N. On est ainsi amené un peu plus loin : pour des valeurs croissantes de $u_{\max}$ on peut examiner comment la performance de la structure est dégradée et on peut faire la conception pour le niveau de performance souhaité : c'est la conception basée sur la performance (« ***performance – based – design*** »).

Modèle non-linéaire. Afin que l'on puisse avoir la prédiction du déplacement résiduel du bloc, on a introduit une non-linéarité dans le modèle ; c'est la force de liaison, qui est donnée comme fonction de la quantité A :

$$T(A) = \begin{cases} Ag & \text{si} \quad A < N \\ Ng & \text{si} \quad A \geq N \end{cases} \tag{1.5}$$

Si $A < N$, il n'y a pas de déplacement relatif entre le sol et le bloc. Dans le cas où $A \geq N$, on a le développement d'un déplacement résiduel. La remarque à retenir est que dans la méthode de conception basée sur les déplacements, on recherche les déplacements résiduels de la structure et ce sont des phénomènes irréversibles qui les causent. Ces irréversibilités sont de nature matérielle à cause du comportement irréversible du sol et des éléments structuraux de la fondation. Il est clair que la prise en compte de ces irréversibilités conduit à un modèle non-linéaire pour le système sol-fondation.

Isolation sismique de la structure. On peut interpréter la relation (1.4) du point de vue du bilan énergétique dans la structure. Supposons alors que le bloc soit animé de la vitesse V à un certain instant. Alors, son énergie cinétique est $MV^2/2$ et on peut interpréter cette quantité comme l'énergie qui est attribuée à la structure lors du séisme. Dans le cas du bloc rigide qui peut glisser sur le sol, toute cette énergie est dissipée par le travail de la force de frottement. Il est clair que le développement de déplacements résiduels est ***un mécanisme de dissipation d'énergie*** pour la structure. Dans le cas d'une structure réelle avec des caractéristiques de rigidité et d'amortissement données, une partie de l'énergie est dissipée dans ses éléments structuraux lors de sa vibration. Supposons maintenant que la structure soit conçue de manière que les déplacements résiduels soient nuls, c'est-à-dire, avec la méthode de conception conventionnelle, où on suppose que la structure est ancrée sur le sol. Dans ce cas, toute l'énergie importée à la structure lors du séisme doit être dissipée dans ses éléments structuraux et pour des sollicitations sismiques fortes cela peut conduire à des dimensionnements excessifs de ces éléments. En permettant le développement de déplacements résiduels, on réduit la quantité d'énergie que la structure elle-même doit dissiper ; c'est une forme ***d'isolation sismique de la structure***. L'exemple le plus frappant est donné sans doute par les observations sur site des ruptures sismiques des fondations ; dans la majorité des cas, la superstructure a mis en évidence des déplacements importants au niveau de la fondation, mais avec un niveau d'intégrité structurale très élevé[1]. C'est la raison pour laquelle, la conception basée sur les déplacements conduit à des dimensionnements de la superstructure plus économiques.

Interaction sol – structure. Dans le modèle de Newmark, on a supposé que la structure obtient de quelque part une accélération ou une vitesse donnée et, afin de simplifier, on a sous-entendu que le sol reste rigide. En réalité, bien sûr, le sol n'est pas parfaitement rigide ; lors d'un séisme, le sol et la superstructure se mettent à vibrer simultanément et interagissent l'une avec l'autre ; la vibration de la superstructure entraîne des forces sur la fondation qui sont transmises au sol et modifient sa réponse *etc*. Le phénomène de la modification de la réponse du sol (de la structure) par la présence de la structure (du sol) s'appelle ***interaction sol – structure***. Lorsque l'on se réfère à l'interaction lors d'un séisme on parle de l'interaction sismique sol-structure ou, plus généralement, de l'***interaction dynamique sol – structure*** (IDSS) pour des phénomènes d'interaction qui évoluent

[1] Bien évidemment, les grands déplacements au niveau de la fondation apportent une isolation pour la superstructure, mais ils sont particulièrement dommageables pour les liaisons de la structure avec l'environnement : réseaux électriques, gaz, eau *etc*.

dans le temps. Il est clair que, pour l'application de la méthode de conception basée sur les déplacements, on a besoin d'une évaluation précise de la réponse du sol et de la structure lors du séisme, il faut alors intégrer dans la procédure de conception, une méthode d'analyse de l'interaction sol - structure. Dans le paragraphe suivant, on va présenter brièvement les principales méthodes couramment utilisées à cette fin.

En résumé, la méthode de conception basée sur les déplacements doit inclure fondamentalement deux éléments :

- L'***interaction sol – structure*** pour l'évaluation des réponses du sol et de la structure.
- Les ***non-linéarités au niveau de la fondation***, sources des déplacements résiduels de la structure.

Ces deux éléments sont ***couplés.*** Cela signifie que l'évaluation de l'interaction dynamique sol-structure doit être effectuée en prenant en compte les non-linéarités au niveau de la fondation.

1.3 Méthodes d'interaction dynamique sol-structure

On se propose de présenter dans ce paragraphe les notions principales de l'IDSS ainsi que les méthodes les plus importantes pour son analyse. On a vu que la prise en compte de l'interaction sol – structure est un des éléments essentiels de la conception des fondations basée sur les déplacements. On n'a pas l'intention de faire un exposé exhaustif du sujet, qui est très ample. Le lecteur intéressé peut se référer aux ouvrages de Wolf (1985, 1988, 1994) pour une étude complète et détaillée.

On note que la plus grande difficulté dans le traitement de l'IDSS est que l'on doit associer dans un seul modèle le massif de sol et la structure, qui sont de dimensions diamétralement opposées. C'est par rapport à ce problème d'échelles différentes, que les méthodes principales pour le traitement du problème se sont développées.

1.3.1 De la source sismique à l'échelle de la structure

La Figure 1.10 présente schématiquement les échelles différentes qui sont pertinentes pour le problème, de la génération des ondes sismiques au voisinage de la source sismique jusqu'à leur rencontre avec l'interface sol – fondation.

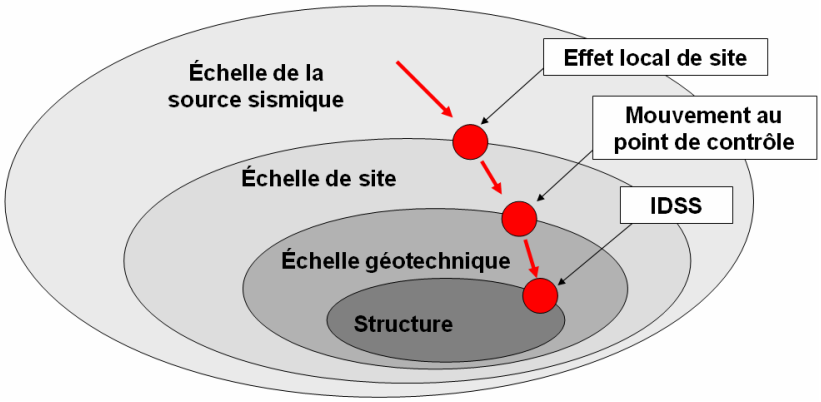


Figure 1.10 – Échelles différentes dans le problème et effet de passage d'une échelle à l'autre.

La plus grande échelle concernée est celle du champ de la source sismique ; c'est essentiellement l'échelle géologique du séisme (*exp.* l'échelle d'une faille). L'échelle suivante est celle du site ; dans cette échelle apparaissent des irrégularités telles que les reliefs topographiques, les bassins sédimentaires *etc*. La modification du mouvement sismique au passage de l'échelle de la source sismique à l'échelle du site est connue sous le nom d'***effet local de site***. L'échelle suivante est l'échelle géotechnique, qui contient en général le profil du sol au voisinage de la structure étudiée. Cette échelle est considérablement inférieure aux échelles précédentes ; ainsi, en passant à l'échelle géotechnique, on introduit l'hypothèse que les échelles du site et de la source sismique sont reportées à l'infini. En parallèle, on définit le mouvement sismique (plus souvent, sous forme d'un accélérogramme ou d'un spectre d'accélération), qui servira de mouvement de référence pour l'analyse de l'IDSS. Ce mouvement est défini habituellement en un point de la surface libre,

appelé point de contrôle, et donc on se réfère au ***mouvement au point de contrôle.*** Ensuite, ce mouvement est transféré à l'assise rocheuse du profil géotechnique.

L'IDSS relie le profil géotechnique et la structure et requiert comme données : a) le mouvement au point de contrôle, b) les caractéristiques géométriques, de rigidité et d'amortissement du profil géotechnique et c) les caractéristiques géométriques, de rigidité et d'amortissement de la superstructure et de la fondation. L'objectif du problème est de calculer les déplacements et les forces qui sont développés au niveau de la fondation. On présente ci dessous les principes généraux des méthodes pour son traitement suivant la structure de l'exposé de Crémer (2001).

1.3.2 Les méthodes de sous-structures

La famille des méthodes de ***sous-structures*** est fondée sur le principe de la décomposition du problème en étapes successives dont le traitement est considérablement plus simple et ensuite sur la superposition des solutions. Il est évident que le résultat de la superposition ne correspond à la réponse réelle du système que si toutes les étapes successives sont ***entièrement linéaires***. Un avantage important de l'hypothèse de sous-problèmes linéaires est qu'elle permet leur traitement dans le ***domaine fréquentiel***. Les étapes successives, schématisées sur la Figure 1.12, sont les suivantes :

1. Initialement, on considère la *sous-structure* comportant le profil géotechnique et la fondation sans masse. On suppose que l'interface sol – fondation est infiniment rigide et on applique un mouvement déduit du mouvement au point de contrôle $\ddot{u}_{\mathrm{PC}}$ à la base du profil géotechnique afin de calculer la réponse $\ddot{u}$ du système au niveau de l'interface rigide sol – fondation. La présence de la fondation rigide modifie le mouvement que l'on obtiendrait en champ libre. Cette modification est connue sous le nom d'***interaction cinématique*** **(*IC*)**. L'effet de l'interaction cinématique est importante surtout dans le cas des fondations profondes massives, comme les caissons *etc.* (Beltrami *et al.*, 2006). Dans le cas d'une fondation superficielle soumise à un champ d'ondes de volume de propagation verticale, l'interaction cinématique est nulle. Dans la plupart des cas, l'interaction cinématique conduit à une réponse $\ddot{u}$ qui est plus petite que la réponse en champ libre mais qui contient une composante de rotation (Mylonakis *et al.*, 2006).

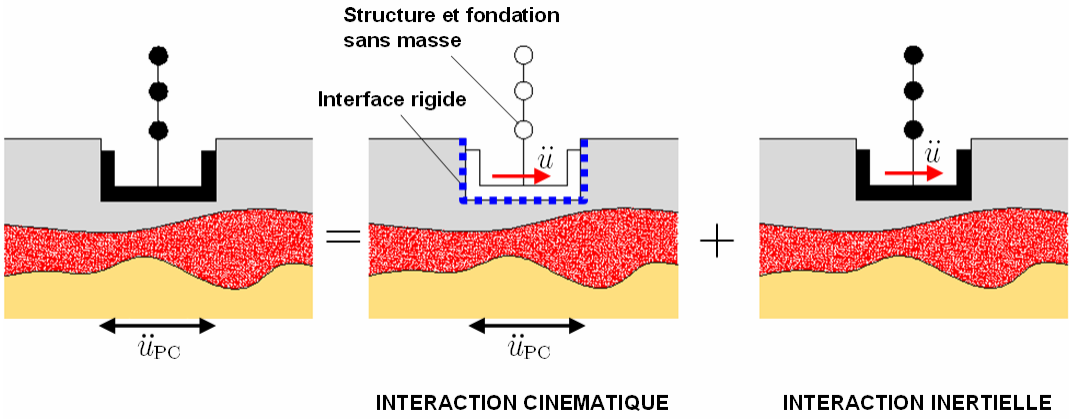


Figure 1.11 – La décomposition du problème de l'IDSS en interaction cinématique (IC) et interaction inertielle (II)

2. Dans la deuxième étape, on calcule la réponse du système global (sol + fondation + structure) lorsqu'il est soumis à l'action du champ $\ddot{u}$ calculé à l'étape précédente. La différence entre le champ obtenu, réponse du système global, et le champ $\ddot{u}$ représente l'***interaction inertielle*** **(*II*)** et provient de l'action des forces d'inertie (forces de d'Alembert) dans la structure et dans la fondation, qui sont associées au champ $\ddot{u}$. Pour les fondations superficielles (avec ou sans encastrement), l'évaluation de l'interaction inertielle est décomposée en deux étapes supplémentaires qui sont présentées sur la Figure 1.12. Tout d'abord, on évalue ***les impédances dynamiques*** de la fondation, assemblées dans la matrice d'impédance $\underline{\underline{\mathcal{K}}}$. Cette matrice représente la réponse dynamique (en termes de forces) de la fondation sans masse, posée sur le massif de sol pesant et soumise à une sollicitation de type harmonique d'amplitude unitaire, caractérisé par sa pulsation ω. Ensuite, on évalue la réponse de la structure soumise au champ $\ddot{u}$ déterminé dans l'étape de l'IC, en considérant qu'elle est reliée à des ressorts correspondants aux impédances dynamiques de la fondation.

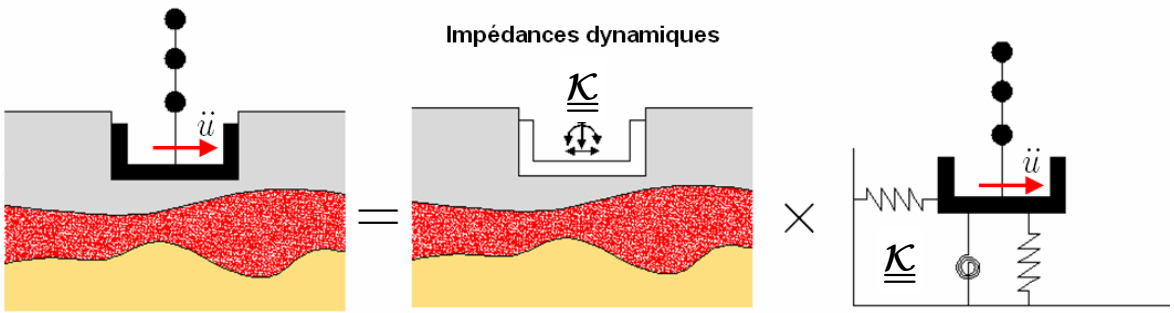


Figure 1.12 – Décomposition de l'II en deux étapes : détermination des impédances dynamiques de la fondation et calcul de la structure reliée aux ressorts qui correspondent aux impédances déterminées.

Les impédances dynamiques de la fondation sont calculées[1] pour chaque degré de liberté de la fondation (trois translations et trois rotations). Elles sont fonctions de la fréquence de la sollicitation appliquée : $\underline{\underline{\mathcal{K}}} = \underline{\underline{\mathcal{K}}}(\omega)$ et elles sont complexes : $K_{ij} \in \mathbb{C},\ i,j = 1,\ldots,6$. La partie réelle correspond aux caractéristiques d'inertie et de rigidité du système, alors que la partie imaginaire aux caractéristiques de dissipation d'énergie. On note que même pour un système entièrement linéaire, la dissipation d'énergie résulte de la radiation des ondes sismiques depuis la fondation vers l'infini : c'est ce que l'on appelle ***amortissement radiatif***. Mylonakis *et al.* (2006) présentent une compilation révisée d'expressions et de méthodes pour l'évaluation des impédances dynamiques de plusieurs configurations de fondations. L'article de Gazetas (1991) et l'ouvrage de

[1] Il y a des solutions analytiques et semi-analytiques pour l'évaluation des impédances dynamiques de configurations de fondations simples. Une grande collection de résultats analytiques de l'élastodynamique peut être trouvée dans Kausel (2006). Wolf (1994) et Wolf & Deeks (2004) présentent une approche approximative pour l'évaluation des impédances dynamiques des fondations superficielles en introduisant des concepts issus de la mécanique des milieux continus. La méthode des éléments de frontière et la méthode des éléments finis sont utilisées pour des configurations de fondations plus compliquées.

Sieffert et Ceveart (1992) restent les travaux de référence pour la détermination des impédances dynamiques des fondations.

Il est clair que la méthode des sous-structures, en se basant sur l'hypothèse de comportement linéaire, ne peut pas être directement appliquée pour une conception de la fondation basée sur les déplacements.

1.3.3 Les méthodes directes

Les méthodes directes traitent le problème de l'IDSS dans sa globalité : les déplacements dans le sol et dans la structure sont calculés ***simultanément***. Les domaines de la structure et du sol sont discrétisés par des éléments finis. Il est alors possible d'incorporer dans le modèle toutes les caractéristiques géométriques du problème, les hétérogénéités matérielles du sol ou de la superstructure et d'introduire les lois de comportement nécessaires pour la description des non-linéarités et irréversibilités du système. La procédure de la modélisation met en évidence plusieurs points délicats :

- La définition de la sollicitation sismique à introduire dans le système.
- L'utilisation des éléments spéciaux à la frontière du domaine du sol afin de préserver son caractère non borné.
- Le choix d'une discrétisation du sol assez fine pour la description précise de la propagation d'ondes de haute fréquence.
- L'application d'un schéma performant de résolution dans le domaine temporel.

Les méthodes directes exigent la maîtrise de logiciels de calcul spécialisés (parmi les logiciels de calcul pour l'IDSS on peut citer le code DYNAFLOW[1], développé par J. Prévost à l'Université de Princeton et le code GEFDYN[2] de l'École Centrale de Paris). Il est clair que la mise en œuvre d'une méthode directe pour l'IDSS reste encore une opération extrêmement coûteuse, surtout pour les problèmes tridimensionnels. Il est alors essentiel de formuler des méthodes plus rapides et plus simples, qui peuvent donner une description suffisante de l'effet de non-linéarités et irréversibilités sur la réponse globale du système, surtout pour les applications conventionnelles.

1.3.4 Les méthodes hybrides et le concept du macroélément pour l'IDSS

Les méthodes hybrides forment la troisième grande famille de méthodes pour le traitement de l'IDSS. Ces méthodes sont situées entre les méthodes directes et les méthodes de sous-structures ; l'idée principale consiste à séparer le sol dans deux domaines distincts : le premier est un champ proche de la structure, où l'on suppose que toutes les non – linéarités et irréversibilités, pertinentes pour le problème de l'IDSS, sont développées. Le deuxième est le champ loin de la semelle où le comportement du sol n'est pas affecté par l'interaction avec la fondation. Ainsi, le champ lointain peut être traité par les techniques adaptées pour les problèmes linéaires (*exp.* impédances

[1] http://www.princeton.edu/~dynaflow/
[2] http://www.mssmat.ecp.fr/rubrique.php3?id_rubrique=16

dynamiques), alors que le champ proche est incorporé dans le modèle de la superstructure et peut être traité par une méthode directe. Le point délicat des méthodes hybrides est la définition de la frontière entre le champ proche et le champ lointain, élément qui doit être déterminé indépendamment selon les particularités du problème traité.

Un cas particulier est celui des fondations superficielles. Comme on l'a vu, dans ce cas, le mécanisme d'interaction prépondérant est l'interaction inertielle (l'interaction cinématique est habituellement considérée négligeable). Le problème est alors décomposé en : a) l'étape de l'évaluation des impédances dynamiques et b) l'étape du calcul de la structure, où les impédances dynamiques servent comme ***élément de liaison*** avec le système sol-fondation, placé à la base de la structure. Quelle doit être la loi de comportement de cet élément de liaison ? Dans les méthodes conventionnelles des sous-structures, il s'agit d'une loi de comportement ***élastique linéaire***. Dans la logique des méthodes hybrides, cet élément de liaison peut être muni d'une loi de comportement non-linéaire dont le rôle est de reproduire le comportement irréversible du massif du sol, en interaction avec la structure, au niveau de la fondation (Crémer, 2001). Cette idée forme le concept du ***macroélément*** pour l'IDSS :

*Le **macroélément** est un élément de liaison placée à la base de la superstructure, qui est muni d'une loi de comportement non-linéaire et permet de rétablir les couplages dynamiques (linéaires et/ou non-linéaires) entre la superstructure et le sol au niveau de la fondation.*

Comme indiqué par Crémer (2001), le macroélément appartient aux méthodes hybrides. Il regroupe conceptuellement les notions du champ proche et du champ lointain dans sa loi de comportement : la partie linéaire de cette loi reproduit les effet du champ lointain (impédances dynamiques) et la partie non-linéaire celui du champ proche. Ainsi, l'utilisation du macroélément pour les fondations superficielles peut être incorporée dans une procédure d'évaluation de l'IDSS comportant les étapes suivantes :

1. Étant donné un mouvement sismique de référence $\ddot{u}_{\mathrm{PC}}$ (définition au point de contrôle, puis transfert à l'assise rocheuse du profil géotechnique), évaluer le champ $\ddot{u}$ qui se développe au niveau de la fondation. Si l'interaction cinématique peut être négligée, le champ $\ddot{u}$ n'est d'autre que le mouvement en champ libre.

2. Évaluer les impédances dynamiques de la configuration de la fondation, qui serviront pour la partie linéaire de la loi de comportement du macroélément, l'élément de liaison de la structure avec le système sol – fondation.

3. Compléter la loi de comportement du macroélément, en y intégrant les non-linéarités qui sont développées au niveau de la fondation. ***La prise en compte de ces non-linéarités permettra l'évaluation des déplacements résiduels de la structure***.

4. Calculer la réponse de la structure, le macroélément étant lié à sa base, pour le champ $\ddot{u}$.

On voit ainsi comment le concept du macroélément est introduit dans la logique des méthodes conventionnelles d'évaluation de l'IDSS afin de permettre leur application dans une conception de la structure basée sur les déplacements.

1.3.5 Résumé

Dans ce chapitre on a essayé d'exposer les arguments qui conduisent au concept du macroélément comme un outil pratique de l'évaluation de l'IDSS, dans un cadre de conception des structures basée sur les déplacements. On a surtout insisté sur les points suivants :

- Les ruptures sismiques au niveau de la fondation sont mises en évidence par le développement de déplacements et de rotations résiduels.
- Le développement de déplacements résiduels peut être pris en compte par la méthode de conception des structures basée sur les déplacements.
- Cette méthode de conception exige l'introduction des non-linéarités au niveau de la fondation lors de l'évaluation de l'interaction dynamique sol-structure du système étudié.
- Le concept du macroélément pour les fondations superficielles permet la prise en compte des non-linéarités au niveau de la fondation dans l'IDSS à un coût de calcul raisonnable. Il peut alors être intégré dans la procédure de la conception parasismique des structures.

À partir de ce point, la thèse est consacrée essentiellement à l'étape 3 de la procédure décrite à la page précédente : *compléter la loi de comportement du macroélément en y intégrant les non-linéarités au niveau de la fondation.*

On traite alors initialement le problème de la capacité portante sismique des fondations superficielles (chapitres 2 – 3) et ainsi on détermine les états de contrainte qui peuvent être supportés par la fondation. Ensuite (chapitre 4), on introduit les éléments nécessaires afin de relier les états de contrainte supportés par la fondation avec les déplacements, dans une « loi de comportement » décrivant la réponse du système global de la fondation.

Chapitre 2

Analyse à la rupture

En bref…

On examine dans ce chapitre le problème de la capacité portante sismique d'une semelle circulaire reposant sur la surface d'un sol purement cohérent hétérogène. Le traitement de ce problème est inscrit dans le cadre du développement du macroélément. En même temps, il fournit un enrichissement des résultats existants pour la capacité portante sismique des fondations superficielles. Ainsi, les résultats présentés ici, combinés avec les résultats déjà disponibles pour les semelles filantes, forment un ensemble de solutions qui couvrent les deux formes géométriques extrêmes pour les fondations superficielles. En examinant le facteur de capacité portante N_c pour une semelle d'aire donnée, qui repose sur la surface d'un sol cohérent homogène, on obtient la valeur minimale $\min\{N_c\} = \pi + 2$ pour une semelle filante et la valeur maximale $\max\{N_c\} \cong 6.06$ pour une semelle circulaire.

La sélection d'un sol purement cohérent est dictée par l'observation que le problème de la capacité portante sismique touche principalement les sols argileux faibles en comportement non drainé, alors que les sols frottants sont surtout touchés par la liquéfaction.

Le chapitre commence avec une brève revue des méthodes portant sur la détermination de la capacité portante des fondations superficielles. Parmi celles-ci, la méthode de l'approche cinématique du Calcul à la Rupture est décrite avec plus de détails puisque c'est elle qui est appliquée vers la résolution du problème examiné ici.

Avant la présentation détaillée du problème de la capacité portante des semelles circulaires, un bref état de l'art est donné présentant quelques résultats remarquables pour les semelles filantes et circulaires. Un paragraphe est consacré à la prise en compte des forces d'inertie, qui se développent dans le volume du sol lors de la sollicitation sismique. Ensuite, le problème des semelles circulaires est formulé en précisant les hypothèses adoptées et en définissant tous les éléments nécessaires pour sa résolution. Une méthode analytique relativement nouvelle due à Puzrin & Randolph est utilisée afin de permettre le traitement facile de mécanismes de rupture tridimensionnels.

Les résultats sont présentés soit sous forme de surfaces dans l'espace des paramètres de chargement soit sous forme de diagrammes d'interaction entre deux paramètres de chargement, les autres paramètres étant fixés. Les résultats permettent la modification de l'expression

analytique de l'Eurocode 8 pour qu'elle puisse être utilisée dans le cas de semelles circulaires et dans le cas de sols cohérents hétérogènes.

La validation des résultats obtenus est effectuée en les comparant avec des résultats existants théoriques et expérimentaux. Une discussion brève de la notion de facteur de sécurité dans le problème de la capacité portante sismique des fondations superficielles par rapport à la méthode d'analyse est présentée. Le chapitre est achevé avec la description d'un outil numérique pour le traitement de cas réels de conception de fondations, qui reproduit la méthode d'analyse développée.

2 Analyse à la rupture

2.1 Revue des méthodes de résolution du problème de la capacité portante des fondations superficielles

2.1.1 Généralités

Le problème de détermination de la capacité portante d'une fondation, reposant sur une couche de sol de résistance donnée, constitue une des questions les plus anciennes et fondamentales du génie géotechnique. C'est exactement la question dont la réponse permet le dimensionnement rationnel d'une semelle et atteint le but principal de sa conception qui est le transfert, en sécurité, des charges statiques de la superstructure au sol de fondation.

Outre son importance évidente pour la conception des fondations sous charges statiques, l'évaluation précise de la capacité portante joue aussi un rôle dominant lors de la conception d'une fondation sous sollicitations dynamiques.

La formulation du problème de la capacité portante ainsi que les techniques appliquées pour sa résolution, ont évolué et continuent à évoluer : du point de vue pratique, en suivant les besoins actuels de l'industrie de la construction et la demande croissante pour des systèmes de fondations plus efficaces et, du point de vue théorique, en enrichissant les solutions connues, pertinentes pour la modélisation mathématique du problème, par l'adoption et la mise en œuvre de nouveaux outils analytiques et numériques. Les deux aspects du problème sont fortement liés: toute la connaissance empirique des « bâtisseurs » et le corps entier des résultats expérimentaux constitué jusqu'à ce jour doivent s'interpréter à travers des méthodes analytiques ou se reproduire à travers des modèles numériques.

Dans la suite, on discute brièvement les méthodes et techniques appliquées au problème de la capacité portante en les classant en deux grandes catégories : d'une part comme méthodes analytiques ou numériques et d'autre part comme méthodes empiriques ou expérimentales. En même temps que le problème connaît des extensions et des généralisations, ses méthodes de résolution évoluent et se transforment aussi. Ces évolutions du problème portent surtout sur les aspects suivants :

- ***la géométrie de la fondation*** : du problème plan d'une semelle filante à des géométries de semelles arbitraires.

- ***la configuration du système de la fondation*** : d'une semelle filante reposant sur la surface d'un demi-espace à un système de fondations enterré avec des surcharges à la surface du sol d'inclinaison quelconque et sur une couche de sol de profondeur donnée.

- ***la nature et le nombre des charges appliqués sur la semelle et au sol*** : d'une force verticale centrée statique à un chargement généralisé dynamique sur la semelle et sur le sol.

- ***le modèle décrivant le sol et l'interface entre la semelle et le sol*** : d'un matériau isotrope et homogène décrit par un critère de résistance simplifié à une description détaillée des caractéristiques de la résistance du sol, de la semelle et de l'interface.

2.1.2 Méthodes analytiques et numériques. Méthodes mixtes

Dans ce qui suit, on tente de présenter une revue des méthodes théoriques, adoptées pour la résolution du problème de la capacité portante des fondations superficielles. Ces méthodes, analytiques ou numériques, sont vues sous l'angle de la théorie du calcul à la rupture, théorie qui permet de mieux comprendre la signification de chaque méthode vis-à-vis du sens physique de ses résultats.

2.1.2.1 Présentation générale du calcul à la rupture

Le traitement du problème de la capacité portante comme présenté ici s'effectue dans le cadre de la théorie du calcul à la rupture. Une présentation exhaustive de la théorie du calcul à la rupture se place hors des objectifs de cette thèse et le lecteur intéressé peut se référer aux travaux de Salençon (Salençon 1983, 1990, 2002a) qui fournissent la formulation mathématique stricte de la méthode ainsi qu'un nombre abondant d'applications, même sur le problème de la capacité portante des fondations. On en donne ici une brève description.

La théorie du calcul à la rupture se construit en s'appuyant sur trois éléments de données et seulement sur eux. Ces données sont :

1. La connaissance de la géométrie de la structure examinée.
2. La connaissance du chargement qui lui est appliqué.
3. La connaissance des capacités de résistance de ses matériaux constitutifs.[1]

On peut faire le commentaire suivant :

- En ce qui concerne la géométrie de la structure examinée, on considère qu'elle est donnée une fois pour toutes. La théorie du calcul à la rupture ne prend pas en compte les changements de la géométrie d'une structure lors de son chargement à partir d'un état initial donné. En revanche, elle peut être appliquée sur une géométrie déformée, pourvu que celle-ci soit donnée.

- La connaissance des capacités de résistance des matériaux constitutifs de la structure introduit une condition ***nécessaire*** pour la stabilité de la structure. La stabilité de la structure s'exprime mathématiquement par la compatibilité entre l'équilibre dans la structure et les conditions imposées par les capacités de résistance de ses matériaux constitutifs. Le terme « condition de stabilité nécessaire » signifie que si la structure est stable sous un chargement Q donné, il y a compatibilité entre l'équilibre quasi-statique sous ce chargement et les capacités de

[1] D'un point de vue mathématique, la connaissance de la résistance du matériau constitutif de la structure est réduite à la donnée du **domaine de résistance** de son matériau constitutif à chaque point $\underline{x}$ de la structure ; il s'agit d'un domaine $G(\underline{x})$ défini dans l'espace $\mathbb{R}^6$, qui détermine les états des contraintes admissibles en ce point : $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \subset \mathbb{R}^6$.

résistance de la structure, mais que la réciproque n'est pas assurée. On peut exprimer cette condition nécessaire de stabilité sous la forme :

(2.1) ***Stabilité sous*** $Q \Rightarrow$ ***Compatibilité équilibre – résistance***

On observe qu'à elle seule la compatibilité entre l'équilibre quasi-statique sous un chargement Q et les conditions imposées par les capacités de résistance de la structure, ne peut pas assurer que la structure soit stable sous Q. C'est ainsi que l'on introduit la notion de la « stabilité potentielle » qui va nous permettre d'inverser la condition exprimée par (2.1):

(2.2) ***Stabilité « potentielle » sous*** $Q \Leftrightarrow$ ***Compatibilité équilibre – résistance***

- On doit reconnaître que même si l'expression (2.2) fournit une réponse partielle, cette réponse représente l'information maximale accessible au niveau de la structure à partir des données susmentionnées.

- Le calcul à la rupture fournit alors les chargements potentiellement supportables par une structure en se basant exclusivement sur la connaissance de sa géométrie, son chargement et sa résistance, et cette partialité de la réponse constitue quand même la meilleure exploitation de ces trois données. Pour établir une réponse définitive sur la stabilité de la structure, la connaissance d'autres aspects de son comportement est exigée, et plus précisément (Salençon, 1983) la connaissance de:

  - La loi de comportement des matériaux constitutifs de la structure à l'intérieur du domaine de résistance et lorsque les limites de résistances sont atteintes.
  - L'état d'autocontrainte initial de la structure.
  - L'histoire du chargement de la structure, c'est-à-dire le trajet et l'horaire de parcours de son chargement.

2.1.2.2 La mise en œuvre du calcul à la rupture

Le domaine K

La première notion introduite dans le calcul à la rupture est celle du domaine K de la structure examinée. Ce domaine désigne l'ensemble de tous les chargements « potentiellement supportables » par la structure. Il résulte de (2.2) qu'un chargement Q appartient à K si et seulement s'il existe un champ de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})$ dans la structure qui satisfait l'équilibre vis-à-vis Q et ne viole pas les conditions imposées par les capacités de résistance des matériaux constitutifs de la structure.

Concernant le domaine K on peut faire les remarques suivantes :

- Dans la pratique du calcul à la rupture, le chargement d'une structure dépend d'un nombre fini de paramètres n. Sans entrer dans les détails mathématiques (pour plus de détails, *cf.* Salençon & Halphen, 1981), on peut définir n comme la dimension minimale de l'espace vectoriel, qui contient une base décrivant tous les modes de chargement étudiés. Ainsi, chaque chargement examiné peut s'écrire comme une combinaison linéaire de n ***paramètres de chargement*** distincts. La notion de paramètres de chargement sera mieux décrite lors de la présentation détaillée de l'approche cinématique du calcul à la rupture et de son application au problème de la capacité portante sismique des fondations circulaires. On peut cependant énoncer que chaque chargement

(et, par conséquence, aussi ceux qui sont potentiellement supportables) correspond à un vecteur $\underline{Q} \in \mathbb{R}^n$, où n, le nombre de paramètres de chargement. Ainsi, le domaine K est un sous-ensemble de l'espace $\mathbb{R}^n$: $K \subset \mathbb{R}^n$.

- Par définition, le domaine K est directement issu du domaine de résistance du matériau constitutif de la structure. Pour les applications à la mécanique des sols, le critère de résistance le plus commun est le critère de Coulomb (et le critère de Tresca, cas spécial du critère de Coulomb). Le critère de Coulomb définit un domaine, dans l'espace des contraintes $\mathbb{R}^6$, qui est ***convexe***. Étant donné que le domaine des contraintes admissibles est convexe, il n'est pas difficile à démontrer que K est convexe aussi dans $\mathbb{R}^n$ (Salençon, 1983).

- Comme K contient tous les chargements « potentiellement supportables », il s'ensuit que tout chargement extérieur à K va entraîner, à coup sûr, l'instabilité. D'un point de vue pratique, il peut être très utile de connaître les chargements qui se trouvent sur la frontière du domaine K : ces modes s'appellent ***chargements extrêmes*** du système et sont notés par $\underline{Q}^{\times}$. La frontière du domaine K s'appelle aussi ***surface ultime***.

Le calcul à la rupture se met en œuvre par les trois approches suivantes :

L'approche statique par l'intérieur

Dans l'approche statique par l'intérieur du calcul à la rupture, on essaye de construire une approximation « par défaut » de la frontière du domaine K. L'approche se fonde sur la convexité du domaine K, et sur le fait que si l'on peut construire un champ de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})$ qui ne viole les conditions imposées par la résistance du matériau constitutif en aucun point de la structure et s'équilibre avec un chargement $\underline{Q}$, alors $\underline{Q}$ appartient à K. Supposons que l'on ait ainsi mis en évidence p chargements $\underline{Q}^1, \underline{Q}^2, \ldots, \underline{Q}^p$ dans K. La convexité de K permet d'affirmer que l'enveloppe convexe de ces chargements constitue une borne inférieure de la frontière de K. On illustre cette idée sur la Figure 2.1.

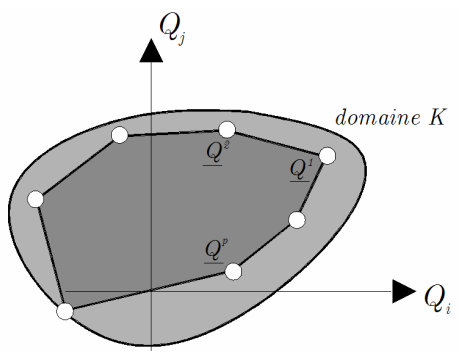


Figure 2.1 – Approximation par l'intérieur de la frontière du domaine K

Or, on peut formuler cette procédure d'approximation « par défaut » de la frontière du domaine K par un principe variationnel correspondant. Cela signifie pratiquement qu'on remplace le problème initial par un problème d'optimisation. Une méthode pour procéder est de définir, pour un chargement $\underline{Q}^* \in K$, le ***mode de chargement radial*** comme l'ensemble $\{\lambda \underline{Q}^* \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ et d'effectuer, pour le champ de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}^*(\underline{x})$ qui lui correspond, la majoration suivante :

(2.3) $$\lambda^s = \sup\left\{\lambda \in \mathbb{R} \mid \lambda \underline{\underline{\sigma}}^* \text{ est statiquement admissible}\right\}$$

L'approche statique par l'extérieur

En inversant la logique de l'approche statique par l'intérieur, on peut pratiquement obtenir une approximation « par excès » de la surface ultime en montrant que l'équilibre global (l'équilibre au sens de la mécanique des solides indéformables) d'un sous – système de la structure est impossible à assurer sous un chargement donné compte tenu des conditions imposées par les capacités de résistance de la structure. On appelle cette méthode, approche statique par l'extérieur. Avec cette approche on construit des points à l'extérieur de la frontière du domaine K comme présenté sur la Figure 2.2. L'approximation de K uniquement par l'approche statique par l'extérieur n'est pas très commode (sauf le cas unidimensionnel), puisque la convexité par rapport aux points obtenus n'est pas valable.

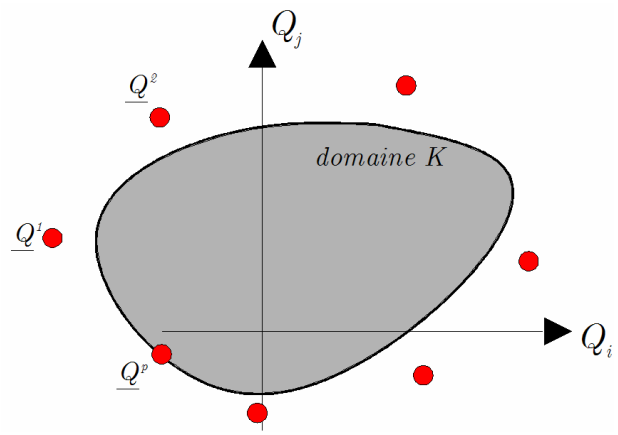


Figure 2.2 – Approximation de la frontière du domaine K par l'approche statique par l'extérieur

L'approche cinématique par l'extérieur

C'est effectivement l'approche que l'on utilise dans la suite afin de traiter le problème de la capacité portante sismique des fondations circulaires. Elle sera donc présentée plus en détails dans un paragraphe suivant. On pourrait brièvement noter qu'il s'agit d'une autre approximation « par excès » de la frontière du domaine K, qui peut s'obtenir d'après la dualisation mathématique de la condition de compatibilité équilibre – résistance. L'obtention d'un principe dual dans ce contexte s'appuie sur le principe des puissances virtuelles. La méthode se concrétise par la combinaison du principe des puissances virtuelles avec la connaissance du domaine de résistance du matériau constitutif de la structure ; la combinaison de ces données conduit à l'évaluation de la « ***puissance résistante maximale*** » de la structure vis-à-vis d'un tel champ de vitesses virtuel donné. Si la puissance d'un chargement $\underline{Q}$, dans un champ de vitesse, est supérieure à la puissance résistante maximale, il en résulte que ce chargement ne peut pas être supporté par la structure. L'étude de plusieurs champs de vitesses virtuels et la mise en évidence de chargements non supportables par la structure fournissent une approximation « par excès » des chargements extrêmes.

Dans une logique similaire à celle de l'approximation « par défaut », on peut établir le principe variationnel qui dérive de l'approche cinématique par l'extérieur. Dans ce cas, on cherche à

minimiser une certaine fonction objectif qui respecte les conditions imposées par la résistance et obéit au principe des puissances virtuelles.

De la potentialité à la certitude

Comme il a déjà été dit, la connaissance des critères de résistance ne suffit pas, à elle seule, à assurer la stabilité de la structure sous un chargement donné. Si le comportement du matériau constitutif de la structure est connu, comportement élastique linéaire et parfaitement plastique avec loi d'écoulement plastique associée, on peut utiliser les résultats d'un théorème dû à Brézis (1973), qui porte sur l'existence et l'unicité de la solution du problème d'évolution élastoplastique quasi-statique, et énoncer les résultats suivants :

- Le domaine K contient tous les chargements qui seront ***effectivement*** supportés par la structure quels que soient les contraintes initiales, le trajet de chargement et les caractéristiques élastiques du matériau. Les chargements au delà K ne seront pas supportés par la structure.

- La frontière du domaine K devient alors la frontière d'écoulement plastique de la structure et les chargements qui y appartiennent s'appellent ***chargements limites***.

2.1.2.3 Les méthodes « classiques » du traitement du problème vues sous l'angle du Calcul à la Rupture

La méthode des lignes de glissement

La méthode des lignes de glissement est parmi les premières méthodes appliquées pour la résolution du problème de la capacité portante des fondations superficielles. En principe, la méthode s'applique seulement aux problèmes plans ou axisymétriques où il est possible de formuler un système de trois équations aux dérivées partielles à trois inconnues ; les équations à satisfaire sont les deux équations d'équilibre ainsi que la condition imposée par la résistance du sol (critère de Coulomb ou de Tresca) ; les trois inconnues sont les éléments du tenseur des contraintes dans le domaine défini par la structure étudiée. On voit que le problème des contraintes est soluble sans aucune nécessité de faire référence à la loi de comportement. On peut noter que l'idée directrice de la méthode est une transformation du système initial des coordonnées en coordonnées curvilignes suivant les directions des contraintes de cisaillement maximales (définissant aussi les directions de rupture ou de glissement au sol, d'où le nom de la méthode). Une telle transformation des coordonnées conduit à la simplification du système des équations examiné. On note que la même idée de transformation en coordonnées curvilignes peut se trouver aussi chez Caquot & Kerisel (1966) (coordonnées qui suivent la direction de cisaillement nulle, dites « les iso-statiques »), et très récemment dans Puzrin & Randolph (2003a, 2003b), dans un contexte différent, afin de simplifier le traitement de tenseurs de taux de déformations pertinents pour des champs de vitesse tridimensionnels.

La méthode a été lancée par les travaux de Massau (1899) et Kötter (1903, 1909). Le premier a utilisé la méthode de la transformation en coordonnées curvilignes (connue aussi comme méthode « ***des caractéristiques*** ») pour établir la forme des champs de contrainte admissibles du sol, tandis que le second a formulé le système des équations aux dérivées partielles décrivant le problème plan. Prandtl (1920, 1923) fut le premier à fournir une solution analytique exacte de ce système en traitant le problème d'une fondation chargée par une force verticale centrée et reposant sur un sol sans poids volumique. Reissner (1924) et Novotortsev (1938) ont travaillé dans le même esprit sur d'autres configurations de semelles reposant toujours sur un sol sans poids volumique. Caquot

(1934) a introduit l'idée des « états correspondants » afin de remplacer le traitement d'un matériau avec frottement et cohésion par celui d'un matériau correspondant, qui exhibe seulement du frottement. Berezantsev (1952) a traité le problème de configurations de fondations axisymétriques. L'introduction du poids volumique, qui entraînait des complexités significatives au problème, a été traitée par Sokolovskii (1955, 1960, 1965) qui a utilisé un schéma numérique basé sur la méthode des différences finies pour la résolution du système d'équations décrivant le problème. Dans la même logique, on trouve les travaux de Salençon *et al.* (1976), Matar & Salençon (1979) et Salençon & Matar (1982) concernant des fondations filantes et circulaires sur des sols non homogènes.

Il est clair que la méthode des lignes de glissement, en ne faisant aucun appel aux caractéristiques de la loi de comportement du sol avant ou à la rupture, et en ne tentant de construire que des champs de contrainte dans le sol, ne constitue, du point de vue du calcul à la rupture, qu'une approche statique. Étant donné que la construction du champ de contrainte s'effectue localement dans le domaine de la structure où la rupture est attendue, trois cas sont possibles :

a) Le champ de contrainte, localement construit, peut s'étendre dans le domaine entier étudié ; dans ce cas, le champ est dit ***complet*** et la méthode fournit une borne inférieure des charges potentiellement supportables. Le concept de l'extension admissible d'un champ de contrainte sous une semelle filante a été traité en premier lieu par Bishop (1953) et Shield (1954).

b) Le champ de contrainte ne peut pas s'étendre au domaine entier de la structure mais *un champ de vitesse virtuel pertinent lui est associé* : Alors, la méthode devient une approche cinématique par l'extérieur et la frontière du domaine K est approximé « par excès ».

c) Si à la fois le champ de contrainte est complet et associé à un champ de vitesse virtuel pertinent, la solution est dite ***complète*** et elle fournit une valeur exacte de chargement extrême.

On note qu'hors des trois cas mentionnés, on ne peut interpréter le résultat obtenu ni comme borne inférieure ni comme borne supérieure ni comme solution exacte du problème.

La méthode de l'équilibre limite

La méthode de l'équilibre limite, très utilisée encore dans la pratique du génie géotechnique, est basée sur la considération d'un « mode de rupture » dans le sol sous l'action de charges extérieures. Le « mode de rupture » se définit souvent par des formes géométriques simples comme des surfaces planes, circulaires, logarithmiques *etc*. qui divisent le domaine du sol en un nombre de parties séparées. La méthode tient compte de l'équilibre global de chaque partie du sol prise séparément et des conditions imposées par la résistance du matériau constitutif. On voit ainsi que la méthode ne considère pas l'équilibre en ***chaque point*** du sol (*p.ex.* aux points à l'intérieur des parties séparées). Si les hypothèses introduites permettent que le résultat puisse avoir un sens dans le contexte de la théorie du calcul à la rupture, le résultat obtenu est interprétable comme une borne supérieure des chargements potentiellement supportables par le sol de fondation.

Les solutions de Terzaghi (1943) et de Taylor (1948), très communes aux codes de construction et aux cursus de la mécanique de sol, sont obtenues par la méthode de l'équilibre limite.

Dans l'œuvre de Terzaghi (1943) on trouve aussi l'énoncé de la notion de « superposition » concernant la capacité portante d'un milieu frottant avec cohésion, poids volumique et une

surcharge à sa surface. Terzaghi, dans sa formule répandue, a décrit la capacité portante comme la somme de trois termes indépendants :

$$q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma B N_\gamma \tag{2.4}$$

Dans cette expression c, q et γ désignent respectivement la cohésion, la surcharge et le poids volumique du milieu et les facteurs N_c, N_q et N_γ s'obtiennent comme une fonction de l'angle de frottement ϕ du matériau. B est la largeur de la semelle. Ainsi, le problème d'un matériau frottant et cohérent avec surcharge et poids volumique est décomposé en trois problèmes plus simples mais la solution finale ne constitue qu'une approximation de la solution du problème initial. Si N_c, N_q et N_γ sont calculés à travers la construction de champs de contrainte complets, la solution finale est conservative, c'est-à-dire constitue une borne inférieure de la solution du problème initial.

Comme la formule (2.4) était et reste encore abondamment utilisée dans la pratique, plusieurs auteurs ont essayé de calculer l'erreur introduite par l'hypothèse de superposition. Parmi eux, on peut citer Salençon *et al.* (1976) concernant les semelles filantes et Salençon & Matar (1982) concernant les semelles circulaires.

L'analyse limite

C'est par les techniques de l'analyse limite que l'on peut enfin faire le passage de la potentialité à la certitude de la stabilité. Dans l'analyse limite, c'est le dernier élément d'information qui s'introduit : la loi de comportement du matériau constitutif avant et lors la rupture : matériau élastique parfaitement plastique standard[1]. On se place ainsi dans le cadre de plasticité et on cherche la solution au problème d'écoulement plastique libre du système (c'est la condition qui correspond à la rupture du sol).

L'imposition des équations d'équilibre, de la relation contrainte – déformation et de la compatibilité entre taux des déformations et vitesses garantit l'existence et l'unicité d'une solution complète ; un champ de contrainte qui est statiquement (respecte l'équilibre) et plastiquement (respecte le critère de résistance) admissible et le champ de vitesse correspondant, cinématiquement (respecte les conditions aux limites) et plastiquement (est associé avec le champ de contrainte à travers la loi d'écoulement) admissible.

Puisqu'une solution complète au problème de l'écoulement plastique libre n'est pas toujours évidente, on établit, comme pour le calcul à la rupture, la formulation variationnelle duale du problème dans laquelle on essaye d'obtenir la solution à travers deux problèmes d'optimisation. Il s'agit en fait des deux théorèmes de l'analyse limite :

---

[1] Dans le contexte de la théorie de plasticité, un matériau ***standard*** obéit au principe du travail plastique maximal ; la règle de normalité est alors valable et on parle d'une loi d'écoulement associée. Concernant les applications à la mécanique des sols, il était reconnu dès Coulomb (Kerisel, 1973) que les sols n'obéissent pas en général à ce principe (seules les argiles sous chargement non drainé approchent suffisamment le principe du travail plastique maximale) et par conséquence, ce sont des matériaux ***non - standards***. La théorie de l'analyse limite a été étendue aux cas de matériaux de cette classe (Radenkovic (1961), Palmer (1966)) pour lesquels il a été démontré qu'il n'y a pas d'unicité de solution du problème d'écoulement plastique. Il s'ensuit que les solutions complètes possibles (contraintes+vitesses) ne fournissent que des valeurs potentielles de la capacité portante. On revient ainsi aux notions du calcul à la rupture.

1. Le théorème statique, où on essaye de construire le champ de contrainte statiquement et plastiquement admissible qui fournit les efforts extérieurs maximaux.

2. Le théorème cinématique, où on construit le champ de vitesse cinématiquement et plastiquement admissible qui fournit les efforts extérieurs minimaux.

Une présentation théorique plus soigneuse du sujet peut se trouver dans Salençon (1977). Chen (1975) a traité par l'analyse limite un grand nombre d'applications sur le calcul des fondations superficielles, la poussée et butée des terres et la stabilité de talus.

Les théorèmes de l'analyse limite concernent uniquement les chargements limites du système étudié. L'histoire de chargement, comme dans le cas du calcul à la rupture, ne joue aucun rôle.

Le commentaire suivant est valable tant pour les théorèmes de l'analyse limite que pour les approches plus générales du calcul à la rupture.

Du point de vue de leur mise en cadre, les méthodes posent notamment deux problèmes.

- Le premier concerne la construction de champs statiques (cinématiques) qui sont statiquement (cinématiquement) et plastiquement admissibles. Les champs étudiés peuvent être définis soit par une expression analytique soit par une procédure numérique dans le domaine étudié, *p.ex.* par la division du domaine en éléments finis définissant une certaine classe de fonctions pour les champs.

Le premier choix offre l'avantage d'une description directe du champ de vitesse ou de contrainte appliqué. Cependant, la difficulté d'envisager un champ de contrainte ou de vitesse rend ce choix inenvisageable pour des configurations compliquées et une compréhension profonde du problème est en général exigée. Comme exemple, on se réfère à Salençon & Pecker (1995a, b), qui ont étudié le problème de semelles filantes sous une charge inclinée et excentrée en tenant compte des champs de vitesse définis analytiquement à travers un nombre de paramètres géométriques. Récemment, on rélève quelques évolutions marquantes sur la considération des champs analytiques; le travail théorique de Corfdir (1996) a permis la construction de champs de vitesses pertinents pour les problèmes axisymétriques. Michalowski (2001) a considéré une certaine classe des champs de vitesse tridimensionnels pour traiter du problème des semelles carrées et rectangulaires sur des milieux frottants. Il a pu les intégrer afin d'obtenir la puissance résistante totale du système en transformant l'intégrale volumique en un intégrale surfacique au moyen du théorème de la divergence. La même idée avait été introduite par Pecker & Salençon (1991) pour la prise en compte des forces volumiques dans le sol. Puzrin & Randolph (2003a, b) ont présenté une méthode théorique afin de traiter des champs de vitesse tridimensionnels pour les milieux purement cohérents, qui se base sur une transformation en coordonnées curvilignes et simplifie l'évaluation de la puissance résistante sur le domaine tridimensionnel.

Le deuxième choix, celui d'une construction des champs par une procédure numérique, est nécessité parfois par la nature du problème examiné ou favorisé par les grandes capacités du calcul désormais disponibles. Il peut conduire néanmoins à des problèmes d'optimisation qui sont numériquement très lourds. L'emploi de cette technique a commencé dès les années 70 d'après les travaux de Lysmer (1970), Maier *et al.* (1972) et Frémond & Salençon (1973) qui ont utilisé des éléments finis linéaires pour traiter des problèmes de stabilité plans. L'utilisation des éléments finis linéaires est la pratique indiquée jusqu'à aujourd'hui, puisqu'elle conduit à une fonction objectif linéaire.

- Le deuxième sujet de la mise en œuvre des méthodes concerne la procédure d'optimisation. Dans le cas de l'application des éléments finis linéaires aux problèmes plans avec des fonctions de charge linéarisées[1], le problème d'optimisation est linéaire et il peut être traité par des algorithmes classiques, comme les algorithmes « simplex » , ou du point intérieur comme dans Bottero *et al.* (1980), Sloan (1989) ou Sloan & Kleeman (1995). La technique est convenable pour le traitement de problèmes plans. Néanmoins, pour le traitement de problèmes tridimensionnels, la linéarisation de la fonction de charge peut imposer un trop grand nombre de contraintes et le problème numérique devient prohibitivement lourd. Récemment, Lyamin (1999) et Lyamin & Sloan (2002) ont présenté un algorithme d'optimisation de type Newton pour une fonction objectif linéaire soumise à des contraintes linéaires et non-linéaires, tandis que Pastor (2001) et Pastor & Loute (2005) ont formulé pour le même problème, un algorithme de type point intérieur. Ces algorithmes, d'après Lyamin & Sloan (2002), se sont révélés beaucoup plus efficaces que les algorithmes avec des contraintes exclusivement linéarisées.

On note finalement le développement, dans le cadre de l'analyse limite, de la méthode de l'analyse cinématique régularisée au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées. La méthode est basée sur l'idée de trouver une série des solutions visco-plastiques convergeant vers la solution rigide plastique du problème cinématique étudié. La méthode a été lancée par les travaux théoriques de Friâa sous la direction de Frémond (Frémond & Friâa, 1978, Friâa, 1978, 1979). Droniuc *et al.* (2003) ont décrit les bases théoriques, la programmation et la validation de l'analyse cinématique régularisée.

L'évolution élastoplastique de la structure

Si l'on admet une loi de comportement élastoplastique pour le matériau constitutif de notre structure, on peut en principe étudier aussi son évolution élastoplastique entière à partir d'un état d'autocontrainte initiale jusqu'à sa ruine plastique en suivant un trajet de chargement spécifique. Les problèmes géotechniques peuvent être traités par une telle logique à travers des méthodes numériques, notamment celles des éléments finis et des différences finies. La technique est très commode si l'objectif de l'étude est l'évolution élastoplastique du système et la méthode a connu une vraie explosion après les années 70, avec un nombre énorme de références sur le sujet. Mestat & Prat (1999) donnent des guides sur l'utilisation des éléments finis dans les problèmes géotechniques. La puissance de calcul des ordinateurs permet désormais l'introduction dans la méthode d'un ensemble de caractéristiques subtiles du comportement des sols. Par exemple, Siddiquee *et al.* (1999) ont élaboré des analyses par éléments finis où ils ont pris en compte l'anisotropie, l'influence de la pression hydrostatique, l'écrouissage non-linéaire, le comportement dilatant par une loi d'écoulement non associée et l'apparition de bandes de cisaillement dans le sol. Un tel modèle leur a permis de faire apparaître numériquement des phénomènes délicats (effet d'échelle *etc.*) mis en évidence par les résultats expérimentaux sur la capacité portante des sables. Par ailleurs, Griffiths *et al.* (2002) ont recouru à de multiples analyses par éléments finis afin d'évaluer l'effet sur la capacité portante des sols cohérents avec une cohésion vue comme une variable stochastique.

---

[1] En général, la méthode exige que la fonction de charge soit régulière, par conséquent, le critère de Coulomb est approximé par une fonction de charge régulière qui est en suite linéarisée.

Cependant la méthode présente aussi des défauts importants : les dimensions finies du maillage posent le problème de la représentativité des conditions aux limites. De plus, l'état d'écoulement plastique libre du système n'est obtenu que comme la limite d'une série d'états d'écoulement plastique confinés par les régions élastiques du système. Ce passage à la limite en général est très difficile du point de vue numérique, à tel point que, parfois, la fiabilité du résultat ne peut pas être assurée. Finalement, on ne peut pas donner une interprétation physique aux résultats de l'analyse ; on ne peut pas affirmer qu'ils sont des bornes supérieures ou inférieures et des modifications même petites sur des détails de la modélisation (densité du maillage, dimensions du domaine, trajet de chargement) peuvent parfois changer considérablement le résultat final.

La pratique de la méthode peut par ailleurs être améliorée en en vérifiant les résultats par le calcul à la rupture. Si par exemple, des bornes inférieures et supérieures des charges limites sont obtenues à travers la méthode statique et cinématique, elles peuvent servir à la validation des résultats sortis par un calcul d'évolution élastoplastique de la structure. Une logique inverse peut aussi s'appliquer notamment concernant l'approche cinématique ; puisque des champs de déformations sont calculés dans chaque étape de l'évolution élastoplastique de la structure étudiée, ceux – ci peuvent permettre de préciser approximativement, même avant la ruine plastique, la forme du champ de vitesse lors de la rupture. Cela peut se révéler très utile dans le cas de chargements complexes, où il est difficile d'imaginer le mécanisme de la rupture. Ainsi, il est possible d'obtenir des classes de champs de vitesse réalistes à utiliser dans l'approche cinématique. Cette interconnexion entre un modèle numérique d'évolution élastoplastique et des bornes inférieures et supérieures par l'analyse limite a été utilisée dans de nombreux travaux comme par exemple chez Bransby & Randolph (1998, 1999).

2.1.2.4 Développements récents

L'analyse précédente a permis d'analyser chaque méthode sous l'angle du calcul à la rupture, l'objectif étant toujours la détermination la plus exacte du domaine des chargements supportables « potentiellement » ou « effectivement » par la structure selon les données du problème. Vers cet objectif commun, toutes les méthodes se rencontrent sur la frontière du domaine K et c'est simplement le chemin (« par défaut », « par excès ») et le « langage » (« statique » ou « cinématique ») qui changent selon le cas.

Comme une présentation exhaustive de la littérature sur le sujet est pratiquement impossible à cause de son volume énorme, on va présenter ci-dessous un nombre de publications très récentes, qui indiquent que les méthodes susmentionnées servent encore aux besoins de la recherche sur la capacité portante des fondations superficielles. On note qu'un état des connaissances récent sur les méthodes de calcul de la portance des fondations superficielles peut être trouvé dans Magnan *et al.* (2004).

Al-Shamrani (2005) vient de présenter des bornes supérieures de la capacité portante des semelles filantes reposant sur des sols cohérents anisotropes non homogènes par l'approche cinématique du calcul à la rupture. Par l'introduction de mécanismes « des blocs », il est arrivé à l'expression analytique directe des bornes supérieures proposées, qui en plus constituent les meilleures bornes connues dans le cas de non homogénéité prépondérante au sol.

Dans le même esprit, dans Przewłócki (2005) on trouve une modification de la méthode classique des « caractéristiques » ; la technique numérique des différences finies stochastique est introduite

afin de traiter du problème de la capacité portante d'une semelle filante sur une couche de sol qui présente des paramètres de résistance stochastiques.

Dans le domaine des analyses par éléments finis, Bouzid *et al.* (2005) ont introduit une technique simplificatrice d'analyses en 3D ; des solutions en 2D sur un nombre de « tranches » du modèle sont modifiées, selon des conditions appliquées aux interfaces entre les « tranches », pour obtenir une solution approximative du problème tridimensionnel.

Par ailleurs, Zhu & Michalowski (2005) ont présenté de nouveau facteurs de forme pour les semelles circulaires et carrées en élaborant une série d'analyses numériques de l'évolution élastoplastique du système tridimensionnel par la méthode des éléments finis. Le sol était traité comme un matériau de Coulomb avec une loi de comportement non associée.

Dans le domaine de l'analyse limite, Li & Yu (2005) ont présenté un nouvel algorithme pour la résolution du problème d'optimisation non-linéaire obtenu par l'approche cinématique appliquée aux milieux frottants (critère de Drucker – Prager) ; Kobayashi (2005) a introduit une méthode d'analyse (« hybrid type rigid plastic finite element analysis ») qui combine les théorèmes cinématique et statique. Dans chaque étape d'une procédure itérative, il effectue la minimisation d'une quantité qui exprime la marge entre la fonctionnelle de l'approche statique et celle de l'approche cinématique et tente ainsi d'approximer directement la solution exacte du problème. Les fonctionnelles statiques et cinématiques, liées par la dualisation mathématique du problème, sont définies dans un domaine d'éléments finis. L'optimisation s'effectue par un algorithme de point intérieur. Une nouvelle application de l'approche statique a été mise en œuvre par Liu *et al.* (2005) dans le cadre de la méthode des éléments de frontière.

Boulbibane & Ponter (2005a, b) ont appliqué une variation de l'approche cinématique où l'état de contrainte d'un matériau élastoplastique est approximé par celui d'un matériau linéaire visqueux fictif (« linear matching method »). Par cette méthode ils ont traité du problème de la capacité portante des semelles filantes sur un demi-espace bi – couche.

Dans Salgado *et al.* (2004) on trouve des applications de la technique susmentionnée de Lyamin & Sloan (2002) au calcul des bornes supérieures de la capacité portante de semelles filantes, carrées, rectangulaires et circulaires sur des argiles non homogènes. Par la même méthode, Hjiaj *et al.* (2005) s'attachent à l'évaluation du facteur N_γ des semelles filantes sur des sols frottants sans cohésion.

Cette liste indicative démontre en fait que le problème si fondamental de la capacité portante n'est pas encore épuisé et qu'il continuera à offrir de nouveaux sujets de recherche sur tous ses aspects théoriques et appliqués.

2.1.3 Méthodes empiriques et expérimentales

Ce paragraphe est consacré à une brève revue des méthodes empiriques ou expérimentales concernant le problème de la capacité portante des fondations superficielles. Le domaine est aussi très riche et comme cette thèse porte sur une orientation théorique on se restreint à la référence d'un petit nombre des travaux marquants. Dans cette grande famille de méthodes on peut inclure :

- Des travaux qui se basent sur l'expérimentation au laboratoire. Une classification potentielle des travaux expérimentaux pourrait être : essais sur massifs de sol, essais en centrifugeuse, essais sur table vibrante.
- Des travaux qui se basent sur des essais sur site.

2.1.3.1 Expérimentation au laboratoire

Tests de fondations sur massifs de sol

Dès l'apparition de la formule (2.4) de Terzaghi, il y a eu un grand nombre de campagnes d'essais en laboratoire dans le but de valider ou d'améliorer son domaine de validité. La modification la plus connue est celle proposée par Brinch Hansen (1961) qui visait à tenir compte des caractéristiques géométriques de la fondation et du chargement par l'introduction d'une série de facteurs correctifs. La capacité portante peut ainsi s'exprimer par une relation comme ci dessous :

$$q_u = s_c i_c d_c g_c b_c c N_c + s_q i_q d_q g_q b_q q N_q + \frac{1}{2} s_\gamma i_\gamma d_\gamma g_\gamma b_\gamma \gamma B' N_\gamma \tag{2.5}$$

Les facteurs s_k, i_k, d_k, g_k, b_k avec $k = c, q, \gamma$ se réfèrent à la forme de la semelle, l'inclinaison de la charge, la profondeur de la semelle, l'inclinaison de la surface du sol et de la base rocheuse respectivement. La quantité B' désigne une largeur de semelle modifiée selon l'excentricité de charge. Pour la détermination de ces facteurs ainsi que du facteur N_γ , plusieurs séries d'essais de fondations sur massifs de sol ont été développées, dont Meyerhof (1963), Brinch Hansen (1970) et Vesic (1973, 1975). Zadroga (1994) et Magnan *et al.* (2004) offrent une grande liste de propositions faites pour l'évaluation des facteurs de la formule (2.5).

Il a été bientôt réalisé que la formule (2.4) et sa modification (2.5) pourraient être remplacées par une représentation concrète des charges limites ultimes dans l'espace des paramètres de chargement sous la forme de surfaces désignant la frontière du domaine K ou sous la forme de diagrammes d'interaction entre deux paramètres de chargement spécifiques[1]. Dans cet esprit et pour le problème de la butée d'une paroi agissant sur un massif plastique en forme de coin (paramètres de chargement : force verticale N, moment M), Salençon (1972, 1974) a introduit la représentation de la surface ultime du système comme une courbe dans le plan (N, M). Dès qu'une telle surface est établie, il est facile de l'approximer par une expression analytique. C'est dans cet esprit que l'on trouve les travaux de Nova & Montrasio (1991) et Butterfield & Gottardi (1994) pour le comportement des sables ainsi que de Martin (1994) et Martin & Houlsby (2000, 2001) portant sur des fondations de structures offshore sur des argiles. Un moyen d'essais original, dit le « swipe test », est utilisé dans Gottardi *et al.* (1999). Cette technique donne un accès direct à la forme de la surface de charge. Initiallement, on applique sur la fondation un déplacement vertical qui amène le sol à un état de plastification. Ensuite, un déplacement horizontal, une rotation ou une combinaison de deux est imposée, le déplacement vertical étant maintenu constant. Cette phase est accompagnée par le développement d'une force horizontale V et d'un moment M et par une diminution significative de la force verticale N. Il est ainsi possible de suivre la trace de

[1] La première apparition de cette idée est probablement due à Prager (1955) qui introduit la notion de contraintes et de déformations généralisées. Comme indiqué par Houlsby & Cassidy (2002) l'idée de représenter les charges ultimes d'une fondation dans l'espace {N, V, M} a été introduite par Roscoe & Schofield (1956) dans l'étude d'un système des pieux courts.

N, V et M dans l'espace $\{N, V, M\}$. Cette courbe est la trace de la surface de charge de la fondation dans le plan NV ou NM. Des résultats de « swipe tests » sont présentés sur la Figure 2.3.

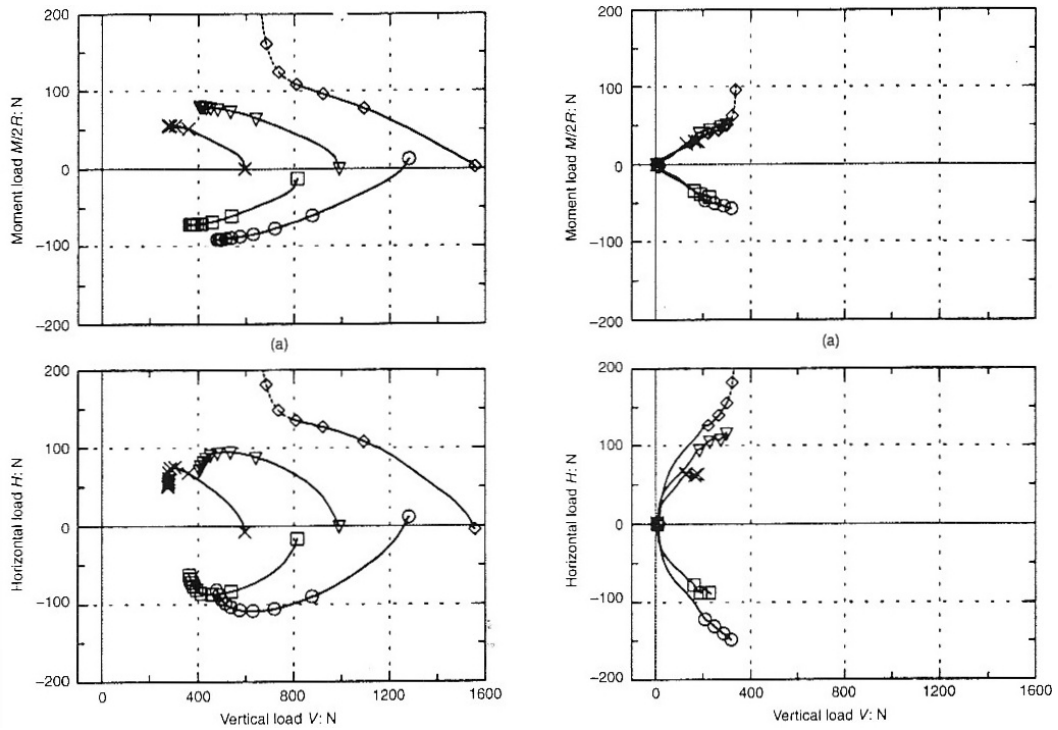


Figure 2.3 – Résultats de « Swipe tests » d'après Martin & Houlsby (2000)

Dans le domaine du génie parasismique, des campagnes d'essais sur des massifs de sol ont été conçues afin de modéliser le comportement des fondations avant et lors de la rupture sous un chargement de type sismique. Pedretti (1998) et Negro *et al.* (2000) décrivent une telle série de tests à grande échelle effectués au sein du projet Trisee (Trisee, 1998). Un chargement cyclique, dont l'amplitude était contrôlée, était appliqué à la fondation et sa réponse était étudiée sous différents niveaux d'amplitude des charges, de la phase quasi-linéaire à la phase des non-linéarités matérielles ou géométriques et jusqu'à la rupture.

Un exemple illustratif des potentialités de la centrifugeuse pour l'étude des fondations superficielles est la série d'essais effectuées par Garnier & Pecker (1999) pour aider à la conception et la justification du système de fondations proposé pour les pylônes du Pont de Rion – Antirion dont une description peut se trouver dans Teyssandier *et al.* (2000) et dans Pecker (2005). La représentation schématique de la fondation proposée apparaît sur la Figure 2.4 ; une semelle circulaire de 90m de diamètre repose sur le sol qui est renforcé par environ 200 tubes métalliques de 2m de diamètre et de 25 à 30m de fiche. L'interface sol – semelle est formé par une couche de ballast de plusieurs mètres d'épaisseur. Les essais étaient effectués sous 100g. Un modèle de la fondation à l'échelle 1/100 a été soumis à une force verticale constante et à une combinaison d'un effort horizontal et d'un moment cycliques. Tous les essais se sont terminés par un chargement

monotone horizontal jusqu'à la rupture. Les essais ont ainsi permis la détermination des chargements extrêmes et l'étude du comportement cyclique de la fondation.

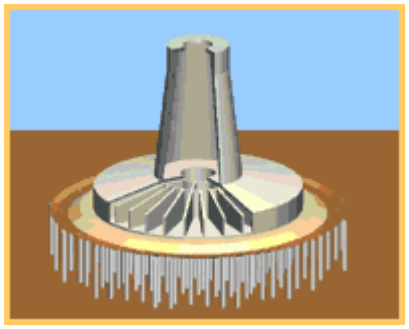
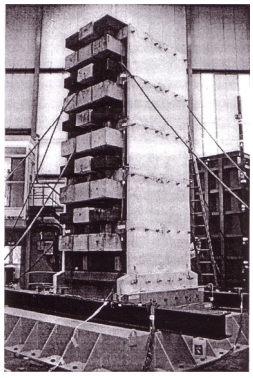


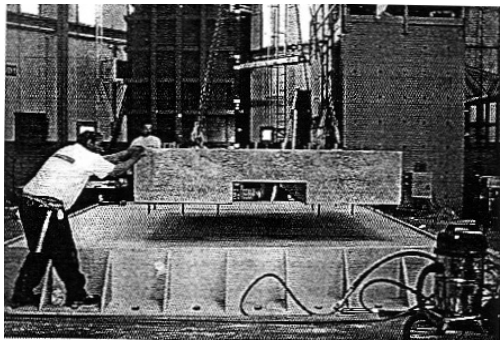
Figure 2.4 – Schéma représentant la fondation des pylônes du Pont de Rion – Antirion (Pecker, 2005)

Essais dynamiques sur table vibrante

Les dispositifs de tables vibrantes sont notamment utilisés pour l'étude du comportement sismique de structures de génie civil ; néanmoins des essais sur le comportement des fondations superficielles ont aussi été réalisés. Par exemple, une série d'essais, nommée CAMUS IV, a eu lieu sur la table vibrante Azalée du CEA Saclay en Octobre 1999. Il s'agissait d'un modèle à l'échelle 1/3 d'une structure à cinq étages. Alors que des tests précédents avaient été réalisés avec un encastrement total de la base de la structure, le modèle de CAMUS IV reposait sur un bac de sable, ancré à la table vibrante comme détaillé par Crémer (1999a, b). Le modèle a été testé horizontalement pour deux accélérogrammes différents de niveaux croissants d'excitation de 0.05g à 1.1g. Les essais ont permis de retrouver toutes les caractéristiques de la rupture d'une fondation superficielle sous charges sismiques ; le fort décollement au niveau de l'interface sol – fondation, les boucles d'hystérésis de la réponse de la structure représentant la dissipation d'énergie dans le sable, la présence d'un tassement et d'une rotation résiduels non négligeables en fin de sollicitation. Le modèle et la mise en place de la fondation sont présentés sur la Figure 2.5.



(a)



(b)

Figure 2.5 – Essais CAMUS IV: a) Modèle de structure, b) Mise en place de la fondation (Combescure & Chaudat, 2000)

On peut noter que l'utilisation des équipements puissants pour l'étude de la stabilité dynamique des fondations superficielles, comme les centrifugeuses et les tables vibrantes, a offert une motivation forte vers la prise en compte des déplacements permanents pour leur conception, suivant les idées de Newmark (1965). La mise en évidence des mécanismes de rupture et l'étude détaillée de leurs caractéristiques, suivies par des évaluations quantitatives concrètes des déplacements et des rotations permanentes à travers des essais en centrifugeuse ou sur table vibrante, ont fourni la vérification expérimentale de nombreux modèles théoriques visant à la description plus rationnelle du phénomène d'interaction dynamique sol – structure.

2.1.3.2 Tests sur site

On peut clore cette courte présentation sur les méthodes empiriques et expérimentales du problème de la capacité portante, en faisant une brève référence à l'utilisation des méthodes de reconnaissance des sols *in situ* pour l'étude du problème de la détermination de la force portante des fondations superficielles. Les techniques reconnues du pénétromètre et du pressiomètre sont surtout utilisées afin d'obtenir une corrélation entre des quantités mesurées en place et des paramètres de résistance ou de déformabilité des sols. Parfois, l'incertitude qui porte sur les méthodes théoriques du calcul, comme l'application de l'équation (2.5), où un grand nombre de facteurs doit être déterminé, conduit à l'établissement de corrélations directes entre les résultats d'un essai en place et la force portante des fondations. Dans cet esprit, Parry (1977) a corrélé le nombre N_{SPT} à la capacité portante des fondations sur sables. Récemment, Lee & Salgado (2005) ont estimé la capacité portante des semelles circulaires sur sables en se référant aux essais CPT. Ils ont ainsi pu valider leur méthode à l'aide d'analyses numériques non-linéaires par éléments finis.

Par ailleurs, la capacité portante des fondations a été corrélée avec des résultats des essais pressiométriques. Les règles de calcul des semelles superficielles, de nature empirique, ont été établies par L. Ménard (1963). En France, où la pratique du pressiomètre est très populaire, ces règles ont été codifiées dans le fascicule 62 titre V du CCTG (1984), comme le note Baguelin (2005).

2.1.4 Remarques finales

Les paragraphes précédents ont montré la complexité et les difficultés du problème de détermination de la force portante des fondations superficielles. La grande variété des méthodes théoriques et expérimentales et l'observation que ces méthodes continuent à évoluer soulignent le fait que même si, d'un point de vue pratique, il y a des règles pour la conception, il reste encore des questions ouvertes vers l'optimisation de nos méthodes. L'élément moteur du progrès reste toujours la remise en question des pratiques habituelles.

2.2 Résumé de l'approche cinématique du Calcul à la Rupture

Le contenu de ce paragraphe porte sur une présentation théorique de l'approche cinématique par l'extérieur du calcul à la rupture. Aux paragraphes §2.1.2.1 et §2.1.2.2 on en a brièvement introduit les notions élémentaires ainsi que les approches par lesquelles la théorie est mise en œuvre en pratique. On a souligné qu'à partir de trois données (géométrie, chargement, résistance), la méthode peut fournir l'ensemble de tous les chargements qui sont « potentiellement » supportables par la structure. On a parlé de paramètres de chargement (§2.1.2.2) dans l'espace desquels on a défini le domaine K (§2.1.2.2) pour désigner la frontière entre les chargements non supportables et les chargements « potentiellement » supportables. On a encore énoncé que l'approche cinématique par l'extérieur, en se basant sur la connaissance des conditions imposées par la résistance des matériaux constitutifs de la structure et sur le principe de puissances virtuelles, fournit une approximation « par excès » du domaine K. Dans la suite, on tente d'expliciter mathématiquement ces idées. On reprend les notations et les symboles utilisés par Salençon (2002a).

2.2.1 Introduction du principe de puissances virtuelles

Définition de la géométrie

On introduit premièrement la géométrie de la structure, qui peut être vue comme un domaine Ω de l'espace tridimensionnel $\mathbb{R}^3$. Chaque point de la structure est représenté par un vecteur $\underline{x}$. On désigne par $\partial\Omega$ le contour de la structure.

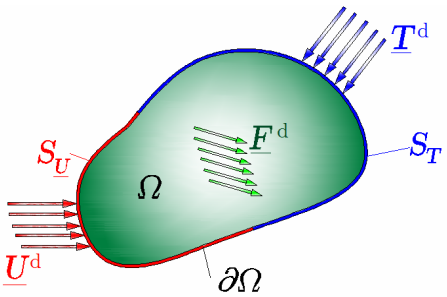


Figure 2.6 – Configuration d'une structure soumise à un chargement général

Définition du chargement et des conditions aux limites

On introduit à la suite, un chargement sur la géométrie de la structure. Ce chargement comporte en général :

- Un champ de forces volumiques $\underline{F}^{\mathrm{d}}(\underline{x})$ défini dans Ω.
- Sur une partie du contour $\partial\Omega$, soit S_T, des vecteurs de contrainte $\underline{T}^{\mathrm{d}}(\underline{x}), \underline{x} \in S_T$, définissant les conditions aux limites par rapport aux efforts.
- Sur la partie $S_U \equiv \partial\Omega - S_T$, des vecteurs de vitesses $\underline{U}^{\mathrm{d}}(\underline{x}), \underline{x} \in S_U$, définissant les conditions aux limites par rapport aux vitesses.

L'exposant « d » indique des quantités données. La Figure 2.6 illustre la configuration d'une structure sous un chargement général.

Introduction des champs de vitesse et de contrainte admissibles

Ayant défini la géométrie de la structure ainsi que son chargement, on introduit maintenant le concept de champs de vitesse et de contrainte admissibles avec les données en vitesse et en efforts respectivement.

Tout champ de vitesse $\underline{U}$ qui vérifie :

$$\text{(2.6)} \qquad \begin{cases} \underline{U} \text{ continu et continûment differentiable, par morceaux sur } \Omega \\ \underline{U}(\underline{x}) = \underline{U}^{\mathrm{d}}(\underline{x}), \forall \underline{x} \in S_U \end{cases}$$

est dit ***cinématiquement admissible*** avec les données en vitesses.

De la même manière, on définit les champs de contrainte statiquement admissibles. Tout champ de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$ qui vérifie :

$$\text{(2.7)} \qquad \begin{cases} \underline{\underline{\sigma}} \text{ continu et continûment differentiable, par morceaux sur } \Omega \\ \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x}) = \underline{T}^{\mathrm{d}}(\underline{x}), \quad \forall \underline{x} \in S_T \\ \operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) + \underline{F}^{\mathrm{d}}(\underline{x}) = 0, \quad \forall \underline{x} \in \Omega \\ [\![\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})]\!] \cdot \underline{n}(\underline{x}) = 0, \forall \underline{x} \in \Sigma_{\underline{\underline{\sigma}}} \end{cases}$$

est dit ***statiquement admissible*** avec les données en efforts.

Dans (2.7), $\underline{n}(\underline{x})$ désigne le vecteur unitaire positif normal au point $\underline{x}$. $\Sigma_{\underline{\underline{\sigma}}}$ est une surface de discontinuité du champ de contrainte. Le symbole $[\![a]\!]$ désigne la discontinuité d'une quantité a.

Paramètres de chargement

On peut maintenant définir la notion de paramètres de chargement, introduite au §2.1.2.2. On considère un champ de contrainte statiquement admissible, soit $\underline{\underline{\sigma}}$, et un champ de vitesse virtuel cinématiquement admissible $\hat{\underline{U}}$ [1]. On note par $\mathcal{P}_{(\mathrm{e})}$ la puissance virtuelle de tous les efforts appliqués au système, c'est-à-dire des forces volumiques $\underline{F}^{\mathrm{d}}(\underline{x})$, des vecteurs de contrainte $\underline{T}^{\mathrm{d}}(\underline{x})$ sur S_T et des efforts sur S_U correspondant au champ de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$:

$$\text{(2.8)} \qquad \mathcal{P}_{(\mathrm{e})} = \int_{\Omega} \underline{F}^{\mathrm{d}}(\underline{x}) \cdot \hat{\underline{U}}(\underline{x}) \mathrm{d}\Omega + \int_{S_T} T^{\mathrm{d}}(\underline{x}) \cdot \hat{\underline{U}}(\underline{x}) \mathrm{d}S_T + \int_{S_U} \left(\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x})\right) \cdot \hat{\underline{U}}^{\mathrm{d}}(\underline{x}) \mathrm{d}S_U$$

La définition des paramètres de chargement s'accomplit par l'introduction des applications linéaires :

$$\text{(2.9)} \qquad \begin{cases} \underline{\underline{\sigma}} \mapsto \underline{Q}\left(\underline{\underline{\sigma}}\right) \in \mathbb{R}^n \\ \hat{\underline{U}} \mapsto \hat{\underline{q}}\left(\hat{\underline{U}}\right) \in \mathbb{R}^n \end{cases}$$

[1] Le chapeau ^ désigne une quantité virtuelle.

telles que la condition suivante soit satisfaite :

$$(2.10)\qquad \begin{cases} \forall \hat{\underline{U}} \text{ cinématiquement admissible, } \forall \underline{\underline{\sigma}} \text{ statiquement admissible} \\ \mathcal{P}_{(e)} = \underline{Q}\left(\underline{\underline{\sigma}}\right) \cdot \hat{\underline{q}}\left(\hat{\underline{U}}\right) \end{cases}$$

Dans (2.10) les éléments $Q_1, Q_2, \cdots, Q_n$ du vecteur $\underline{Q}$ s'appellent ***paramètres de chargement*** de la structure. Le vecteur $\hat{\underline{q}}$ s'appelle ***taux de déformation*** global de la structure. La dimension n des vecteurs $\underline{Q}$ et $\hat{\underline{q}}$ est $n = k + l$, où k est la dimension d'une base de paramètres scalaires décrivant les données en efforts et l, la dimension d'une base de paramètres scalaires décrivant les données en vitesses.

On rappelle la définition du domaine K : l'ensemble de tous les chargements $\underline{Q}$ « potentiellement supportables » par la structure.

Principe des puissances virtuelles

Le principe des puissances virtuelles peut alors se formuler comme suit :

$$(2.11)\qquad \begin{cases} \forall \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \text{ statiquement admissible} \\ \forall \hat{\underline{U}}(\underline{x}) \text{ virtuel cinématiquement admissible} \\ \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) : \hat{\underline{\underline{d}}}(\underline{x}) \, \mathrm{d}\Omega + \int_{\Sigma_{\underline{U}}} \left[\!\left[\hat{\underline{U}}(\underline{x})\right]\!\right] \cdot \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x}) \, \mathrm{d}\Sigma_{\underline{U}} = \underline{Q} \cdot \hat{\underline{q}} = \mathcal{P}_{(e)}\left(\underline{Q}, \hat{\underline{U}}\right) \end{cases}$$

Le tenseur $\hat{\underline{\underline{d}}}(\underline{x})$ désigne le tenseur des taux de déformations défini par l'expression :

$$\hat{d}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\hat{U}_{i,j} + \hat{U}_{j,i}\right)$$

alors que $\Sigma_{\underline{U}}$ les surfaces de discontinuité du champ de vitesse. L'équation (2.11) énonce que la puissance des efforts extérieurs est égale à la puissance résistante dans la structure exprimée par le premier membre de (2.11).

Le principe des puissances virtuelles constitue le premier fondement de l'approche cinématique par l'extérieur. Le deuxième est la résistance du matériau constitutif de la structure.

2.2.2 Introduction de la résistance du matériau constitutif

Domaine de résistance

La résistance du matériau constitutif de la structure s'exprime par le domaine de résistance $G(\underline{x}) \subset \mathbb{R}^6$, défini à chaque point $\underline{x}$ de la structure. $G(\underline{x})$ est l'ensemble des états de contrainte admissibles en ce point :

$$(2.12)\qquad \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \subset \mathbb{R}^6 \Leftrightarrow \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \text{ est admissible en } \underline{x}$$

Comme il a été souligné auparavant, le domaine de résistance $G(\underline{x})$ est, conformément à l'expérience, supposé ***convexe***.

Les fonctions π

On cherche à construire une approche « par excès » du domaine K. Notre approximation repose sur le fait que l'on ne peut pas explicitement décrire les champs de vitesse (cinématiquement admissible) et de contrainte (statiquement admissible) qui satisfont (2.11). Si on le pouvait, on serait capable de construire directement la frontière du domaine K. Aussi, on décide de violer la condition d'équilibre et de calculer le premier membre de (2.11) en faisant une sélection spécifique du champ de contrainte. Notre sélection s'appuie sur la connaissance du domaine $G(\underline{x})$; pour tout champ de vitesse virtuel $\hat{\underline{U}}$ cinématiquement admissible, on définit les fonctions π :

(2.13) $$\pi\left(\underline{x},\hat{\underline{\underline{d}}}\right) = \sup\left\{\underline{\underline{\sigma}}'(\underline{x}) : \hat{\underline{\underline{d}}}(\underline{x}) \mid \underline{\underline{\sigma}}'(\underline{x}) \in G(\underline{x})\right\}$$

(2.14) $$\pi\left(\underline{x},\underline{n}(\underline{x}),\left[\!\left[\hat{\underline{U}}(\underline{x})\right]\!\right]\right) = \sup\left\{\left[\!\left[\hat{\underline{U}}(\underline{x})\right]\!\right]\cdot\underline{\underline{\sigma}}'(\underline{x})\cdot\underline{n}(\underline{x}) \mid \underline{\underline{\sigma}}'(\underline{x}) \in G(\underline{x})\right\}$$

Or, on peut dire qu'à travers les fonctions π et en chaque point $\underline{x}$, on choisit le champ de contrainte qui est admissible par rapport à $G(\underline{x})$ afin de majorer les intégrales du premier membre de (2.11). Par l'introduction de ce champ de contrainte en tous les points de la structure l'équilibre est violé et l'égalité en (2.11) devient désormais une inégalité, vraie pour tout chargement potentiellement supportable ($\underline{Q} \in K$) et tout champ de vitesse virtuel $\hat{\underline{U}}$ cinématiquement admissible :

(2.15) $$\begin{cases} \forall \underline{Q} \in K, \quad \forall \hat{\underline{U}} \text{ cinématiquement admissible} \\ \int_{\Omega} \pi\left(\underline{x},\hat{\underline{\underline{d}}}(\underline{x})\right)\mathrm{d}\Omega + \int_{\Sigma_{\underline{U}}} \pi\left(\underline{x},\underline{n}(\underline{x}),\left[\!\left[\hat{\underline{U}}(\underline{x})\right]\!\right]\right)\mathrm{d}\Sigma_{\hat{\underline{U}}} \geq \underline{Q}\cdot\dot{\underline{q}}\left(\hat{\underline{U}}\right) = \mathcal{P}_{(e)}\left(\underline{Q},\hat{\underline{U}}\right) \end{cases}$$

Le premier membre de (2.15) s'appelle ***puissance résistante maximale***, est noté par $\mathcal{P}_{\mathrm{rm}}$ et il est fonction du champ de vitesse virtuel considéré et du domaine de résistance $G(\underline{x})$:

(2.16) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm}}\left(\hat{\underline{U}}\right) = \int_{\Omega} \pi\left(\underline{x},\hat{\underline{\underline{d}}}(\underline{x})\right)\mathrm{d}\Omega + \int_{\Sigma_{\underline{U}}} \pi\left(\underline{x},\underline{n}(\underline{x}),\left[\!\left[\hat{\underline{U}}(\underline{x})\right]\!\right]\right)\mathrm{d}\Sigma_{\hat{\underline{U}}}$$

Les fonctions π s'appellent fonctions de ***densité de puissance résistante maximale***.

L'inégalité (2.15) s'écrit plus commodément :

(2.17) $$\begin{cases} \forall \underline{Q} \in K, \quad \forall \hat{\underline{U}} \text{ cinématiquement admissible} \\ \mathcal{P}_{\mathrm{rm}}\left(\hat{\underline{U}}\right) \geq \mathcal{P}_{(e)}\left(\underline{Q},\hat{\underline{U}}\right) \end{cases}$$

Salençon (1983) donne le calcul des fonctions π, notamment pour une liste de critères de résistance usuels, valables pour les milieux continus isotropes bi- et tridimensionnels et pour les interfaces isotropes.

2.2.3 Mise en oeuvre de l'approche cinématique par l'extérieur

Procédure du calcul

L'approche cinématique par l'extérieur se concrétise alors en exploitant directement l'inégalité (2.17). D'un côté, la connaissance du domaine de résistance et de la géométrie nous permet l'évaluation de la puissance résistante maximale de la structure dans un champ de vitesse virtuel $\underline{\hat{U}}$ donné ; ainsi on obtient le premier membre en (2.17). De l'autre côté, l'utilisation d'un champ de vitesse virtuel et la connaissance de la configuration de charges sur la structure nous permettent de déterminer le vecteur de taux de déformation global $\underline{\dot{q}}\left(\underline{\hat{U}}\right)$ et ainsi de trouver tous les paramètres scalaires $Q_1, Q_2, \cdots, Q_n$ qui satisfont (2.17). La frontière de ces paramètres définit un hyperplan dans l'espace $\mathbb{R}^n$ des paramètres de chargement. Comme il est présenté sur la Figure 2.7, si l'on répète l'opération pour plusieurs champs de vitesse virtuels $\underline{\hat{U}}_1, \underline{\hat{U}}_2, \cdots, \underline{\hat{U}}_n$, on peut construire une région convexe dans $\mathbb{R}^n$ à l'intérieur de laquelle se trouve le domaine K. Ce résultat découle directement de (2.17).

On voit ainsi comment on aboutit à la construction d'une approximation « par l'extérieur » de la frontière du domaine K. La qualité de notre approximation dépend du choix des champs de vitesse virtuels. Par ailleurs, il est important de noter (Salençon, 2002) que sous réserve d'hypothèses mathématiques complémentaires[1], la formulation (2.17) fournit la ***définition duale exacte*** du domaine K. Cela signifie que l'exploitation de ***tous*** les champs de vitesse virtuels cinématiquement admissibles engendrera exactement la frontière du domaine K. Cette remarque attache de la valeur pratique à l'approche cinématique ; la sélection appropriée des champs de vitesse virtuels peut conduire à une approximation proche (ou parfois à une détermination exacte) de la frontière de K.

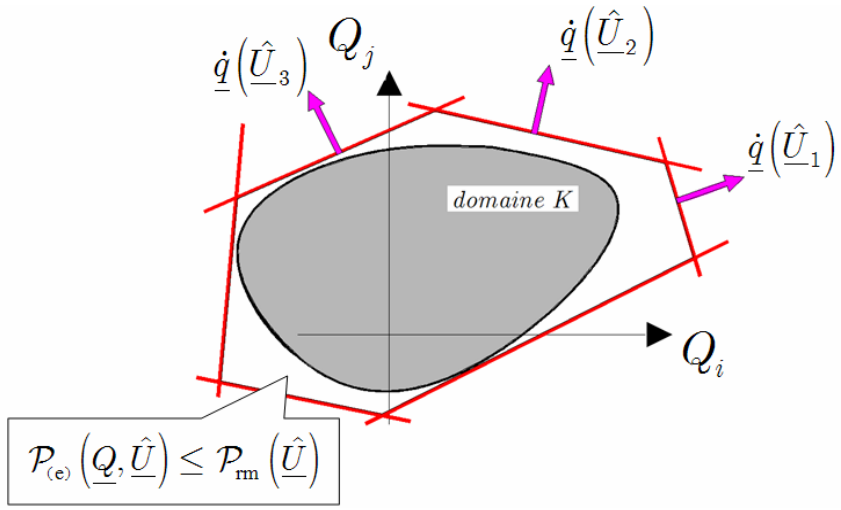


Figure 2.7 – Approche cinématique par l'extérieur du calcul à la rupture

[1] Une discussion plus approfondie de cette question peut se trouver dans Nayrolles (1970), Frémond & Friâa (1978) et Friâa (1978) comme il est indiqué par Salençon (2002a).

Champs de vitesse virtuels pertinents

La remarque précédente souligne l'importance d'une sélection appropriée de champs de vitesse virtuels à appliquer dans (2.17). Même si l'on ne peut pas prédire la configuration des champs de vitesse virtuels qui donneront la meilleure approximation de K, on peut au moins exclure les champs qui ne donneront aucune information valable. Tels sont les champs pour lesquels, soit la puissance des efforts extérieurs est nulle ($\mathcal{P}_{(e)}\left(\underline{Q},\underline{\hat{U}}\right)=0$), soit la puissance résistante maximale est infinie ($\mathcal{P}_{rm}\left(\underline{\hat{U}}\right)=\infty$). Concernant le deuxième cas, il résulte de (2.16) que la puissance résistante maximale est finie à condition que les deux termes de (2.16) soient finis :

$$\begin{cases} \pi\left(\underline{x},\underline{\underline{\hat{d}}}(\underline{x})\right)<+\infty \\ \pi\left(\underline{x},\underline{n}(\underline{x}),\left[\!\left[\underline{\hat{U}}(\underline{x})\right]\!\right]\right)<+\infty \end{cases} \tag{2.18}$$

Les champs de vitesse virtuels qui respectent les conditions (2.18) s'appellent champs de vitesse virtuels ***pertinents***. Les conditions de pertinence pour les champs de vitesse virtuels dépendent exclusivement du critère de résistance du matériau constitutif. On voit ainsi que l'introduction de champs de vitesse virtuels cinématiquement admissibles pertinents est faite, simplement d'un point de vue pratique, afin que les résultats de (2.17) ne soient pas banals. Dans le contexte de l'approche cinématique du calcul à la rupture, la considération des conditions de pertinence n'a aucun rapport avec des éléments de la loi constitutive du matériau, *p.ex.* la loi d'écoulement, comme y insiste Salençon (2002a).

2.3 Semelles filantes : Rappel de résultats existants

2.3.1 Introduction

On présente dans ce paragraphe les résultats principaux sur le problème de la capacité portante sismique des semelles filantes. Comme le traitement du problème plan précède la considération de tous les autres problèmes (axisymétrique, tridimensionnel), les évolutions dans ce domaine précèdent souvent celles concernant les configurations plus compliquées. Dans cet esprit, on décrit des travaux importants sur les semelles filantes qui fourniront une démarche à nos développements sur les semelles circulaires.

Le sujet, riche du point de vue de la recherche, exige aussi l'établissement de normes pour la conception d'ouvrages réels. On présentera la façon dont les développements dans le domaine de recherche ont enrichi les normes de conception et ont été adaptés à la pratique des ingénieurs. Le paragraphe s'achève par une discussion sur les forces d'inertie qui se développent dans le sol lors d'une sollicitation sismique.

2.3.2 Traitement dans le cadre de la formulation classique

La capacité portante sismique des fondations filantes a été abordée initialement dans le cadre de la formulation classique de la capacité portante exprimée par les équations de Terzaghi [Équation (2.4)] et de Brinch Hansen [Équation (2.5)]. Cette approche simplifiée se basait sur la considération d'une force inclinée et excentrée sur la semelle provenant des forces inertielles développées dans la superstructure lors de la sollicitation sismique. Il s'agissait évidemment d'une approche pseudo-statique et il suffisait de déterminer les facteurs d'inclinaison et d'excentricité des chargements (facteurs i_c, i_q, i_γ et B' respectivement dans (2.5)) en fonction des caractéristiques du chargement dynamique et sans prendre en compte l'effet des forces inertielles développées dans le sol de fondation.

Le besoin d'un traitement plus raffiné s'est fait sentir incontestablement, après le séisme de Mexico de 1985 où plusieurs structures ont subi des ruptures dues au dépassement de la capacité portante. Romo & Auvinet (1991) ont décrit en détail les caractéristiques de ces ruptures. On s'est rendu compte que les forces d'inertie dans le sol peuvent parfois avoir un effet très défavorable (hors de la liquéfaction) notamment pour les structures conçues avec un coefficient de sécurité faible vis-à-vis des charges statiques ou pour les structures qui mettaient en évidence une forte excentricité du chargement.

Dans le but de prendre en compte l'effet des forces d'inertie dans le sol, une série de travaux a été lancée visant au calcul de facteurs de capacité portante modifiés N_c, N_q, N_γ. Ainsi, Sarma & Iossifelis (1990) ont calculé les facteurs N_c, N_q, N_γ par une méthode d'équilibre limite, en tenant compte du coefficient sismique horizontal k_h dans le sol et sur la surcharge. Ce facteur est défini comme le rapport de l'accélération horizontale maximale a_max dans le sol sur l'accélération de la pesanteur g :

$$k_\mathrm{h} = \frac{a_\mathrm{max}}{g}$$

Ils ont proposé un « mécanisme de rupture » pour le calcul de N_γ inspiré par l'analyse de la stabilité des pentes avec des tranches inclinées. Les facteurs de capacité portante étaient présentés comme fonctions de l'angle de frottement ϕ du matériau et du coefficient sismique horizontal k_h. De la même façon, Richards *et al.* (1993) ont présenté des facteurs N_c, N_q, N_γ, toujours dans le cadre de la méthode d'équilibre limite. Ils ont traité d'un mécanisme de type « Coulomb », inspiré par les mécanismes de rupture appliqués aux problèmes de poussée de terres. Ce mécanisme est illustré sur la Figure 2.8. Les résultats ont été présentés comme rapports des facteurs sismiques sur les facteurs statiques (établis avec le même mécanisme). Les auteurs ont également proposé une procédure de calcul des déplacements permanents de la fondation. Lors du dépassement de la capacité portante, des tassements permanents apparaissent ; le calcul s'effectue par un schéma de type « Newmark ». Dans un article plus récent, Fishman *et al.* (2003) reprennent le même calcul en fixant l'angle δ défini sur la Figure 2.8, à la valeur $\delta = \phi / 2$.

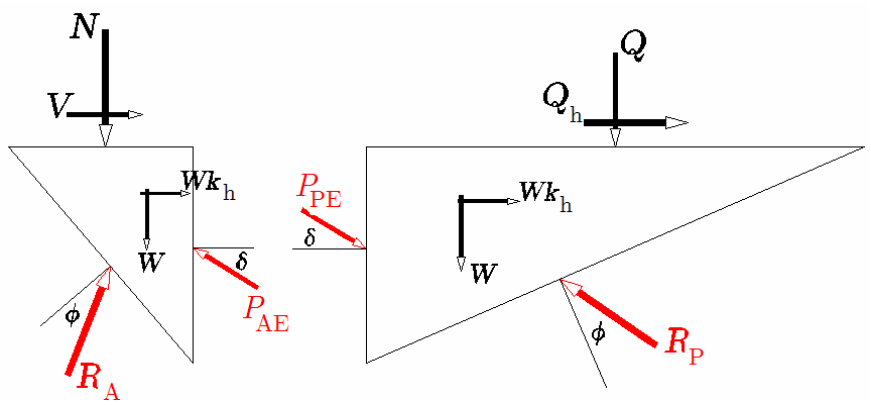


Figure 2.8 – Mécanisme de rupture de type « Coulomb » d'après Richards et al. (1993) et Fishman et al. (2003)

Suivant les mêmes principes, on trouve l'approche de Sarma & Chen (1997) où un mécanisme modifié est proposé afin de traiter de la configuration avec une profondeur d'encastrement significative.

L'approche cinématique du calcul à la rupture a été utilisée par Soubra (1999), qui a présenté des bornes supérieures pour les facteurs de capacité portante N_c, N_q, N_γ en traitant des mécanismes « par blocs ». Les paramètres de chargement comportaient, en plus de la force inclinée et excentrée sur la semelle, des forces d'inertie horizontales et verticales (poids volumique modifié) et surcharge horizontale et verticale.

Par ailleurs, Kumar & Rao (2002) traitent le problème par la méthode des lignes de glissement. Ils calculent ainsi des valeurs modifiées des facteurs N_c, N_q, N_γ par la construction d'un réseau de caractéristiques. Les facteurs N_c, N_q, N_γ s'expriment comme fonctions de l'angle de frottement du matériau et du coefficient sismique horizontal. Des réseaux de caractéristiques d'après Kumar & Rao (2002) sont présentés sur la Figure 2.9.

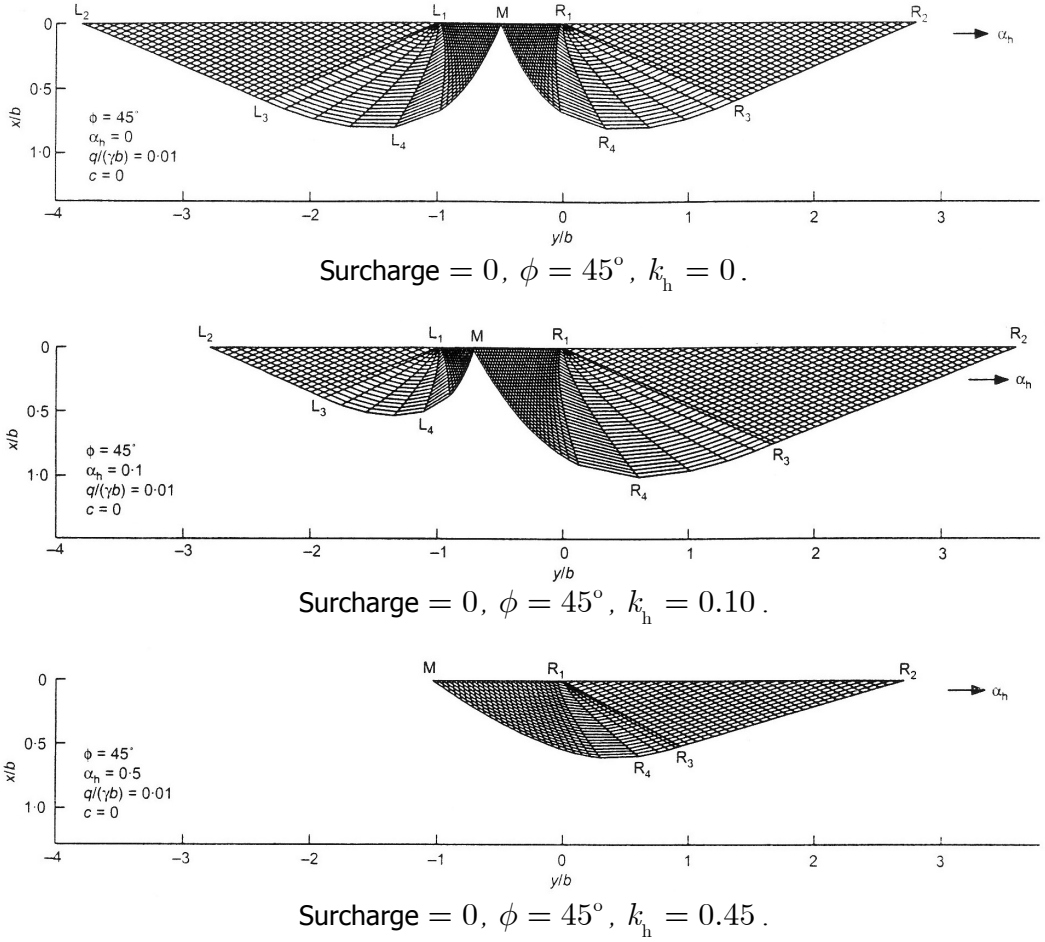


Figure 2.9 – Réseaux de caractéristiques pour différentes valeurs du coefficient sismique horizontal.

2.3.3 Surface ultime globale

Le traitement du problème dans le cadre de la formulation classique avait l'avantage d'offrir un cadre de travail familier aux praticiens. Cependant, comme toutes les méthodes faisaient appel à l'hypothèse de « superposition », il y avait une interrogation concernant l'exactitude des résultats, notamment dans le cas du traitement par la méthode de l'équilibre limite. Il était en outre difficile de comprendre quelques aspects du problème comme l'importance relative du moment ou de la force horizontale sur la fondation ou l'interaction entre deux paramètres de chargement *etc*.

Il est apparu qu'une approche plus convenable consisterait en une analyse du problème dans son ensemble. La capacité portante pourrait être décrite, non pas comme une charge verticale réduite au moyen de facteurs correctifs, mais par la définition des combinaisons ultimes dans l'espace de paramètres de chargement de la fondation. Autrement dit, on pourrait établir directement la frontière du domaine K de la fondation au sens du calcul à la rupture, c'est-à-dire, tracer la surface ultime du système.

Une telle approche a été adoptée par Pecker & Salençon (1991) qui ont considéré le cas d'une semelle filante soumise à l'action d'une force verticale N, d'une force horizontale V, d'un moment M, et des forces d'inertie horizontales F_h dans le sol de fondation. Ces quatre efforts constituent les paramètres de chargement du système. Le problème est traité par l'approche cinématique du calcul à la rupture. Des champs de vitesse virtuels sont examinés dans le but d'établir des bornes supérieures des charges extrêmes. Le sol, isotrope et homogène, est modélisé par le critère de

Tresca avec ou sans résistance à la traction et l'interface comme une interface de type Tresca sans résistance à la traction, afin de permettre des décollements entre la semelle et le sol. Les champs de vitesse représentent un certain nombre de « mécanismes de rupture » dont la forme dépend de paramètres géométriques. Ces mécanismes sont présentés sur la Figure 2.10. Il s'agit d'un mécanisme purement rotationnel (*cf.* Figure 2.10(c) et Figure 2.10(d)) avec deux configurations (avec et sans décollement) et d'un mécanisme rotationnel comportant des zones où le critère de résistance est atteint (zones GDEF), comportant également deux configurations (avec et sans décollement). Les paramètres géométriques sont désignés par α, λ, μ alors que B désigne la largeur de la semelle.

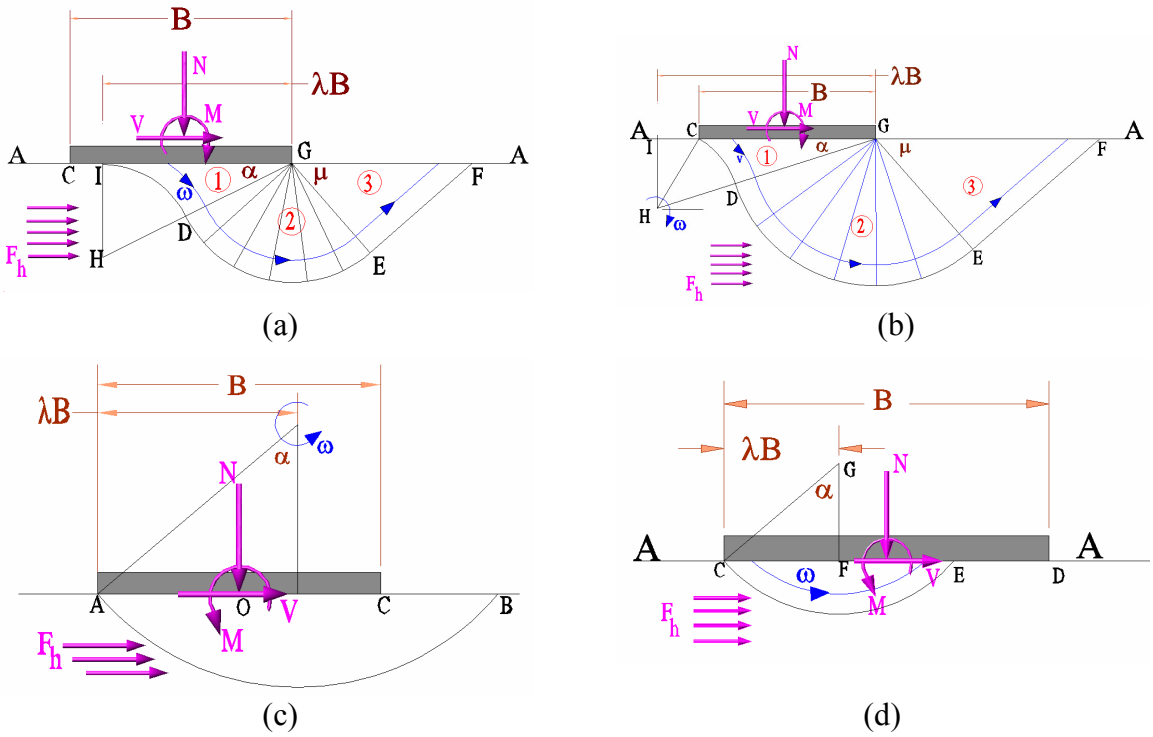
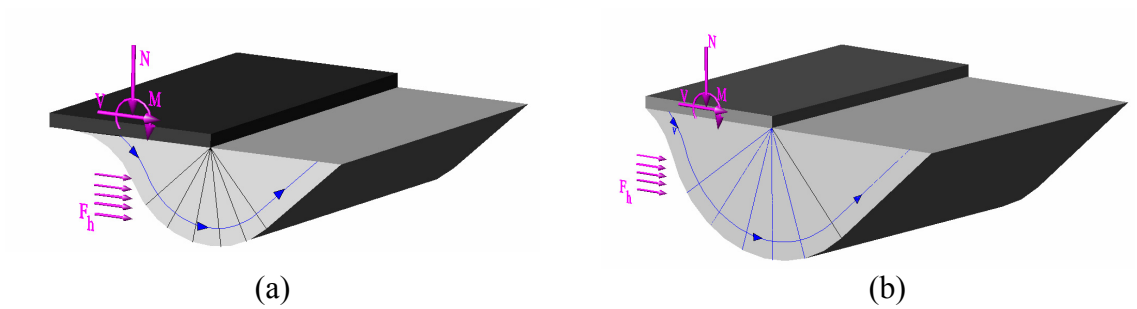


Figure 2.10 – Champs de vitesse étudiés par Pecker & Salençon (1991) a) rotationnel/cisaillement avec décollement, b) rotationnel/cisaillement sans décollement ; c) purement rotationnel sans décollement ; d) purement rotationnel avec décollement

Les résultats de l'analyse sont présentés sous forme de surfaces ultimes dans l'espace $\{N, V, M\}$ et sous forme de diagrammes d'interaction entre V et M pour des valeurs spécifiques de N et F_h.

Nombre de travaux ont suivi, sur la même approche. Concernant les matériaux cohérents (décrits par le critère de Tresca), Salençon & Pecker (1995a, b) ont fourni une très bonne approximation du domaine K dans l'espace $\{N, V, M\}$. Les sols de type Tresca classique et Tresca sans résistance à la traction sont associés à une interface sol – semelle de type Tresca sans résistance à la traction. Des bornes supérieures par l'approche cinématique, ainsi que des bornes inférieures par la construction de champs de contrainte statiquement admissibles complets, sont définies pour approximer la frontière du domaine K. La proximité de deux bornes est très satisfaisante. Particulièrement, pour le cas d'excentricité de charge nulle ($M = 0$), la solution exacte est

obtenue. Le cas d'anisotropie est examiné dans Verzura & Salençon (1994), Pecker *et al.* (1995) et Pecker *et al.* (1996) où il est établi que l'anisotropie n'a pas d'effet important sur la capacité portante. Ce travail présente également une méthodologie de calcul des rotations et des déplacements permanents. À l'aide du théorème de l'énergie cinétique, les rotations et les déplacements sont calculés par une méthode de type « Newmark ». Dans Paolucci & Pecker (1997a) on trouve une discussion sur l'effet des forces d'inertie horizontales dans le sol de fondation, pour le cas de semelles rectangulaires et carrées. Les champs de vitesse considérés dérivent de ceux de la Figure 2.10 et sont présentés sur la Figure 2.11.



(a) (b)

Figure 2.11– Champs de vitesse pour les semelles rectangulaires : a) avec décollement ; b) sans décollement d'après Paolucci & Pecker (1997a)

Les résultats de Salençon & Pecker (1995a, b) ont été confirmés par Ukritchon *et al.* (1998) qui ont traité le problème par l'analyse limite numérique. Ils ont construit des champs de vitesse et de contrainte par des éléments finis linéaires pour la même configuration que Salençon & Pecker (1995a, b) ; en complément, ils ont également examiné le cas d'une interface parfaitement collée (application à la construction offshore). Les charges limites exactes sont évaluées avec une précision de $\pm 5\%$.

Toujours dans le contexte de l'approche cinématique, le cas des sols frottants (critère de Coulomb) a également été abordé. Les champs de vitesse sont modifiés afin de respecter les conditions de pertinence du critère de Coulomb et le poids volumique du sol est ajouté aux paramètres de chargement. Dormieux & Pecker (1995) ont traité une version unilatérale du schéma classique de Prandtl, alors que Paolucci & Pecker (1997b) ont adapté les champs de vitesse de la Figure 2.10(a) et (b). Les champs examinés sont présentés sur la Figure 2.12.

Les résultats, comme pour les sols cohérents, sont présentés sous la forme de surfaces ultimes dans l'espace de $\{N,\ V,\ M\}$ pour une gamme de valeurs de F_h. La représentation des chargements extrêmes dans l'espace des paramètres de chargement s'est révélée pertinente pour expliquer les observations sur ouvrages réels : dans le cas d'une force verticale N petite s'exerçant sur la semelle, l'effet des forces d'inertie est négligeable et les fondations conçues avec un facteur de sécurité suffisamment grand vis-à-vis des chargements statiques (pratiquement $FS > 3$) arrivent à supporter le chargement sismique. Par contre, pour une force verticale N élevée, la réduction de la capacité portante due aux forces d'inertie devient très significative. En pratique, les fondations conçues avec un facteur de sécurité statique $FS < 2$ sont très vulnérables même pour une sollicitation sismique moyenne. Le diagramme de la Figure 2.13 est extrait de Paolucci & Pecker (1997a). Le facteur s_i représente la réduction de la capacité portante en fonction du rapport $f_x B / c$ (forces d'inertie) et du paramètre ν ($\nu = N / cBL$, N : force verticale, B, L : dimensions

de la semelle, c : cohésion du sol). Pour $\nu = 2$, la réduction de s_i est très faible. Au contraire, pour $\nu = 4$ la diminution de s_i est substantielle.

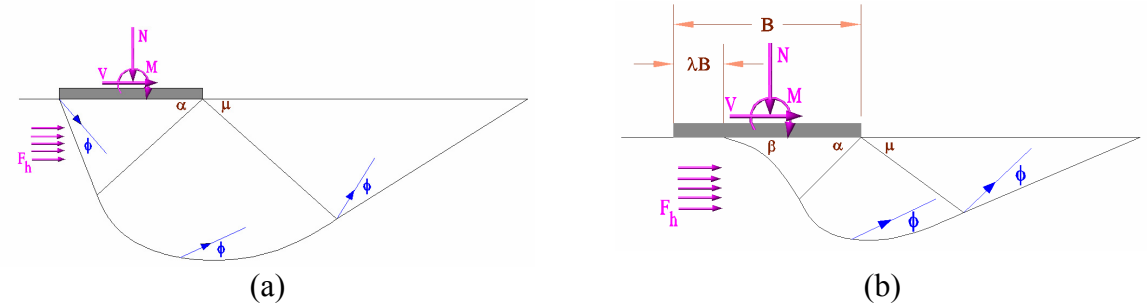


Figure 2.12 – Champs de vitesse pour les sols frottants ; a) Champ de vitesse unilatéral de type « Prandtl » d'après Dormieux & Pecker (1995) et b) Champ de vitesse rotationnel/cisaillement (Paolucci & Pecker (1997b)).

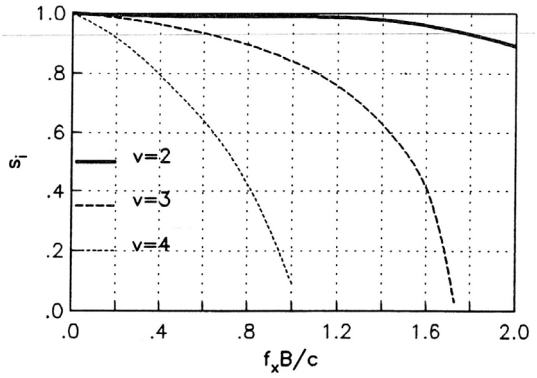
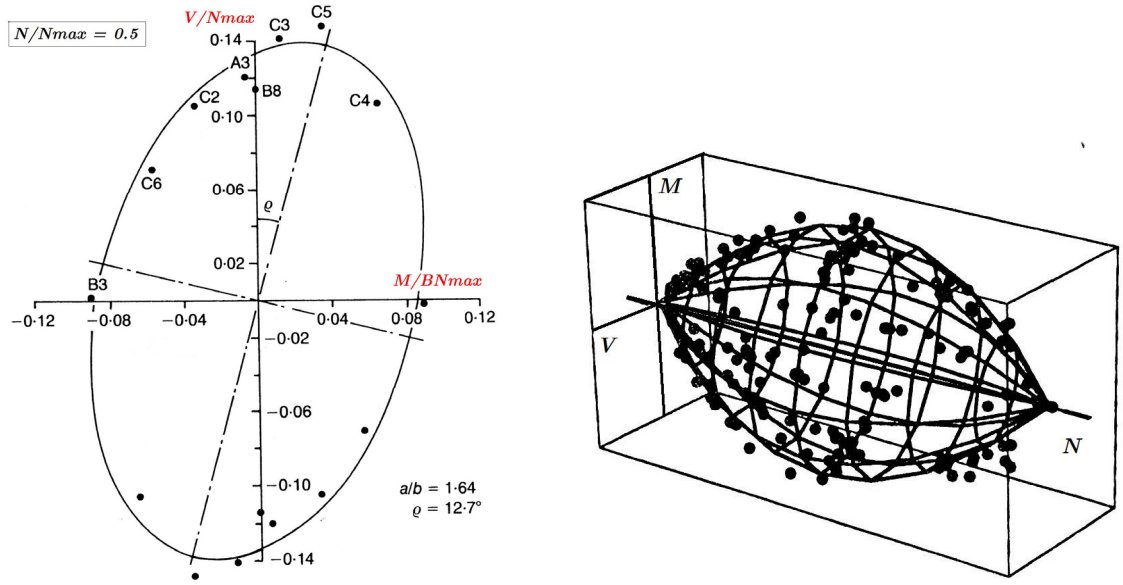


Figure 2.13 – Facteur de réduction de capacité portante comme fonction de la charge verticale statique et des forces d'inertie dans le sol

2.3.4 Vérification expérimentale

Les analyses précédentes ont offert une large gamme de résultats théoriques pour les configurations les plus importantes. La frontière du domaine K est approchée tant pour les sols cohérents que pour les sols frottants en y incorporant l'effet des forces d'inertie au sol. Il s'imposait alors de vérifier expérimentalement les résultats, notamment pour les sols frottants pour lesquels il n'y avait pas de bornes inférieures strictement établies.

Par rapport aux charges appliquées directement sur la fondation, des données expérimentales sont disponibles. Par exemple, une surface ultime pour des semelles filantes sur sols frottants dans l'espace $\{N,\ V,\ M\}$ a été construite par Gottardi & Butterfied (1993) à partir d'essais sur massifs de sable. Dans le plan (V, M), la trace de la surface ne présente pas de symétrie par rapport aux axes V et M. Dans Butterfield & Gottardi (1994) on trouve une expression analytique approchant les données expérimentales. La surface ultime tracée dans l'espace $\{N,\ V,\ M\}$ est présentée sur la Figure 2.14.



(a) (b)

Figure 2.14 – (a) Trace de la surface de charge dans le plan VM d'après Gottardi & Butterfield (1993) et : (b) Approximation de la surface de charge d'après Butterfield & Gottardi (1994).

Un enrichissement des données expérimentales pertinentes pour les chargements dynamiques a été proposé dans un premier temps par Zeng & Steedman (1998). Les essais qu'ils ont réalisés dans la centrifugeuse de l'Université de Cambridge, leur ont permis de visualiser le mécanisme de rupture de semelles filantes sur sables saturés et secs. Le rôle défavorable de l'excentricité de la charge a été souligné et les résultats ont été exploités vers une méthode d'évaluation des rotations et des déplacements permanents. Par ailleurs, Maugeri *et al.* (2000) ont présenté des résultats d'essais effectués sur la table vibrante de l'Université de Bristol. Des semelles filantes sur sable sec ont été testées jusqu'à la rupture en appliquant à la base de la table une pulsation sinusoïdale. Les rôles de l'excentricité de la charge et des forces d'inertie étaient séparément évalués et les résultats ont été comparés aux analyses de Richards *et al.* (1993) et de Paolucci & Pecker (1997b).

Plus récemment, Knappett *et al.* (2006) ont examiné les mécanismes de rupture des semelles filantes reposant sur sables sous sollicitations sismiques. Dans ce but, une série d'essais a été lancée sur la table vibrante de l'Université de Cambridge. Une nouvelle technique de mesure des déplacements (Particle Image Velocimetry) leur a permis d'identifier le mécanisme de rupture qui coïncide remarquablement avec les mécanismes proposés par Paolucci & Pecker (1997b). Les effets de l'intensité et de la fréquence de l'action sismique et celui de la profondeur d'encastrement ont également été examinés. La Figure 2.15 présente l'évolution typique du champ de déplacement dans un cycle de chargement, alors que la Figure 2.16, compare les champs de vitesse de Paolucci & Pecker (1997b) aux champs de déplacements observés.

2.3.5 Adaptation aux Normes Européennes

Comme on l'a vu, les deux approches du calcul à la rupture (statique et cinématique) conduisent à une approximation très satisfaisante de la frontière du domaine K. En se basant sur les résultats de ces méthodes, Pecker (1997) a proposé des expressions analytiques afin de permettre l'obtention rapide des surfaces ultimes. Les formules décrivent des surfaces dans l'espace de paramètres de

chargement $\{N,\ V,\ M\}$ dépendant du quatrième paramètre F_{h}. Des surfaces ultimes typiques, pour les sols cohérents et pour les sols frottants, sont présentées sur la Figure 2.17.

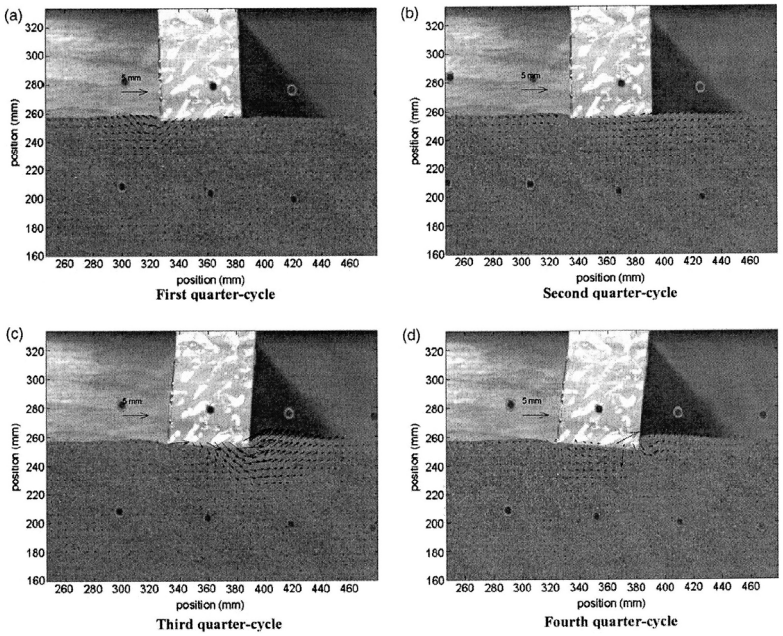


Figure 2.15 – Evolution de déplacements dans un cycle de chargement cyclique (Knappett et al. 2006)

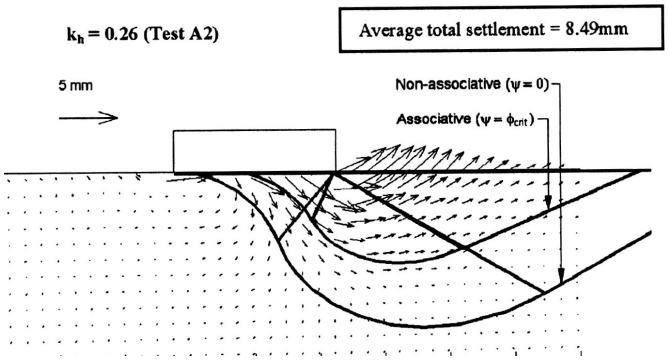


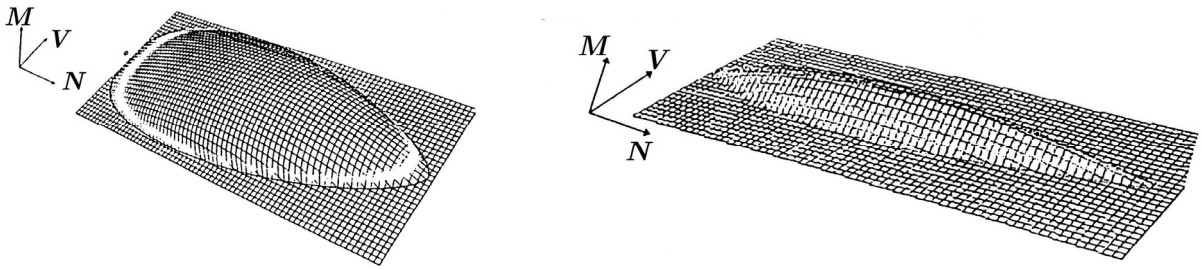
Figure 2.16 – Reconnaissance de mécanismes théoriques pour des essais sur semelles filantes à la table vibrante (d'après Knappett et al. 2006)

La formulation de Pecker (1997) a été adoptée dans les normes européennes (Eurocode 8 : Calcul des structures pour leur résistance aux séismes – Partie 5 : Fondations, ouvrages de soutènement et aspects géotechniques – *Projet définitif prEN* 1998 - 5). L'équation (2.19) présente l'expression générale introduite dans l'Eurocode, en vigueur tant pour les sols cohérents que pour les sol frottants :

$$\frac{\left(1-e\overline{F_{\mathrm{h}}}\right)^{c_T}\left(\beta\overline{V}\right)^{c_T}}{\left(\overline{N}\right)^{a}\left[\left(1-m\overline{F_{\mathrm{h}}}^{c_N}\right)^{c'_N}-\overline{N}\right]^{b}}+\frac{\left(1-f\overline{F_{\mathrm{h}}}\right)^{c'_M}\left(\gamma\overline{M}\right)^{c_M}}{\left(\overline{N}\right)^{c}\left[\left(1-m\overline{F_{\mathrm{h}}}^{c_N}\right)^{c'_N}-\overline{N}\right]^{d}}-1\leq 0 \tag{2.19}$$

soumise aux contraintes :

(2.20) $$0 < \overline{N} < \left(1 - m\overline{F}_{\mathrm{h}}^{\,c_N}\right)^{c'_N}, \quad |\overline{V}| \leq \frac{1}{(\pi + 2)}$$



(a) (b)

Figure 2.17 – Surfaces de charge pour a) sols cohérents et b) sols frottants

Dans l'équation (2.19), les quantités $\overline{N}, \overline{V}, \overline{M}$, désignant les paramètres de chargement, sont normalisées par rapport à la capacité portante ultime de la fondation sous charge verticale centrée $N_{\max}$:

(2.21) $$\overline{N} = \gamma_{Rd}\frac{N_{Ed}}{N_{\max}}, \quad \overline{V} = \gamma_{Rd}\frac{V_{Ed}}{N_{\max}}, \quad \overline{M} = \gamma_{Rd}\frac{M_{Ed}}{BN_{\max}}$$

Le terme γ_{Rd} dans (2.21) (*cf.* §2.6) est le coefficient partiel du modèle (se référant à toutes les incertitudes concernant le modèle, *p.ex.* solutions par bornes supérieures, *etc.*).

Les quantités $\overline{F}_{\mathrm{h}}$ dans (2.19) et $N_{\max}$ dans (2.21) sont définies en fonction du critère de résistance du sol :

- **Sols purement cohérents ou sols sans cohésion saturés :**

(2.22) $$\begin{cases} \overline{F}_{\mathrm{h}} = \dfrac{\rho a_{\mathrm{h}} B}{\overline{c}} \\ N_{\max} = (\pi + 2)\dfrac{\overline{c}B}{\gamma_M} \end{cases}$$

- **Sols purement frottants ou sols saturés sans accumulation de pression interstitielle :**

(2.23) $$\begin{cases} \overline{F}_{\mathrm{h}} = \dfrac{a_{\mathrm{h}}}{g \tan \phi'_{\mathrm{d}}} \\ N_{\max} = \dfrac{1}{2}\rho g\left(1 \pm \dfrac{a_{\mathrm{v}}}{g}\right)B^2 N_{\gamma} \end{cases}$$

Dans les équations (2.22) et (2.23) les quantités suivantes représentent :

- B : largeur de la fondation.

- $\overline{c}$: résistance au cisaillement non drainé du sol, c_u (sols cohérents) ou résistance au cisaillement cyclique non drainée, $\tau_{cy,u}$, pour le sols sans cohésion.

- ρ : masse volumique du sol.
- γ_M : coefficient partiel du matériau (se référant aux incertitudes sur les caractéristiques de résistance).
- a_{h} : valeur de calcul pour l'accélération horizontale du sol.
- a_{v} : valeur de calcul pour l'accélération verticale du sol.
- N_γ : facteur de capacité portante, fonction de l'angle de frottement drainé ϕ'_{d}.

La valeur des autres paramètres dans (2.19) $(a, b, c, d, e, f, m, c_N, c'_N, c_T, c_M, c'_M, \beta, \gamma)$, est donnée selon le type de sol dans le Tableau 2.1.

Tableau 2.1 – Valeurs des paramètres numériques utilisés dans l'expression (2.19)

	Cohérent	Frottant		Cohérent	Frottant
a	0,70	0,92	c_N	1,22	1,00
b	1,29	1,25	c'_N	1,00	0,39
c	2,14	0,92	c_T	2,00	1,14
d	1,81	1,25	c_M	2,00	1,01
e	0,21	0,41	c'_M	1,00	1,01
f	0,44	0,32	β	2,57	2,90
m	0,21	0,96	γ	1,85	2,80

Commentaire

La procédure d'évaluation de la capacité portante sismique de l'Eurocode 8 permet, comme on l'a vu, la prise en compte des forces d'inertie dans le sol de fondation ainsi que la considération d'un chargement généralisé comportant les charges N, V, M. En parallèle, elle couvre les cas les plus importants portant sur la nature du chargement et sur la résistance des sols (sols cohérents ou saturés / conditions non drainées, sols frottants ou secs / conditions drainées). Cependant, elle ne considère pas les aspects suivants du problème :

- Autres géométries que la géométrie plane.
- La profondeur d'encastrement de la fondation.
- Les sols considérés sont supposés soit purement cohérents soit purement frottants. S'il y a besoin de considérer et la cohésion et le frottement du sol, on est tenté de superposer les deux solutions.
- Des hétérogénéités de résistance du sol (notamment, gradient de cohésion par rapport à la profondeur) ou surcharges (verticales et horizontales) à la surface du sol ne sont pas prises en compte.

Le Tableau 2.2 récapitule les travaux marquants sur la capacité portante sismique des fondations filantes superficielles.

Tableau 2.2 – Récapitulation des travaux sur la capacité portante sismique des fondations superficielles filantes

Référence	Ans	Sol	Chargement	Méthode	Commentaire
Sarma & Iossifelis	1990	sol cohérent et frottant	$N,\ V,\ F_h,\ q_h,\ q_v,\ \gamma^*$	Équilibre limite	Facteurs N_c , N_q , N_γ . Mécanisme inspiré par l'analyse des pentes.
Pecker & Salençon	1991	sol purement cohérent	$N,\ V,\ M,\ F_h$	Approche cinématique	Décollement entre la semelle et le sol. Surface ultime dans $\{N,\ V,\ M\}$.
Swami & Agarwal	1991	sol cohérent et frottant	$N,\ V,\ M,\ q$	Équilibre limite et tests sur massifs de sol	Facteurs N_c , N_q , N_γ sismiques
Richards *et al.*	1993	sol cohérent et frottant	$N,\ V,\ F_h,\ q_h,\ q_v,\ \gamma^*$	Équilibre limite	Facteurs N_c , N_q , N_γ sismiques
Butterfield & Gottardi	1994	sol purement frottant	$N,\ V,\ M$	Tests sur massifs de sol	Surface ultime dans l'espace $\{N,\ V,\ M\}$. asymétrique dans le plan VM
Dormieux & Pecker	1995	sol purement frottant	$N,\ V,\ F_h,\ \gamma^*$	Approche cinématique	Influence des forces d'inertie – Influence de l'inclinaison de charge
Salençon & Pecker (a, b)	1995	sol purement cohérent	$N,\ V,\ M$	Approche cinématique / Approche statique	Bornes supérieures et inférieures très étroites.
Pecker *et al.*	1996	sol purement cohérent	$N,\ V,\ M,\ F_h$	Approche cinématique	Validation par rapport aux cas réels (séisme de Mexico 1985). Calcul de déplacements permanents
Paolucci & Pecker	1997b	sol purement frottant	$N,\ V,\ M,\ F_h,\ q_h,\ q_v,\ \gamma^*$	Approche cinématique	Effet des forces d'inertie négligeable pour facteurs de sécurité statiques suffisamment grands.
Paolucci & Pecker	1997a	sol purement cohérent	$N,\ V,\ M,\ F_h$	Approche cinématique	Fondations rectangulaires. Discussion sur les facteurs de forme
Pecker	1997	sol cohérent / sol frottant	$N,\ V,\ M,\ F_h,\ \gamma^*$	Approximation analytique	Formules analytiques par une procédure de surface fit aux données obtenues par le calcul à la rupture
Sarma & Chen	1997	sol cohérent et frottant	$N,\ V,\ F_h,\ q_h,\ q_v,\ \gamma^*$	Équilibre limite	Facteurs N_c , N_q , N_γ . Étude de l'effet de la profondeur d'encastrement
Eurocode 8	1998	sol cohérent / sol frottant	$N,\ V,\ M,\ F_h,\ \gamma^*$	Surfaces de charge par formules analytiques	Adoption de formules par Pecker (1997) fondées sur les résultats obtenus par le calcul à la rupture
Ukritchon *et al.*	1998	sol purement cohérent	$N,\ V,\ M$	Analyse limite par éléments finis ; théorème statique et cinématique	Reconnaissance des mécanismes introduits par Salençon & Pecker (1995)
Zeng & Steedman	1998	sol purement frottant	*Dynamique complet*	Tests en centrifugeuse	Application de chargements dynamiques. Enregistrement de la procédure de la rupture sismique
Soubra	1999	sol cohérent et frottant	$N,\ V,\ F_h,\ q_h,\ q_v,\ \gamma^*$	Approche cinématique	Mécanisme de type Prandtl "par blocs". Facteurs N_c , N_q , N_γ statiques et sismiques
Maugeri *et al.*	2000	sol purement frottant	*Dynamique complet*	Expérimental - Tests sur table vibrante	Enrichissement de la base de données de résultats expérimentaux
Kumar & Rao	2002	sol cohérent et frottant	$N,\ F_h,\ q,\ \gamma^*$	Méthode des lignes de glissement (méthode des "caractéristiques")	Hypothèse de "superposition". Calcul de facteurs N_c , N_q , N_γ
Fishman *et al.*	2003	sol purement frottant	$N,\ V,\ F_h,\ q,\ \gamma^*$	Équilibre limite	Facteurs N_c , N_q , N_γ sismiques
Knappett *et al.*	2006	sol purement frottant	*Dynamique complet*	Tests sur table vibrante	Similitude remarquable des mécanismes de rupture avec ceux traités par Paolucci & Pecker (1997b)

2.4 Forces d'inertie dans le sol

On va présenter dans ce paragraphe une brève analyse pour la prise en compte des forces d'inertie dans le problème de la capacité portante sismique des fondations superficielles. Les forces d'inertie sont introduites dans (2.19), au moyen de la quantité sans dimensions $\overline{F_{\mathrm{h}}}$, qui est donné pour les sols cohérents et les sols frottants par les équations (2.22) et (2.23) respectivement. L'équation (2.19) a été obtenue en considérant que les forces d'inertie sont uniformes dans le volume de sol. La validité de cette hypothèse, ainsi que d'autres aspects sur le paramètre $\overline{F_{\mathrm{h}}}$, seront examinés dans la suite.

2.4.1 Création de la sollicitation sismique

Lors d'un séisme, le sol est traversé par des ondes provenant de la source sismique. La propagation de ces ondes dans le sol de fondation lui impose des déformations et entraîne la création de forces d'inertie dans le volume du sol. De plus, le mouvement du sol est transmis à la fondation en engendrant dans la superstructure des forces inertielles. Ces forces sont fonctions des caractéristiques de la sollicitation incidente et de celles de la superstructure, ainsi que de l'interaction entre le sol et la structure. Les forces inertielles de la superstructure se retransmettent sous la forme de charges au niveau de l'interface sol – fondation. Ces charges sont variables en fonction du temps. La détermination des charges « potentiellement supportables » doit, par conséquent, se référer aux charges provenant de la superstructure et aux charges qui existent dans le sol. Dans l'équation (2.19), les charges provenant de la superstructure sont décrites par les paramètres de chargement normalisés $\overline{N}, \overline{V}, \overline{M}$ et les forces qui existent dans le sol par le paramètre normalisé $\overline{F_{\mathrm{h}}}$ qui se réfère aux forces d'inertie horizontales. On note que les forces d'inertie verticales uniformes n'interviennent pas dans la capacité portante dans le cas de sols purement cohérents (décrits par le critère de Tresca avec résistance à la traction). Dans le cas des sols frottants (décrits par le critère de Coulomb), la prise en compte de forces inertielles verticales s'effectue au moyen de la quantité a_{v}, dans l'expression (2.23).

Dans ce qui suit, on utilise le symbole $\overline{F_{\mathrm{h}}}$ pour la quantité normalisée, utilisée dans l'expression de l'Eurocode 8, et le symbole F_{h} pour les forces volumiques dans le sol ; l'unité de F_{h} est densité$\times$accélératon : $\mathrm{kg} \times m^{-2} \times \mathrm{sec}^{-2}$.

2.4.2 Description de F_{h}

Le paramètre de chargement F_{h} est en général, une variable fonction du temps et de l'espace :

(2.24) $$F_{\mathrm{h}} = F_{\mathrm{h}}(x, y, z, t)$$

L'objectif de construction d'un domaine de chargements potentiellement supportables nous permet de considérer uniquement des valeurs maximales. Il en résulte que dans la suite la variabilité par rapport au temps dans (2.24) ne sera pas prise en compte. Ainsi, on peut écrire :

(2.25) $$F_{\mathrm{h}} = F_{\mathrm{h}}(x, y, z)$$

On peut encore simplifier la description de F_{h}, en admettant une hypothèse assez habituelle en génie parasismique : Le sol ne présente d'hétérogénéités que dans la direction verticale, c'est-à-dire que l'on a affaire à une stratification horizontale des couches de sol. Dans ce cas, le

mouvement horizontal du sol (et par conséquent, les forces d'inertie F_{h}) est engendré par une onde de cisaillement à vitesse de propagation verticale.

Si l'on considère aussi que l'interaction avec la fondation est négligeable, il s'ensuit que F_{h} ne dépend que de la coordonnée verticale :

(2.26) $$F_{\mathrm{h}} = F_{\mathrm{h}}(z)$$

La variation de F_{h} en fonction de la coordonnée verticale peut être théoriquement déterminée en connaissant la sollicitation incidente et les caractéristiques géométriques et mécaniques de la stratification du sol. La considération la plus simple se réfère à la vibration libre d'un profil de sol homogène suivant le mode fondamental de la couche de sol. L'accélération est décrite comme une fonction sinusoïdale, de même que les forces d'inertie horizontales :

(2.27) $$F_{\mathrm{h}}(z) = F_{\mathrm{h,max}} \cos\left(\frac{\zeta\pi}{2}\right), \quad \zeta = \frac{z}{H}$$

Dans (2.27), H désigne l'épaisseur de la couche de sol et $F_{\mathrm{h,max}}$ la valeur des forces d'inertie à la surface du sol, qui est leur valeur maximale.

Une évaluation plus soigneuse de la variation des forces horizontales en fonction de la profondeur a été obtenue par Betbeder (*cf.* Pecker & Salençon (1991)), dans le cas d'un profil de sol homogène d'épaisseur H, pour une sollicitation, définie au niveau du rocher, par un spectre de réponse décrit par l'équation suivante (spectre AFPS):

(2.28) $$S_{\mathrm{a}} = \begin{cases} a_{\max}, & T < T_0 \\ a_{\max}\left(\dfrac{T_0}{T}\right)^{2r}, & T \geq T_0 \end{cases}$$

Dans (2.28), T_0 est une période caractéristique pour la définition du spectre et r un paramètre numérique (typiquement $r = 0.5$).

Posant $\zeta = z/H$, la valeur RMS de l'accélération (cumul quadratique de tous les modes) s'obtient par l'expression :

(2.29) $$a(\zeta) = a_{\max}\sqrt{2(1-\zeta) - \left(1 - \left(\frac{V_{\mathrm{s}}T_0}{4H}\right)^{2r}\right)\left(\frac{4}{\pi}\cos\frac{\pi\zeta}{2}\right)^2}$$
$$F_{\mathrm{h}}(\zeta) = \rho a(\zeta)$$

Dans (2.29), V_{s} est la vitesse de propagation des ondes de cisaillement du sol.

L'expression (2.29) a été obtenue en supposant que le mode fondamental de la couche de sol a une période supérieure à T_0, alors que les modes supérieurs ont une période inférieure à T_0. Typiquement, pour les couches d'argiles, la période du mode fondamental est de l'ordre de 0.5 à 1 seconde et les modes d'ordre supérieur ont des périodes inférieures à 0.3 secondes.

2.4.3 Valeur critique de F_{h}

La prise en compte des forces d'inertie uniformes comme paramètre de chargement pour le système sol-fondation pose naturellement la question : quelle est la valeur maximale de F_{h} supportée par le système, étant donnés les autres paramètres de chargement ? De plus, si les autres

paramètres de chargement sont nuls on peut supposer que les forces d'inertie maximales supportées par le sol sont les plus grandes possibles. Ainsi, on définit comme ***valeur critique*** de F_{h} la valeur maximale de F_{h} supportée dans le système lorsque les autres paramètres de chargement sont nuls. La signification physique de la ***valeur critique*** de F_{h} est qu'elle correspond au séisme qui est suffisamment fort pour entraîner une rupture dans le sol, même si les charges provenant de la fondation sont très faibles ou, à la limite, nulles. On désigne la valeur critique de F_{h} comme : $F_{\mathrm{h}}^{\mathrm{cr}}$.

À titre d'exemple, on considère le cas d'une fondation superficielle qui repose sur la surface d'un sol purement cohérent. On définit les quantités suivantes : B : largeur de la semelle filante, H : profondeur de la couche de sol, c : cohésion uniforme du sol. On introduit la même hypothèse que dans l'équation de l'Eurocode 8 : les forces d'inertie F_{h} sont uniformes dans l'espace. On peut établir une ***borne supérieure*** pour $F_{\mathrm{h}}^{\mathrm{cr}}$ avec l'approche cinématique du calcul à la rupture. On note que la présence de la fondation est nécessaire, même si elle n'impose aucune charge au sol, puisqu'elle impose une condition aux limites : les champs de vitesse virtuelle doivent respecter la rigidité parfaite de la fondation. Alors, on considère le mécanisme présenté sur la Figure 2.18. Le mécanisme est produit par la rotation de la semelle et d'un bloc de sol autour d'un axe de rotation avec une vitesse de rotation ω . La forme géométrique du mécanisme est définie par le paramètres géométriques α, λ .

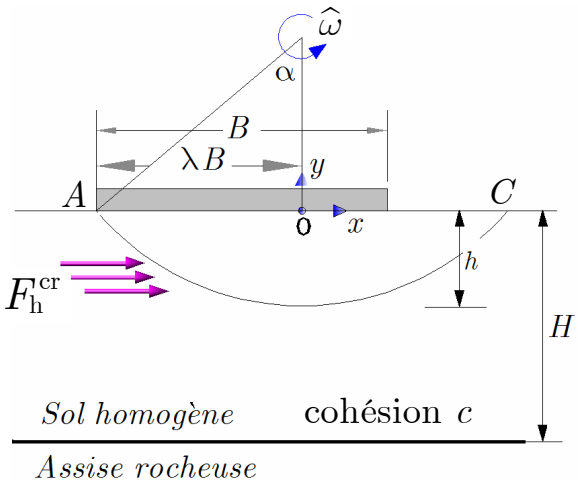


Figure 2.18 – Mécanisme rotationnel pour l'étude de la valeur critique de F_{h}

La seule contribution à la puissance résistante maximale du système provient de la surface de discontinuité AC dans le sol. On peut calculer facilement pour le champ de vitesse virtuelle considéré :

$$\mathcal{P}_{\mathrm{rm}}\left(\widehat{\underline{U}}\right) = \int_{AC} c\left|\widehat{\underline{U}}\right| \mathrm{d}s = c\int_{-\alpha}^{\alpha} \left|\widehat{\omega} r\right| r \,\mathrm{d}\theta = (2\alpha)\, c\widehat{\omega}\left(\frac{\lambda B}{\sin\alpha}\right)^2$$

Similairement, on calcule la puissance des forces d'inertie :

$$\mathcal{P}_{\text{ext}}\left(F_{\text{h}}^{\text{cr}}\right) = \frac{2}{3} F_{\text{h}}^{\text{cr}} \omega \lambda^3 B^3$$

Ainsi, on obtient comme borne supérieure pour F_{h}^{cr} la valeur :

$$F_{\text{h}}^{\text{cr}} = c\left(\frac{3\alpha}{\sin^2\alpha}\right)\left(\frac{1}{\lambda B}\right)$$

En minimisant par rapport au paramètre α on trouve :

$$\min\left\{\frac{3\alpha}{\sin^2\alpha}, \quad \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)\right\} \cong 4.14 \quad \text{pour } \alpha = 1.1655.$$

Ainsi, on obtient finalement :

(2.30) $$F_{\text{h}}^{\text{cr}} = \frac{4.14c}{\lambda B}$$

Ce résultat conduit à la limite suivante :

$$\lim_{\lambda \to \infty} F_{\text{h}}^{\text{cr}} = 0$$

Si l'on considère que : a) les dimensions de la couche de sol et le mécanisme de rupture sont infiniment grands et b) les forces d'inertie sont uniformes dans l'espace, alors le système ne peut supporter aucun séisme.

On peut noter que le même mécanisme peut être utilisé pour n'importe quelle forme de semelle (circulaire, rectangulaire, carrée *etc.*)

L'exemple présenté montre que les hypothèses adoptées imposent une restriction aux dimensions des mécanismes de rupture : il faut que le mécanisme ne soit pas trop grand. Afin d'établir une limite pour la taille du mécanisme de rupture, on a calculé la valeur de F_{h}^{cr} pour les autres champs de vitesse virtuelle utilisés pour l'obtention de l'équation de l'Eurocode 8. Ce sont les champs de vitesse virtuelle étudiés par Pecker & Salençon (1991) et Salençon & Pecker (1995a, b) pour la capacité portante sismique d'une fondation filante sur un sol purement cohérent homogène. Les mécanismes sont présentés sur la Figure 2.10 (*cf.* p. 52) et les résultats sur le Tableau 2.3, où on donne la valeur de F_{h}^{cr} normalisée selon (2.19) :

$$\overline{F}_{\text{h}}^{\text{cr}} = \frac{F_{\text{h}}^{\text{cr}} B}{c}$$

À l'exception du mécanisme rotationnel sans décollement, le mécanisme en rotation/cisaillement sans décollement donne la borne supérieure optimale pour $\overline{F}_{\text{h}}^{\text{cr}}$: $\overline{F}_{\text{h}}^{\text{cr}} \leq 2$. Ainsi, on peut utiliser cette borne pour fixer une limite pour les dimensions du mécanisme rotationnel sans décollement :

$$\frac{4.14}{\lambda} \geq 2 \Rightarrow \lambda \leq 2.07$$

Pour $\lambda = 2.07$ on obtient un mécanisme qui est plus de 4 fois plus large que la semelle, ce qui est déjà une largeur considérablement plus grande par rapport aux mécanismes de rupture observés sur site.

La borne $\overline{F}_{\text{h}}^{\text{cr}} \leq 2$ peut être vue comme une ***borne globale*** pour la validité de (2.19). Si $\overline{F}_{\text{h}}^{\text{cr}} > 2$ il s'ensuit que le séisme considéré est très fort, alors il est nécessaire d'adopter une méthode plus

soigneuse pour la prise en compte des forces d'inertie dans le sol. Cependant, la borne $\overline{F_{\mathrm{h}}}^{\mathrm{cr}} \leq 2$ est suffisante pour les applications conventionnelles. Par exemple, si $B = 10\mathrm{m}$, $\rho = 20\,\mathrm{kNm}^{-3}$, $c = 50\,\mathrm{kPa}$ et $\overline{F_{\mathrm{h}}}^{\mathrm{cr}} = 2$, on obtient une accélération sismique horizontale (uniforme dans l'espace) $a_{\mathrm{h}} = 0.5g$, ce qui correspond à un séisme très fort.

Tableau 2.3 –Valeur critique du paramètre $\overline{F_{\mathrm{h}}}$ par rapport aux champs de vitesses pertinents pour semelles filantes sur sols cohérents.

Champ de vitesse virtuelle	Figure	$\overline{F_{\mathrm{h}}}^{\mathrm{cr}}$
Rotation/Cisaillement avec décollement	Figure 2.10a (*cf.* p. 52)	$\overline{F_{\mathrm{h}}} \leq 3$
Rotation/Cisaillement sans décollement	Figure 2.10b (*cf.* p. 52)	$\overline{F_{\mathrm{h}}} \leq 2$
Rotation pure sans décollement	Figure 2.10c (*cf.* p. 52)	$\overline{F_{\mathrm{h}}} \leq \dfrac{4.14}{\lambda}$
Rotation pure avec décollement	Figure 2.10d (*cf.* p. 52)	$\overline{F_{\mathrm{h}}} \leq 8$

2.4.4 Dimensions de la fondation

On examine maintenant l'erreur induite par l'hypothèse de forces d'inertie uniformes par rapport aux profils d'accélération plus réalistes de (2.27) (mode fondamental de la couche de sol) et de (2.29) (spectre AFPS – solution de Betbeder). Comme grandeur physique de comparaison des trois profils d'accélération différents, on va adopter $\overline{F_{\mathrm{h}}}^{\mathrm{cr}}$, calculée selon le mécanisme rotationnel sans décollement, présenté sur la Figure 2.18. Pour effecteur le calcul on introduit la borne $\lambda \leq 2.07$, établie dans le paragraphe précédent. On note que si le mécanisme de rupture est limité dans une région près de la surface du sol, l'hypothèse de forces d'inertie constantes n'entraîne pas d'erreur significative sur $\overline{F_{\mathrm{h}}}^{\mathrm{cr}}$. Pratiquement, pour une valeur faible du rapport h/H, on peut accepter la validité de l'hypothèse des forces d'inertie constantes.

Alors on utilise les profils (2.27), ainsi que (2.29) avec $r = 1/3$ et $r = 1/2$, et on calcule $\overline{F_{\mathrm{h}}}^{\mathrm{cr}}$ pour une gamme de valeurs du rapport h/H. La profondeur du mécanisme h est calculée facilement par la géométrie du mécanisme :

$$h = \lambda B\left(\frac{1}{\sin\alpha} - \cot\alpha\right)$$

Le résultat est comparé avec $\overline{F_{\mathrm{h}}}^{\mathrm{cr}}$, obtenue par l'hypothèse de forces d'inertie uniformes. On considère que la valeur critique calculée par les profils réalistes est la valeur correcte. Alors, on

peut tracer ***l'erreur*** sur $\overline{F_{\mathrm{h}}}^{\mathrm{cr}}$, induite par l'hypothèse de forces d'inertie uniformes en fonction du rapport h/H . Les résultats sont présentés sur la Figure 2.19.

À l'aide du diagramme sur la Figure 2.19 on établit une borne pour le rapport h/H pour que l'erreur induite par l'hypothèse de forces d'inertie constantes reste négligeable. La borne proposée est :

(2.31)
$$\frac{h}{H} \leq \frac{1}{10}$$

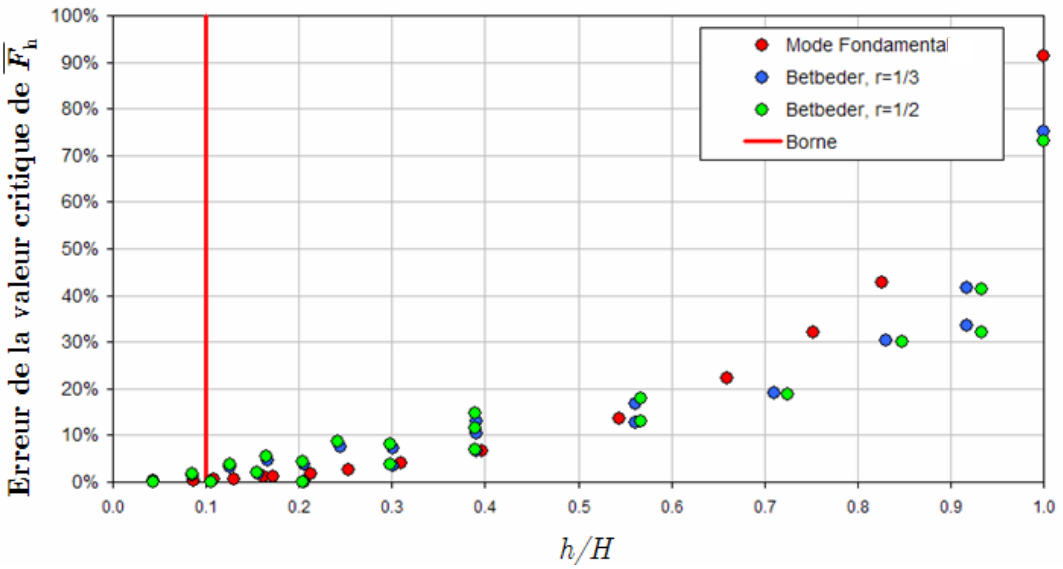


Figure 2.19 – Erreur induite par l'hypothèse des forces d'inertie uniformes sur la valeur critique de $\overline{F_{\mathrm{h}}}$, en fonction du rapport h/H .

La borne dans (2.31) implique que les forces d'inertie peuvent être considérées comme uniformes, à condition que la profondeur du mécanisme de rupture ne soit pas plus grande que le dixième de l'épaisseur de la couche du sol. La même borne était proposée dans Pecker & Salençon (1991). Il en résulte que l'équation l'Eurocode 8 ne peut pas être utilisée pour des fondations de très grandes dimensions par rapport aux dimensions de la couche de sol de fondation. Dans ce cas, il est nécessaire (comme aussi dans le cas d'un séisme très fort) d'adopter un profil d'accélération dans le sol plus réaliste que le profil uniforme.

2.5 Capacité portante sismique des fondations circulaires

2.5.1 Introduction

On développe dans ce paragraphe le traitement du problème de la capacité portante sismique des fondations superficielles circulaires. Le paragraphe est divisé en sept sections ; la première présente un résumé des résultats déjà disponibles sur le problème. Ensuite, la formulation du problème est donnée dans le formulaire du calcul à la rupture ; on définit la géométrie, les critères de résistance adoptés et la configuration des chargements étudiée. Le problème est traité par l'approche cinématique du calcul à la rupture. On y présente une méthode récente permettant le traitement des champs de vitesse virtuels tridimensionnels, ainsi que la description détaillée des champs choisis. Les résultats sont présentés sous forme de surfaces ultimes dans l'espace des paramètres de chargement. On donne aussi des diagrammes d'interaction entre deux paramètres de chargement, qui facilitent l'exploitation pratique des résultats. Finalement, on propose une expression analytique approximant nos résultats et permettant leur obtention rapide ainsi qu'une comparaison de ces résultats à d'autres résultats existants, théoriques ou expérimentaux.

2.5.2 Capacité portante des semelles circulaires : Rappel des résultats connus

2.5.2.1 Premiers résultats

Comme on l'a vu, la méthode des lignes de glissement a permis le traitement de problèmes plans et axisymétriques où le nombre des quantités inconnues est égal au nombre des équations disponibles. Concernant les problèmes axisymétriques et leur traitement, les critères de résistance habituels (Tresca/Coulomb)[1] permettent aussi l'adoption de l'hypothèse de Haar – Karman (1909), qui rend possible l'utilisation de la méthode des lignes de glissement. Selon cette hypothèse, si l'on note par $\{r, \theta, z\}$ les coordonnées cylindriques où z désigne l'axe de symétrie axiale, on a :

- $\sigma_{\theta\theta}$ est contrainte principale
- $\sigma_{\theta\theta}$ est égale à l'une des contraintes principales situées dans le plan méridien.

Le système d'équations aux dérivées partielles a été formulé par Berezancew (1952) pour un milieu homogène et Salençon (1977) pour un milieu non homogène. Levin (1955) a présenté des bornes supérieures de la capacité portante d'une semelle rigide circulaire, reposant sur un sol homogène purement cohérent, soumise à l'action d'une force verticale centrée N, tandis que Shield (1955) a construit un champ de contrainte complet sous la semelle dans le cas d'une interface sol – semelle lisse. La force maximale supportée par une semelle de rayon r est :

(2.32) $$N_{\max} = 5.69\, cA, \quad A = \pi r^2$$

[1] Ces critères sont du type « courbe intrinsèque », c'est-à-dire qu'ils ne font pas intervenir la contrainte principale intermédiaire.

où c désigne la cohésion du sol.

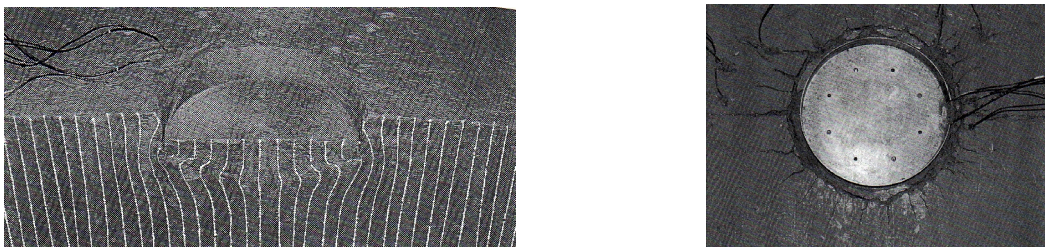
Un peu plus tard, la solution a été reprise par Eason & Shield (1960) dans le cas d'une interface sol – semelle rugueuse, qui fournit une force portante égale à :

(2.33) $$N_{\max} = 6.05\,cA, \quad A = \pi r^2$$

Cox *et al.* (1961) ont traité le problème d'un sol cohérent et frottant sans poids volumique, alors que Cox (1962) a pris en compte le cas d'un sol avec poids volumique au moyen de la méthode des caractéristiques.

Salençon & Matar (1982) ont présenté des solutions pour une grande variété de configurations ; pour un sol cohérent et frottant avec poids volumique, ils ont pris en compte l'hétérogénéité du sol (gradient vertical de cohésion), l'effet d'une surcharge et la présence d'une assise indéformable sous le sol, toujours en géométrie axisymétrique. La construction de champs de contrainte à travers un calcul global par la méthode des « caractéristiques » leur a permis de s'affranchir de l'erreur introduite par la méthode de superposition de Terzaghi et également de la quantifier. Les résultats ont été présentés sous forme d'abaques, en rapportant la capacité portante des fondations circulaires à celle des fondations filantes de même largeur dans les mêmes conditions, au moyen d'un coefficient de forme. Dans le cas des sols frottants, le gradient vertical de cohésion a pu être regroupé avec le poids volumique. Le gradient vertical de cohésion a été également pris en compte dans le problème par Houlsby & Wroth (1983), dans le contexte de la méthode de lignes de glissement, et par Kusakabe *et al.* (1986) qui ont fourni des bornes supérieures de la capacité portante par l'approche cinématique.

Plus récemment, Tani & Craig (1995) ont élaboré des analyses par la méthode des lignes de glissement pour des sols cohérents hétérogènes et réalisé des tests en centrifugeuse afin de vérifier les résultats des analyses théoriques. La Figure 2.20 présente une semelle circulaire typique testée en centrifugeuse par Tani & Craig (1995).

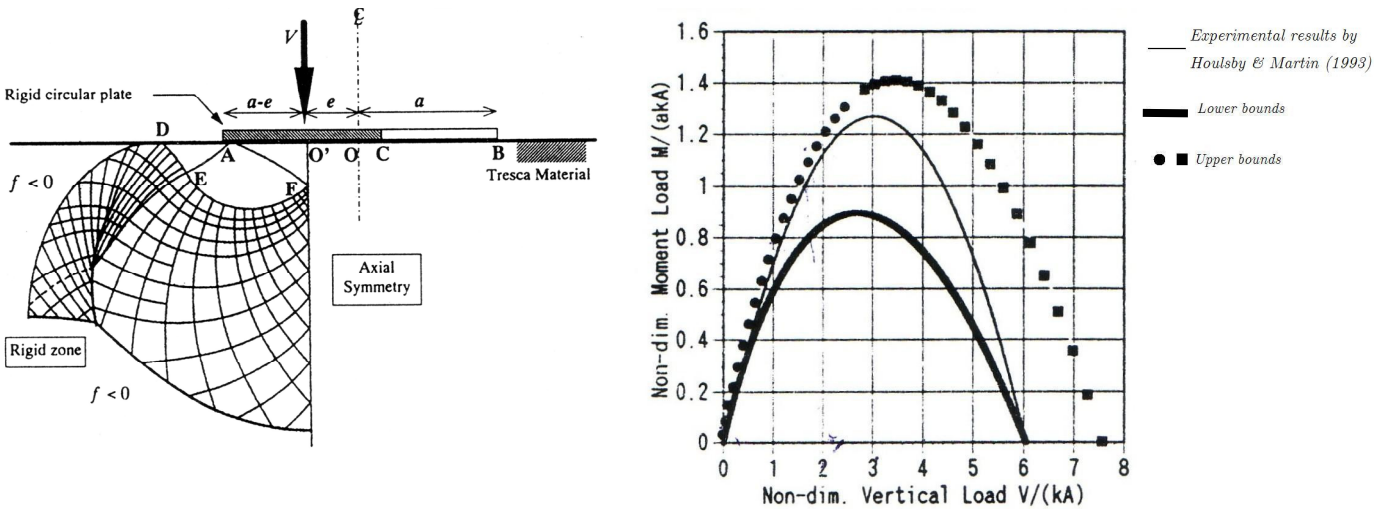


(a) (b)

Figure 2.20 – Résultats typiques des tests en centrifugeuse d'après Tani & Craig (1995) ; a) déformation du sol argileux, b) surface du sol

Par ailleurs, Sekiguchi & Kobayashi (1997) ont introduit un deuxième paramètre de chargement ; le moment M. Ils ont établi des bornes supérieures par le traitement d'un mécanisme de rotation (on présente ce mécanisme dans le paragraphe §2.5.4.3.2), ainsi que des bornes inférieures au moyen d'un champ de contrainte statiquement admissible complet obtenu par simple réduction du champ de Shield à une fondation réduite selon le procédé habituel pour les semelles filantes (*cf.*

Meyerhoff, 1951). Les résultats de Sekiguchi & Kobayashi (1997) sont présentés sur la Figure 2.21.



(a) (b)

Figure 2.21 – Les résultats de Sekiguchi & Kobayashi (1997). a) champ de contrainte sous la semelle et b) diagramme d'interaction entre force verticale centrée et moment.

2.5.2.2 Résultats de l'industrie offshore

La connaissance sur le comportement des semelles circulaires reposant notamment sur des sols cohérents et soumises à un chargement généralisé a été abondamment enrichie par l'étude des fondations des structures offshore. La fondation la plus commune pour ce type de structure est une semelle circulaire connue comme "spudcan footing" dans la littérature anglophone. Comme une structure (plateforme) marine est soumise à l'action cyclique des vagues, du vent *etc.*, il est nécessaire d'étudier la capacité portante de la fondation sous l'action d'un chargement généralisé comportant notamment une force verticale, une force horizontale $\{N, V\}$ et un moment $\{M\}$ sur la semelle. Une représentation tridimensionnelle de la fondation typique de l'industrie offshore est donnée sur la Figure 2.22.

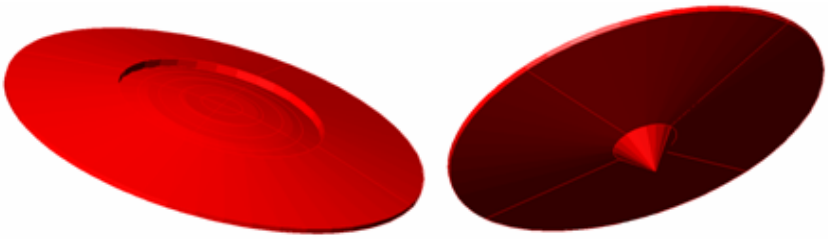


Figure 2.22 – Représentation tridimensionnelle de la fondation « spudcan »

Il est important de noter que dans le cas des fondations offshore, l'interface sol-semelle est considérée comme parfaitement collée afin de décrire la forte adhésion qui se développe à l'interface sol-semelle au fond marin. En revanche, pour l'étude parasismique des fondations il est opportun, comme l'ont montré les observations sur site après séismes, de considérer une interface qui permet le décollement entre la semelle et le sol. Néanmoins, l'étude des fondations offshore peut fournir des résultats utiles même pour l'étude parasismique des fondations.

Dans le contexte des fondations offshore, Bransby et Randolph (1998) ont étudié la réponse des fondations circulaires sur un sol cohérent avec un gradient vertical de cohésion, soumises à un chargement comportant les paramètres $\{N,\ V,\ M\}$. Afin de simplifier le calcul ils considèrent que ***la forme*** de la surface ultime est la même pour une semelle filante et pour une semelle circulaire et que la seule différence concerne les valeurs maximales de la force verticale, horizontale et du moment. Ainsi, ils ont pu remplacer le problème tridimensionnel par un problème plan traité par des analyses en éléments finis et par l'approche cinématique du calcul à la rupture. Dans Bransby & Randolph (1999) les configurations considérées sont étendues au cas d'une profondeur d'encastrement significative. Les champs de vitesse virtuels utilisés sont inspirés des résultats des analyses en éléments finis, comme cela est illustré sur la Figure 2.23.

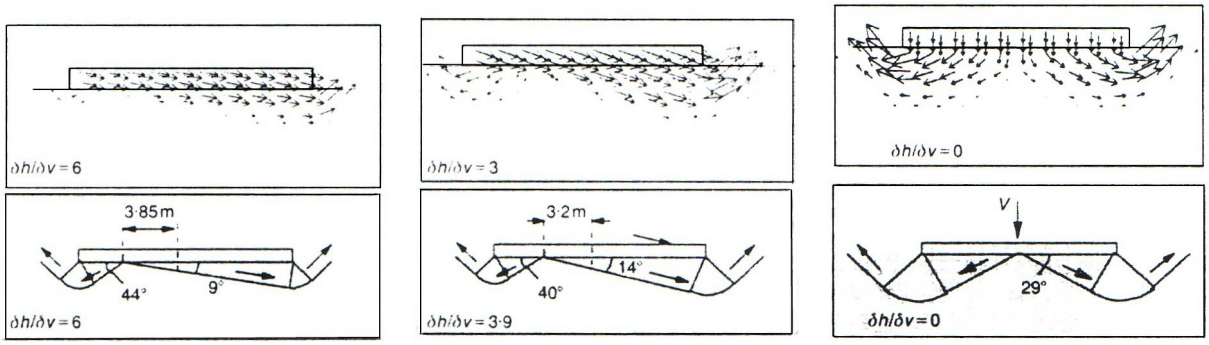


Figure 2.23 – Champs de vitesse pour l'approche cinématique, inspirés par des résultats par éléments finis d'après Bransby & Randolph (1998)..

La méthode du suivi de l'évolution élastoplastique par éléments finis a été utilisée aussi par Taiebat & Carter (2000, 2002). Des modèles bidimensionnels et tridimensionnels sont développés dans le cas d'une semelle circulaire sur un sol cohérent homogène. L'étude porte éventuellement sur la définition de la surface ultime dans l'espace $\{N,\ V,\ M\}$ et sur l'identification de la loi d'écoulement global de la fondation. Un maillage typique ainsi que la surface ultime établie par Taiebat & Carter sont présentés sur la Figure 2.24. Dans Taiebat & Carter (2002) des bornes inférieures ont également été établies par l'approche statique du calcul à la rupture afin de vérifier les résultats par éléments finis. Il s'agissait de champs de contrainte complets, construits analytiquement.

Gouvernec & Randolph (2003) ont essayé de vérifier l'hypothèse utilisée par Bransby & Randolph (1998, 1999) portant sur l'identité de la forme de la surface ultime normalisée pour les semelles filantes et circulaires. La comparaison est effectuée au moyen d'une série d'analyses numériques tridimensionnelles et bidimensionnelles par éléments finis. Le sol est supposé cohérent avec un gradient vertical de cohésion. La conclusion principale de l'étude est qu'une forme unique est

valable dans le plan $M = 0$, pour les fondations filantes et circulaires, mais que dans les plans $N =$ constante et $V = 0$, la taille de la surface ultime normalisée diminue avec l'accroissement du degré de non – homogénéité de la résistance. Ainsi, l'hypothèse d'une forme unique de surface ultime obtenue pour des conditions de résistance homogène ne serait pas du côté de la sécurité. Des résultats typiques ainsi obtenus sont présentés sur la Figure 2.25.

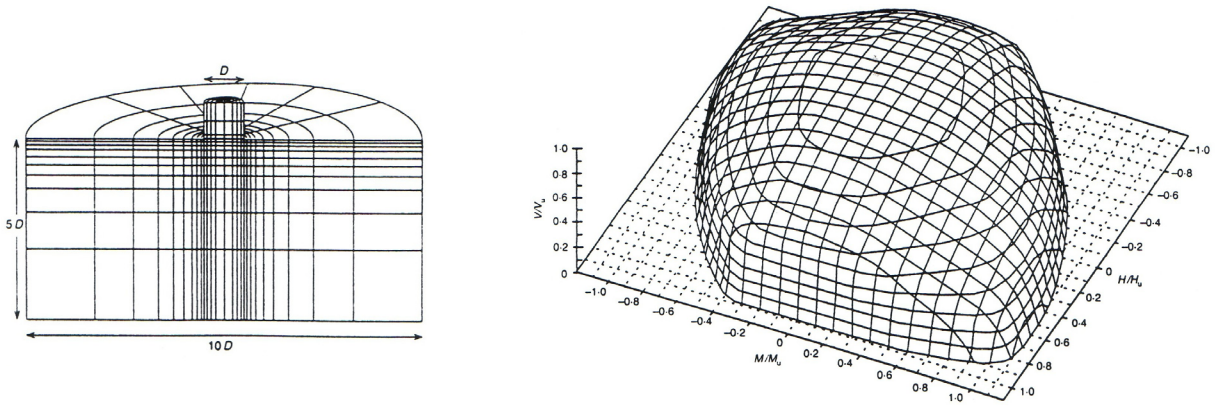
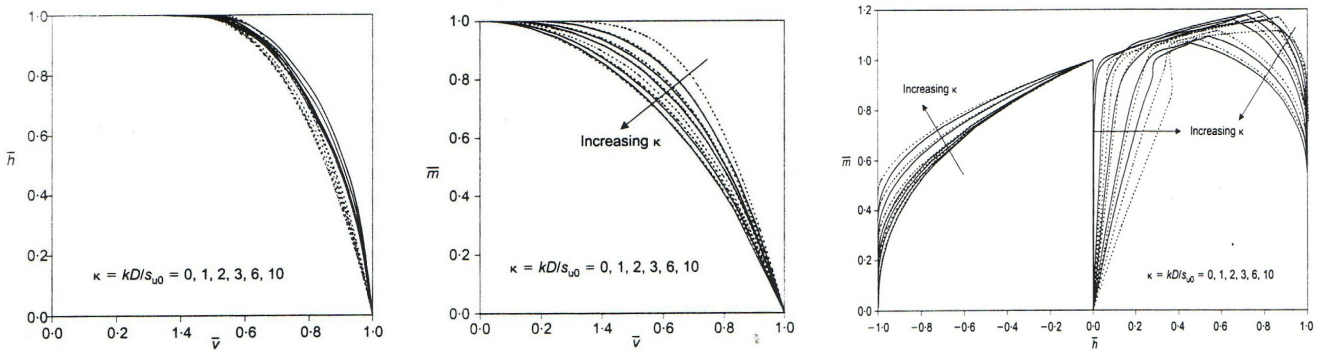


Figure 2.24 – Maillage typique et surface ultime dans l'espace {N, V, M} d'après Taiebat & Carter (2000, 2002).



(a) (b) (c)

Figure 2.25 – Surfaces ultimes normalisées des semelles circulaires et filantes pour un spectre des valeurs du gradient de cohésion selon Gouvernec & Randolph (2003). Ligne noire : semelles filantes. Ligne pointillée : semelles circulaires. a) Plan NV, b) Plan NM, c) Plan VM

L'approche cinématique a été utilisée par Randolph & Puzrin (2003) pour établir des bornes supérieures optimales de l'enveloppe des chargements extrêmes d'une semelle circulaire rigide sur un sol cohérent avec gradient vertical de cohésion. La méthode théorique de Puzrin & Randolph (2003a, b) (*cf.* §2.4.3.1) a été utilisée pour faciliter le traitement des champs de vitesse tridimensionnels considérés. Toujours dans le contexte des fondations offshore, l'interface sol – semelle est considérée comme parfaitement collée et la surface de charge est tracée dans l'espace des paramètres de chargement {*N, V, M*} pour une gamme de valeurs du gradient de cohésion. Les mécanismes de rupture sont présentés sur la Figure 2.26.

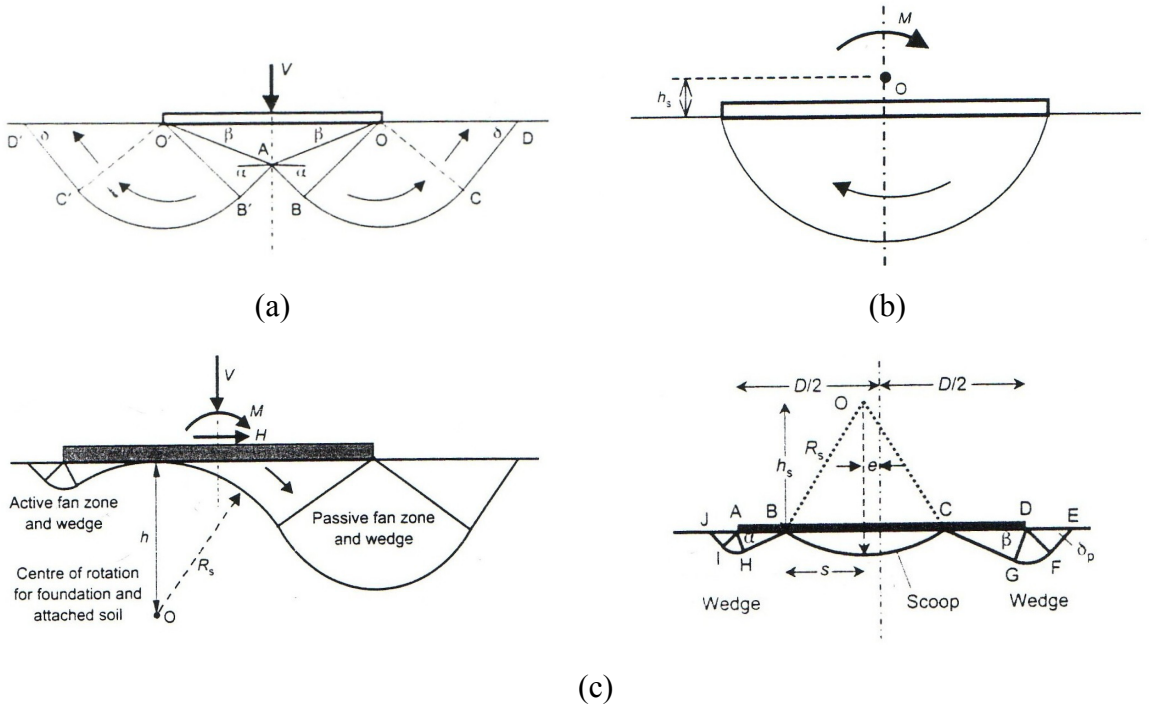


Figure 2.26 – « Mécanismes de rupture » utilisés dans Randolph & Puzrin (2003) ; a) mécanisme quasi–symétrique, b) mécanisme purement rotationnel, c) mécanismes rotationnels avec mobilisation de la résistance au cisaillement dans le volume du sol.

Expérimentation au laboratoire

Le comportement des semelles circulaires soumises à un chargement généralisé a été étudié au moyen des essais au laboratoire, *p.ex.* par Gottardi *et al.* (1999) et par Martin & Houlsby (2000). Les premiers réalisent des tests sur des massifs de sable et les deuxièmes sur des sols cohérents. Dans ces essais la technique de « swipe tests » (*cf.* §2.1.3.1) est utilisée afin de tracer la surface ultime dans l'espace des paramètres de chargement. De plus, les déplacements permanents sont soigneusement enregistrés pour mieux comprendre la loi d'écoulement du système global. Sur la Figure 2.27, on représente des vecteurs de déplacement plastique incrémental dans le plan *V-M* tels qu'ils ont été mesurés par Martin & Houlsby (2000).

2.5.2.3 Développements récents

Parmi les travaux les plus récents ont peut citer le travail théorique de Salençon (2002b) dans le cas des sols cohérents et le travail expérimental de El Sawwaf *et al.* (2005) sur massifs de sable concernant l'effet de confinement du sol de fondation sur la capacité portante de semelles circulaires, l'étude de l'effet de la surcharge par Lee *et al.* (2005) à travers des analyses numériques par éléments finis et l'étude du mécanisme d'enfoncement d'une fondation de type « spudcan » dans un sol cohérent par Hossain *et al.* (2005). On remarque que, même si la littérature géotechnique est riche en ce qui concerne le comportement de semelles circulaires sous un chargement généralisé (grâce à la littérature relative aux fondations offshore), elle ne comporte pas de solutions qui tiennent compte de l'effet des forces d'inertie dans le sol.

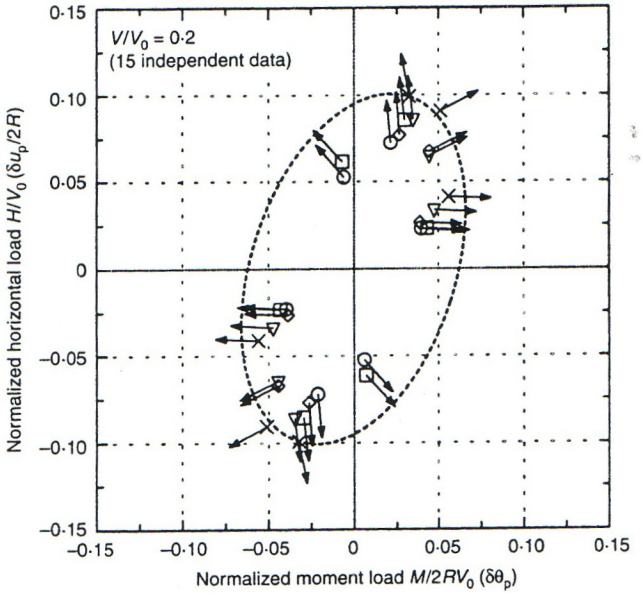


Figure 2.27 – Vecteurs de déplacement plastique incrémental d'après Martin & Houlsby (2000).

Le Tableau 2.4 récapitule les travaux les plus marquants sur la capacité portante des semelles circulaires.

Tableau 2.4 - Récapitulation des travaux sur la capacité portante des fondations superficielles circulaires

Référence	Ans	Sol	Chargement	Méthode	Commentaire
Levin	1955	sol cohérent	N	Analyse limite. Théorème cinématique	Champ de vitesse axisymétrique
Shield	1955	sol cohérent	N	Méthode des lignes de glissement	Champ de contrainte complet ; semelle rigide lisse N_{max} = 5.69cA
Eason & Shield	1960	sol cohérent	N	Méthode des lignes de glissement	Champ de contrainte complet ; semelle rigide rugueuse N_{max} = 6.05cA
Cox, Cox *et al.*	1961, 1962	sol cohérent et frottant	N	Méthode des lignes de glissement	Différentes configurations avec et sans poids volumique
Salençon & Matar	1982	sol cohérent et frottant hétérogène	N	Méthode des lignes de glissement	Calcul global de plusieurs configurations. Coefficient de forme par rapport aux semelles filantes
Houlsby & Wroth	1983	sol cohérent hétérogène	N	Méthode des lignes de glissement	Gradient vertical de cohésion
Kusakabe *et al.*	1986	sol cohérent hétérogène	N	Approche cinématique	Gradient vertical de cohésion
Tani & Craig	1995	sol cohérent hétérogène	N	Méthode des lignes de glissement. Tests en centrifugeuse	Gradient de cohésion. Comparaison semelles filantes - semelles circulaires
Sekiguchi & Kobayashi	1997	sol cohérent	$N,\ M$	Approche cinématique Approche statique	Diagramme d'interaction *N – M*
Bransby & Randolph	1998	sol cohérent hétérogène	$N,\ V,\ M$	Évolution élastoplastique par éléments finis. Approche cinématique	Surface de charge normalisée des semelles circulaires identique à celle des semelles filantes
Bransby & Randolph	1999	sol cohérent hétérogène	$N,\ V,\ M$	Evolution élastoplastique par éléments finis. Approche cinématique	Considération de la profondeur d'encastrement
Gottardi *et al.*	1999	sol frottant	$N,\ V,\ M$	Essais sur massif de sol	Swipe tests - Surface de charge dans l'espace {*N, V, M*}
Martin & Houlsby	2000	sol cohérent	$N,\ V,\ M$	Essais sur massif de sol	"Spudcan" footing. Surface de charge et loi d'écoulement
Taiebat & Carter	2000	sol cohérent	$N,\ V,\ M$	Évolution élastoplastique par éléments finis	Modèle en 3D. Surface de charge dans l'espace {N, V, M}
Taiebat & Carter	2002	sol cohérent	$N,\ M$	Évolution élastoplastique par éléments finis. Approche statique	Modèles 2D et 3D. Champs de contrainte "apparents" par introduction d'aire effective de la semelle
Salençon	2002 b	sol cohérent	N	Approche statique et cinématique du calcul à la rupture	Effet de confinement du sol de fondation par une enceinte circulaire rigide
Gourvenec & Randolph	2003	sol cohérent hétérogène	$N,\ V,\ M$	Evolution elastoplastique par éléments finis.	Modèles 2D et 3D. Comparaison des surfaces de charge de semelles circulaires et filantes
Randolph & Puzrin	2003	sol cohérent hétérogène	$N,\ V,\ M$	Approche cinématique	Champs de vitesse 3D. Utilisation de la méthode de Puzrin & Randolph (2003)
Salgado *et al.*	2004	sol cohérent hétérogène	N	Analyse limite numérique. Théorèmes statique et cinématique	Facteurs de profondeur d'encastrement
El Sawwaf & Nazer	2005	sol frottant	N	Essais sur massif de sol	Effet de confinement du mécanisme de rupture
Lee & Salgado	2005	différents sols étudiés	N	Essais in situ - analyses numériques par éléments finis	Effets de D_R, K_0 et largeur de la semelle
Lee *et al.*	2005	sol cohérent et frottant	N	Evolution élastoplastique par éléments finis.	Effet de la surcharge
Hossain *et al.*	2005	sol cohérent	N	Essais en centrifugeuse - Analyses numériques par éléments finis	Enfoncement d'une semelle circulaire ("spudcan") dans un sol cohérent homogène

2.5.3 Formulation du problème de la capacité portante sismique des fondations circulaires

2.5.3.1 Définition de la géométrie et des paramètres de chargement

Géométrie

On s'intéresse à la détermination des chargements extrêmes du système représenté sur la Figure 2.28 ; une ***semelle circulaire parfaitement rigide*** de rayon r repose sur la surface d'un demi-espace isotrope. On considère que la semelle modélise la fondation d'une superstructure arbitraire. On va supposer que l'intégrité structurale tant de la superstructure que de la semelle est garantie et on va s'intéresser uniquement au transfert des charges au sol de fondation. On désigne par $\underline{\gamma}$ le poids volumique du sol.

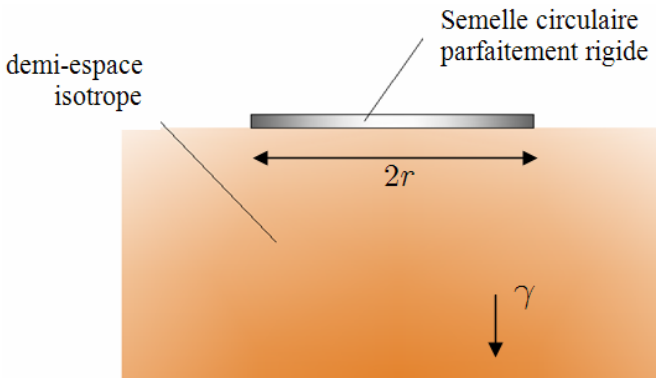


Figure 2.28 – Géométrie du système étudié

Chargement

On introduit les paramètres de chargement du paragraphe 2.4.1 ; le système sol-semelle est excité par une sollicitation sismique qui entraîne des forces inertielles dans la superstructure et dans le sol de fondation. En adoptant l'hypothèse de rigidité parfaite de la semelle et en prenant comme point de référence le centre de la semelle, les efforts exercés par la superstructure sont définis par les paramètres de chargement :

- Force verticale $\underline{N}$
- Force horizontale $\underline{V}$
- Moment $\underline{M}$

On note que l'effet du poids de la semelle est intégré dans les paramètres de chargement $\{N, V, M\}$: le torseur est appliqué à la sous-face de la fondation.

Le sol de fondation est soumis à l'action des forces inertielles volumiques $\underline{F}$ que l'on peut décomposer suivant une composante horizontale $\underline{F}_{\mathrm{h}}$ et une composante verticale $\underline{F}_{\mathrm{v}}$, cette dernière étant couplée avec le poids volumique en introduisant le poids volumique modifié :

(2.34) $$\underline{\gamma}^* = \underline{\gamma} + \underline{F}_{\mathrm{v}} = \gamma^* \underline{e}_z$$

où $\underline{e}_z$, le vecteur unitaire dans la direction verticale descendante. Les forces d'inertie $\underline{F}$ sont ***uniformes*** dans le volume du sol, hypothèse qui a été examinée dans §2.4. Le vecteur $\underline{Q}$ des paramètres de chargement s'écrit :

(2.35) $$\underline{Q} = \left(N,\, V,\, M,\, F_{\mathrm{h}},\, \gamma^*\right)$$

Les paramètres de chargement sont illustrés sur la Figure 2.29.

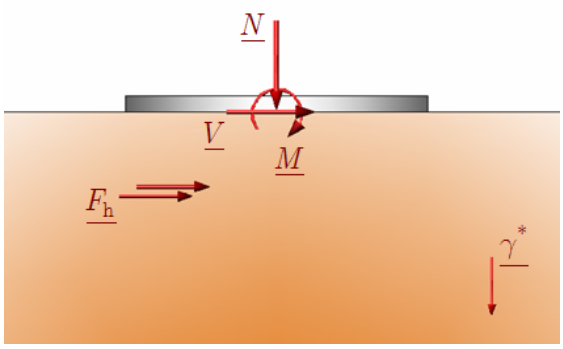


Figure 2.29 – Paramètres de chargement du système étudié

Convention des signes

Les signes des paramètres de chargement suivent la règle présentée sur la Figure 2.30.

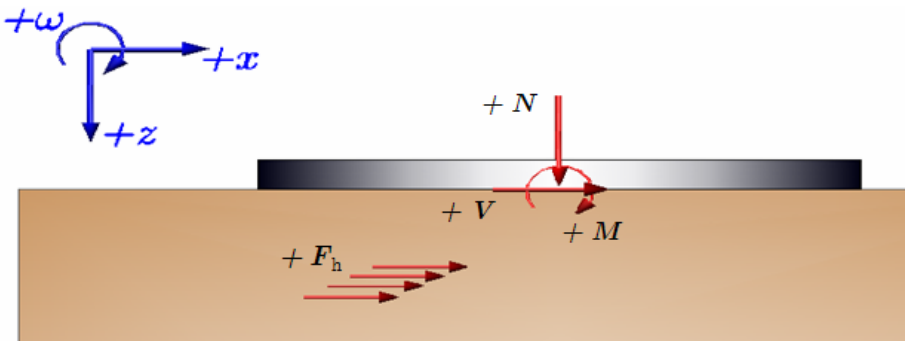


Figure 2.30 – Convention des signes des paramètres de chargement pour les diagrammes des résultats

2.5.3.2 Critères de résistance

On introduit dans ce paragraphe les critères de résistance pour le sol et pour l'interface sol-semelle. La connaissance des critères de résistance est nécessaire, dans la mise en œuvre de l'approche cinématique du calcul à la rupture, pour la définition des fonctions π.

Critère de résistance du sol

On considère que le sol obéit au critère de Tresca : en tout point il possède une cohésion c. On considère que la cohésion du sol augmente linéairement avec la profondeur :

(2.36) $$c = C_0 + Gz$$

où C_0 est la cohésion à la surface du sol et G le gradient de cohésion par rapport à la profondeur. La cohésion est linéaire en fonction de la profondeur (Figure 2.31).

On distingue deux cas séparés : critère de Tresca classique (avec résistance à la traction) et critère de Tresca sans résistance à la traction.

- **Critère de Tresca avec résistance à la traction**

Dans ce cas, le critère de résistance du matériau s'exprime par la relation suivante :

(2.37) $$f\left(\underline{\underline{\sigma}}\right) = |\sigma_1 - \sigma_3| - 2c \leq 0$$

Dans (2.37), on considère que les contraintes principales sont ordonnées : $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. On note que les contraintes sont positives en traction.

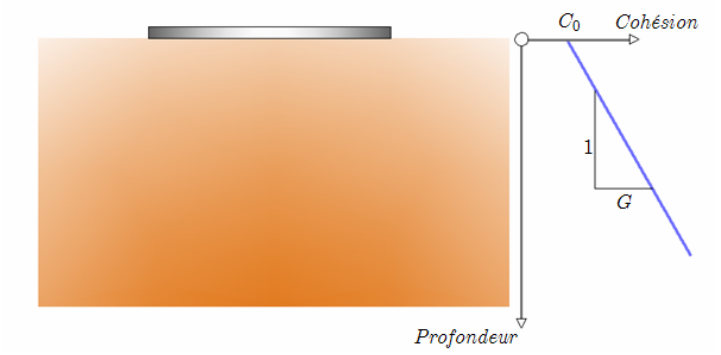


Figure 2.31 – Variation de la cohésion en fonction de la profondeur.

Le critère de (2.37) est représenté dans le plan de Mohr, sur la Figure 2.32.

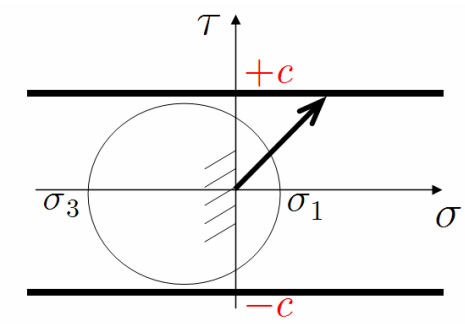


Figure 2.32 - Matériau de Tresca avec résistance à la traction

Les fonctions π s'écrivent, selon Salençon (2002a) :

- *Fonction π volumique*:

(2.38) $$\pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right) = \begin{cases} +\infty & \text{si} \quad \operatorname{tr}\underline{\underline{\hat{d}}} \neq 0 \\ c\left(\left|\hat{d}_1\right| + \left|\hat{d}_2\right| + \left|\hat{d}_3\right|\right) & \text{si} \quad \operatorname{tr}\underline{\underline{\hat{d}}} = 0 \end{cases}$$

- *Fonction π surfacique*:

(2.39) $$\pi\left(\underline{n}, [\![\underline{\hat{U}}]\!]\right) = \begin{cases} +\infty & \text{si} \quad [\![\underline{\hat{U}}]\!] \cdot \underline{n} \neq 0 \\ c\left|[\![\underline{\hat{U}}]\!]\right| & \text{si} \quad [\![\underline{\hat{U}}]\!] \cdot \underline{n} = 0 \end{cases}$$

Dans (2.38) et (2.39) $\underline{\hat{U}}$ est un champ de vitesse virtuel et $\underline{\underline{\hat{d}}}$ le tenseur taux de déformation correspondant, dont d_1, d_2, d_3 les valeurs principales.

- **Critère de Tresca sans résistance à la traction**

Dans le cas du matériau sans résistance à la traction, le critère de résistance est modifié comme ci dessous :

(2.40) $$f\left(\underline{\underline{\sigma}}\right) = \sup\left\{|\sigma_1 - \sigma_3| - 2c,\ \sigma_1\right\} \leq 0$$

Ce critère est représenté dans le plan de Mohr sur la Figure 2.33.

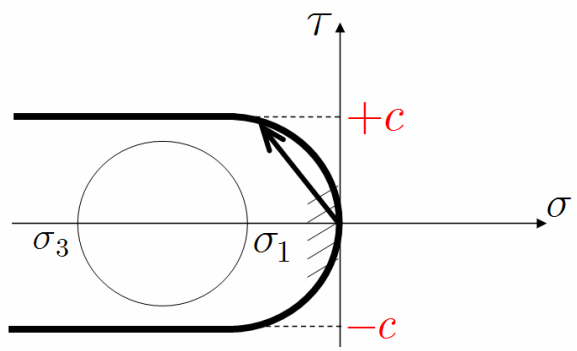


Figure 2.33 - Matériau de Tresca sans résistance à la traction

Les fonctions π s'écrivent (Salençon, 2002) :

- *Fonction π volumique*:

(2.41) $$\pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right) = \begin{cases} +\infty & \text{si} \quad \operatorname{tr}\underline{\underline{\hat{d}}} < 0 \\ c\left(\left|\hat{d}_1\right| + \left|\hat{d}_2\right| + \left|\hat{d}_3\right| - \operatorname{tr}\underline{\underline{\hat{d}}}\right) & \text{si} \quad \operatorname{tr}\underline{\underline{\hat{d}}} \geq 0 \end{cases}$$

- *Fonction π surfacique* :

(2.42) $$\pi\left(\underline{n}, [\![\underline{\hat{U}}]\!]\right) = \begin{cases} +\infty & \text{si} \quad [\![\underline{\hat{U}}]\!] \cdot \underline{n} < 0 \\ c\left(\left|[\![\underline{\hat{U}}]\!]\right| - [\![\underline{\hat{U}}]\!] \cdot \underline{n}\right) & \text{si} \quad [\![\underline{\hat{U}}]\!] \cdot \underline{n} \geq 0 \end{cases}$$

Critère de résistance de l'interface

Un élément essentiel du critère de résistance de l'interface sol-semelle est qu'elle ne possède pas de résistance en traction afin de permettre des décollements entre la semelle et le sol, caractéristique importante des ruptures sismiques des fondations superficielles.

L'interface est ainsi définie comme une interface de Tresca sans résistance à la traction. La résistance de l'interface est égale à la cohésion surfacique du sol comme présenté sur la Figure 2.34.

Le critère de résistance s'écrit:

(2.43) $$f(\sigma,\tau) = \sup\left\{ |\tau| - C_0,\ \ \sigma \right\} \leq 0$$

où σ, τ sont les composantes normale et tangentielle sur l'interface respectivement (*cf.* Figure 2.34).

La fonction π correspondante s'écrit (Salençon, 2002) :

(2.44) $$\pi\left(\underline{n}, [\![\hat{\underline{U}}]\!]\right) = \begin{cases} +\infty & \text{si} \quad [\![\hat{\underline{U}}]\!] \cdot \underline{n} < 0 \\ C_0 \left| [\![\hat{\underline{U}}]\!] - \left([\![\hat{\underline{U}}]\!] \cdot \underline{n}\right)\underline{n} \right| & \text{si} \quad [\![\hat{\underline{U}}]\!] \cdot \underline{n} \geq 0 \end{cases}$$

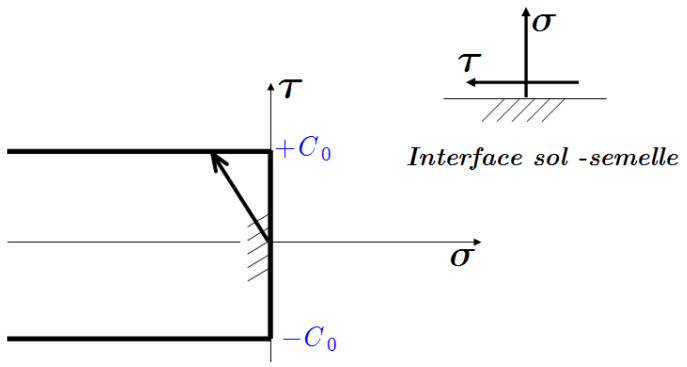


Figure 2.34 – Interface de Tresca sans résistance à la traction

Combinaison des critères du sol et de l'interface

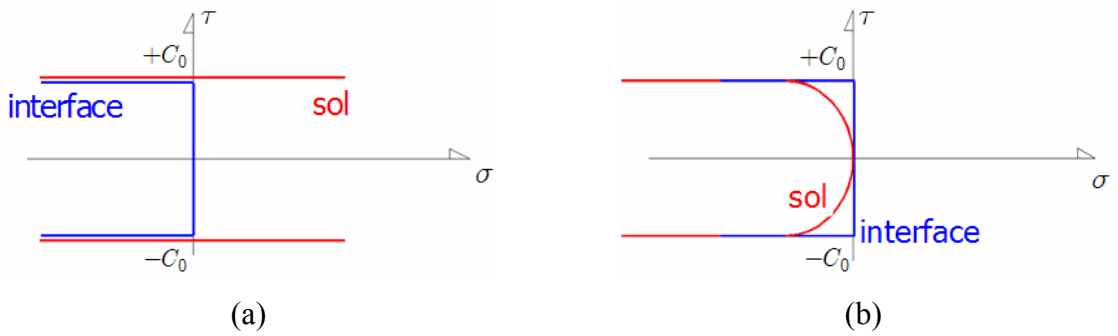


Figure 2.35 – Combinaison des critères dans le plan horizontal directement sous la semelle a) sol avec résistance à la traction, b) sol sans résistance à traction.

Dans le plan horizontal directement sous la semelle les deux critères doivent être respectés ; celui du sol et celui de l'interface. La combinaison des deux critères est présentée sur la Figure 2.35, qui illustre le fait que dans le cas d'un sol avec résistance à la traction, le critère global du plan horizontal sous la semelle est défini par le critère de l'interface. Dans le deuxième cas, c'est le critère du sol qui définit le critère global.

2.5.3.3 Influence de la pesanteur

Il a été démontré dans le cadre du calcul à la rupture (Salençon, 1983) que dans le cas d'un sol obéissant au critère de Tresca ***avec résistance à la traction***, le paramètre de chargement γ^* est sans influence sur la capacité portante d'une fondation superficielle. Pratiquement, cela signifie que :

(2.45) $$\forall \gamma^* \in \mathbb{R}: \quad \underline{Q}^{\gamma^*} \in K \Leftrightarrow \underline{Q}^0 \in K$$

avec $\underline{Q}^{\gamma^*} = (N, V, M, F_\mathrm{h}, \gamma^*)$, $\underline{Q}^0 = (N, V, M, F_\mathrm{h}, 0)$. On note que dans (2.45), $\underline{Q}^{\gamma^*}$ et $\underline{Q}^0$ doivent respecter le critère de résistance de l'interface. Ainsi, on peut éliminer le poids volumique modifié γ^* et formuler le vecteur des paramètres de chargement comme:

(2.46) $$\underline{Q} = \left(N, V, M, F_\mathrm{h}\right)$$

Dans le cas d'un matériau de Tresca ***sans résistance à la traction*** le résultat (2.45) n'est plus valable en général. En revanche, on peut démontrer que :

(2.47) $$\forall \gamma^* \in [0, +\infty[: \underline{Q}^0 \in K \Rightarrow \underline{Q}^{\gamma^*} \in K$$

Dans (2.47), on implique que γ^* est ***positif suivant la direction de la pesanteur***. La condition dans (2.47) est satisfaite si $a_\mathrm{v} < -g = -9.81\ \mathrm{m/sec}^2$, ce qui est vrai, en général, pour les sollicitations sismiques. On note que dans (2.47), la réciproque n'est pas valable en général.

Influence de la surcharge

Dans le cadre de l'étude parasismique des fondations, on est obligé de considérer en général, une surcharge uniforme à la surface du sol avec deux composantes ; surcharge verticale q_v et surcharge horizontale q_h. La surcharge verticale peut décrire le poids de structures voisines ou de couches de sols supérieures pour une fondation faiblement enterrée, alors que la surcharge horizontale représente leur réponse inertielle lors d'une sollicitation sismique. Concernant la surcharge verticale on peut démontrer son caractère additif à la force verticale N :

- *Tresca avec résistance à la traction*

(2.48) $$\forall q_\mathrm{v} \in \mathbb{R}: \quad \underline{Q}^{q_\mathrm{v}} \in K \Leftrightarrow \underline{Q}^0 \in K$$

- *Tresca sans résistance à la traction*

(2.49) $$\forall q_\mathrm{v} \in [0, +\infty[: \underline{Q}^0 \in K \Rightarrow \underline{Q}^{q_\mathrm{v}} \in K$$

avec $\underline{Q}^{q_\mathrm{v}} = ((N + q_\mathrm{v} A), V, M, F_\mathrm{h}, q_\mathrm{v})$ et $\underline{Q}^0 = (N, V, M, F_\mathrm{h}, 0)$ La démonstration de (2.45), (2.47), (2.48) et (2.49) est donnée par Salençon (1983). Dans (2.48) et (2.49), q_v est positif suivant la direction de la pesanteur.

Dans le contexte du présent travail, la surcharge ***ne sera pas prise en compte***.

2.5.3.4 Parallélisme des paramètres de chargement

Les paramètres de chargement $\underline{V}$, $\underline{M}$ et $\underline{F}_{\mathrm{h}}$, introduits dans §2.5.3.1, sont des vecteurs dans le plan horizontal et ils peuvent en général s'orienter dans des directions arbitraires, comme indiqué sur la Figure 2.36.

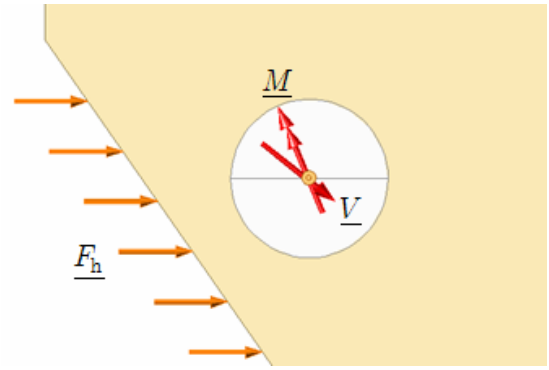


Figure 2.36 – Paramètres de chargement de directions arbitraires

Afin de faciliter le traitement du problème on va désormais considérer que les paramètres de chargement $\underline{V}$ et $\underline{F}_{\mathrm{h}}$ sont parallèles, alors que le pseudo-vecteur du moment $\underline{M}$ est perpendiculaire à la direction de $\underline{V}$ et $\underline{F}_{\mathrm{h}}$. Cette configuration est présentée sur la Figure 2.37.

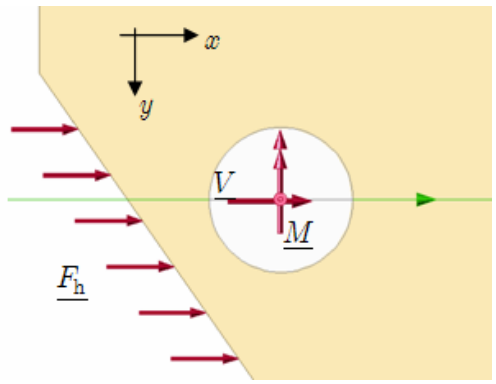


Figure 2.37 – Parallélisme des paramètres de chargement

Ce choix pour la direction des vecteurs $\underline{V}$, $\underline{M}$ et $\underline{F}_{\mathrm{h}}$ peut être justifié en considérant que $\underline{V}$ et $\underline{M}$ proviennent de l'excitation d'une superstructure à un degré de liberté (*cf.* Figure 2.38). Ainsi, l'équation d'équilibre pour le degré de liberté unique de la superstructure oblige la force horizontale à être parallèle avec les forces d'inertie. Le moment s'exprime par le produit $M = Vh$.

La condition du parallélisme des paramètres reste valide pour une superstructure à plusieurs degrés de liberté qui est excitée par un champ d'ondes planes (c'est-à-dire $\underline{F}_{\mathrm{h}}$ dans un plan) et

présente des axes principaux d'inertie dans ce plan et dans le plan perpendiculaire. Dans ce cas, $\underline{V}$ et $\underline{F}_{\mathrm{h}}$ sont parallèles et $\underline{M}$ est perpendiculaire à la direction de $\underline{V}$. Cette hypothèse permet de justifier les résultats obtenus pour un système à plusieurs degrés de liberté.

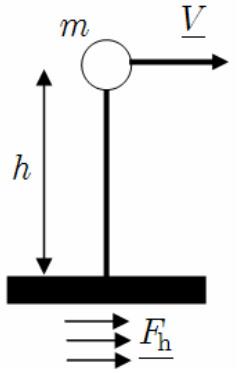


Figure 2.38 – Structure à un degré de liberté excitée par $\underline{F}_{\mathrm{h}}$

2.5.4 Mécanismes virtuels de rupture

Dans ce paragraphe on présente les mécanismes virtuels de rupture utilisés pour établir des bornes supérieures de la capacité portante des fondations circulaires. On définit la notion de « mécanismes plans » et on décrit la méthode de Puzrin & Randolph (2003a, b) qui permet leur traitement. Enfin, on donne une description détaillée des mécanismes virtuels de rupture, que l'on utilise pour décrire la rupture des semelles circulaires sous sollicitations sismiques.

2.5.4.1 Mécanismes plans

La classe des mécanismes plans a été introduite par Puzrin & Randolph (2003a, b) et elle a été utilisée par Randolph & Puzrin (2003) dans la détermination de chargements extrêmes des fondations circulaires sur sols cohérents. En se référant au système de coordonnées présenté sur la Figure 2.39, on définit comme ***mécanisme plan***, un mécanisme décrit par un champ de vitesse virtuelle qui satisfait :

$$\begin{cases} \hat{U}_y = 0 \\ \hat{U}_x, \hat{U}_z = f(y) \end{cases} \tag{2.50}$$

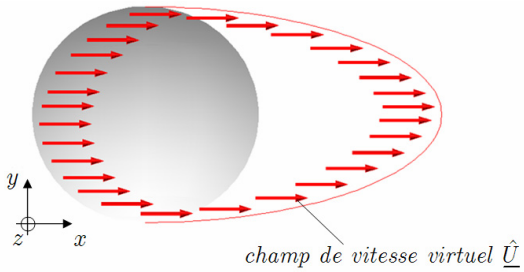


Figure 2.39 – Définition de mécanismes plans

Dans (2.50), la composante du champ de vitesse suivant l'axe y est nulle mais les composantes de vitesse suivant x et z sont fonction de y, c'est-à-dire que le champ ***n'est pas en déformation plane***. De tels champs de vitesse ont été utilisés par Cuvillier (2001) et Wong (1994) pour l'étude, par l'approche cinématique du calcul à la rupture, de la stabilité du front de taille d'un tunnel à faible profondeur. Par ailleurs, le champ de vitesse, solution du problème de la torsion d'un cylindre de section circulaire, est de cette nature.

2.5.4.2 La méthode de Puzrin & Randolph

Dans deux articles récents, Puzrin & Randolph (2003a, 2003b) ont présenté une méthode pour le traitement des mécanismes plans pertinents pour le critère de résistance de Tresca avec résistance à la traction. L'idée directrice de la méthode est la transformation du système initial de coordonnées $\{x,\, y,\, z\}$ en un nouveau système de coordonnées curvilignes $\{x',\, y',\, z'\}$ dans lequel la vitesse reste toujours parallèle au nouvel axe x'. On peut exprimer cette transformation en écrivant :

$$\begin{gathered}\{x,\, y, z\} \rightarrow \{x',\, y',\, z'\} \text{ tel que :} \\ \hat{U}_{y'} = \hat{U}_{z'} = 0 \text{ et } \hat{U}_{x'} = f\left(x',\, y',\, z'\right)\end{gathered} \tag{2.51}$$

Dans ce nouveau système de coordonnées, l'évaluation du tenseur des taux de déformations, pour des champs de vitesse pertinents pour le critère de Tresca, est considérablement simplifiée de même que la détermination de la puissance résistante maximale.

Un élément subtil de la méthode est que le système initial, qui est habituellement un système cartésien (rectiligne et orthogonal), est transformé en un nouveau système de coordonnées curviligne et non orthogonal. Cette caractéristique doit être prise en compte dans l'évaluation du tenseur de taux déformations. Dans le contexte du présent travail, on va utiliser deux types particuliers de ces transformations de coordonnées : la transformation relative au cas de trajectoires de vitesse rectilignes et la transformation dans le cas de trajectoires de vitesse circulaires. Ces transformations sont présentées sur la Figure 2.40.

Trajectoires rectilignes

En se référant à la Figure 2.40, la transformation de coordonnées dans le cas de trajectoires rectilignes est donnée par :

$$\begin{cases} x' = \left(x - x_0(y)\right)\cos\left(\psi(y)\right) + \left(z - z_0(y)\right)\sin\left(\psi(y)\right) \\ z' = \left(z - z_0(y)\right)\cos\left(\psi(y)\right) - \left(x - x_0(y)\right)\sin\left(\psi(y)\right) \\ y' = y \end{cases} \tag{2.52}$$

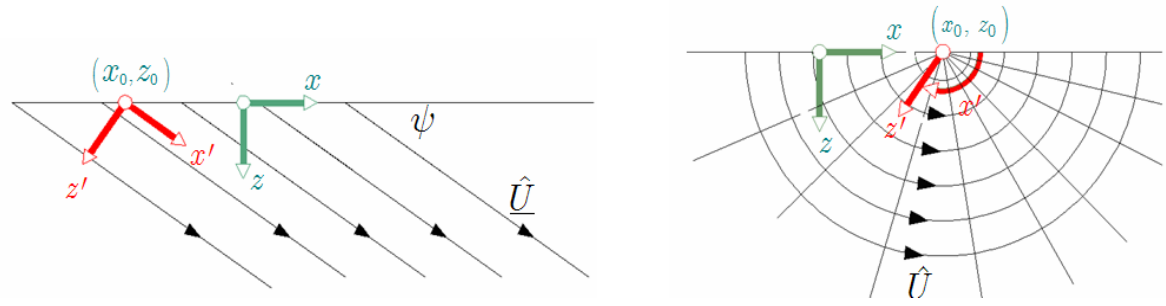
Le champ de vitesse dans le nouveau système de coordonnées satisfait :

$$\hat{U}_{y'} = \hat{U}_{z'} = 0$$

La dépendance du point $(x_0,\, z_0)$ (origine du nouveau système par rapport au système de coordonnées initial) et de l'angle ψ (et par conséquent, la dépendance des coordonnées x' et z') par rapport à la coordonnée y, indique le fait que le nouveau système de coordonnées est non

orthogonal. Un cas particulier intéressant est obtenu lorsque dans le nouveau système : $\partial\psi / \partial y' = 0$. Dans ce cas, la fonction $\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right)$ volumique est donnée par:

(2.53) $$\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right) = 2c\sqrt{\left(\hat{d}_{x'y'}\right)^2 + \left(\hat{d}_{x'z'}\right)^2}$$



(a) (b)

Figure 2.40 – Transformation de coordonnées : a) trajectoires de vitesse rectilignes et b) trajectoires de vitesse circulaires

Trajectoires circulaires

De la même façon, dans le cas de trajectoires circulaires, on introduit la transformation de coordonnées suivante (coordonnées cylindriques):

(2.54) $$\begin{cases} x' = \tan^{-1}\left(\dfrac{z - z_0(y)}{x - x_0(y)}\right) \\ z' = \sqrt{(z - z_0(y))^2 + (x - x_0(y))^2} \\ y' = y \end{cases}$$

En se référant à la mise en œuvre de la transformation, si dans le nouveau système $\hat{U}_{x'}$ est constante on obtient:

(2.55) $$\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right) = 2c\sqrt{\left(\hat{d}_{x'z'}\right)^2 + \left(\hat{d}_{y'z'}\right)^2}$$

Si finalement, $\hat{U}_{x'} = kz'$, où k une constante :

(2.56) $$\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right) = 2c\sqrt{\left(\hat{d}_{x'y'}\right)^2 + \left(\hat{d}_{y'z'}\right)^2}$$

Un développement plus détaillé des équations de la méthode de Puzrin & Randolph (2003a, 2003b) est donné dans l'Annexe 2.I.

2.5.4.3 Description des mécanismes virtuels de rupture

Les champs de vitesse virtuels examinés sont répertoriés selon des classes de mécanismes virtuels, qui correspondent à un type spécifique de rupture. Chaque mécanisme virtuel dépend d'un certain nombre de paramètres géométriques. La procédure d'optimisation dans une classe de mécanismes, concerne la détermination de la valeur de ces paramètres qui fournit la borne optimale pour les chargements extrêmes. Le calcul s'achève par la sélection du minimum parmi les bornes optimales

obtenues dans chaque classe de mécanismes. Le minimum de ces bornes optimales (minimum minimorum) constitue la meilleure approximation atteinte pour les chargements extrêmes.

Dans la suite, on présente les caractéristiques des mécanismes de rupture virtuels considérés. On définit la géométrie des mécanismes et les champs de vitesse correspondants. Trois types de mécanismes virtuels sont examinés : le mécanisme virtuel translationnel, le mécanisme virtuel rotationnel et le mécanisme virtuel de rotation avec cisaillement.

2.5.4.3.1 Le mécanisme virtuel translationnel

Le mécanisme virtuel translationnel a été initialement présenté par Green (1954) pour la détermination des chargements extrêmes (N, V) d'une semelle filante sur un matériau purement cohérent. Pecker & Salençon (1991) ont ajouté aux paramètres de chargement les forces volumiques F_{h}. Une extension tridimensionnelle du mécanisme dans les trois dimensions a été introduite par Puzrin & Randolph (2003b) afin de traiter le problème de la capacité portante de semelles circulaires. La géométrie du mécanisme est présentée sur la Figure 2.41.

Comme présenté sur la Figure 2.41, le mécanisme tridimensionnel est construit en considérant que dans toute coupe par un plan $y = \text{constante}$, la largeur totale du mécanisme est proportionnelle à la largeur de la semelle dans le même plan. Pratiquement, cela signifie que pour deux coupes différentes (*cf.* Figure 2.41) :

$$\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'} = \text{constante}$$

La trace du mécanisme sur la surface du sol est une demi-ellipse. La largeur du mécanisme est maximale lorsque la section contient le centre de la semelle ($coupe\ AB$, *cf.* Figure 2.41) et nulle aux deux extrêmes de la semelle où $y = \pm r$. La géométrie du mécanisme est définie par deux paramètres géométriques : les angles δ et ε.

Les paramètres géométriques peuvent prendre les valeurs :

$$0 < \delta, \varepsilon < \frac{\pi}{2} \tag{2.57}$$

Une représentation tridimensionnelle du mécanisme est donnée sur la Figure 2.42.

Champ de vitesse

Le champ de vitesse est décrit sur la Figure 2.43. Le mécanisme est divisé en trois zones notées 1, 2 et 3 (*cf.* Figure 2.41). La semelle ainsi que la zone 1 (triangle CDG sur la Figure 2.43) sont animées d'un mouvement rigidifiant de translation de vitesse virtuelle $\underline{\hat{U}}_0$, parallèle à CD, d'où le nom du mécanisme. La direction de la vitesse fait l'angle δ avec la surface du sol.

La zone 2 (secteur circulaire GDE sur la Figure 2.43) est une bande circulaire de cisaillement dans laquelle la vitesse en tout point reste parallèle à l'arc DE. Le module de la vitesse est égal à $\left|\underline{\hat{U}}_0\right|$.

La zone 3 (triangle GEF sur la Figure 2.43) est aussi animée d'un mouvement rigidifiant de translation. La vitesse, de module $\left|\underline{\hat{U}}_0\right|$, fait l'angle ε avec la surface du sol.

Le traitement du mécanisme s'achève au moyen de la méthode de Puzrin & Randolph. Les transformations des coordonnées $\{x, y, z\} \rightarrow \{x', y', z'\}$ pour chaque zone sont présentées aussi sur la Figure 2.43.

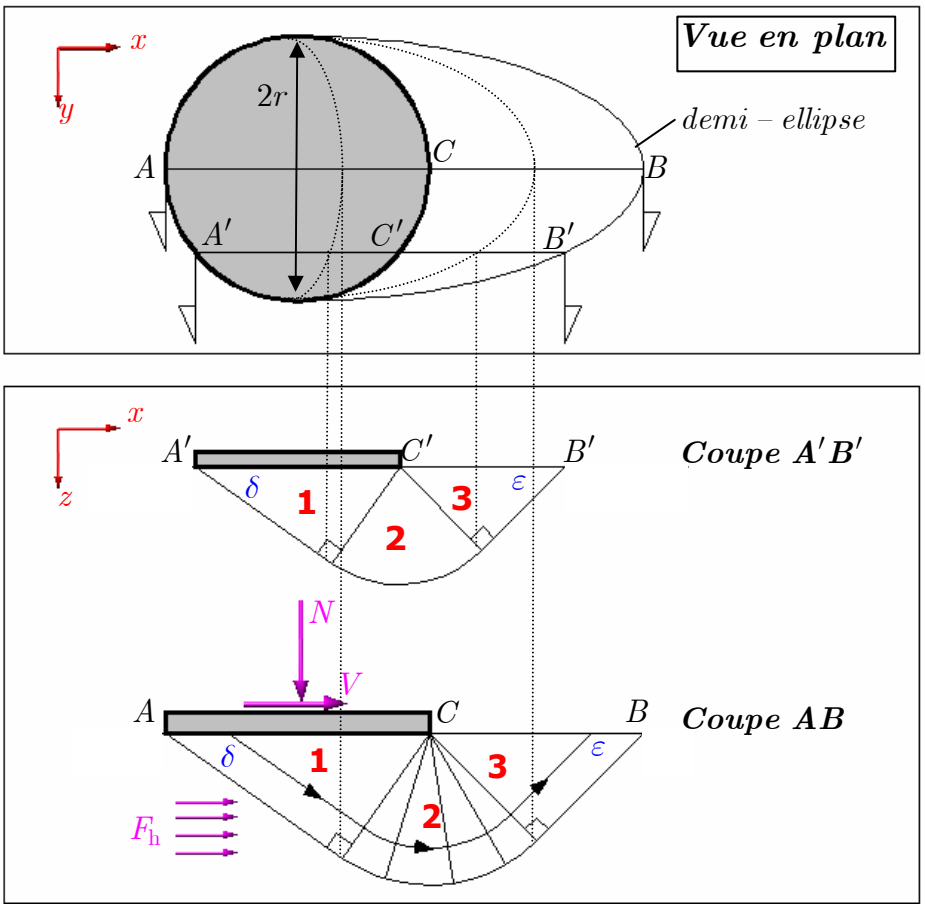


Figure 2.41 – La géométrie du mécanisme translationnel

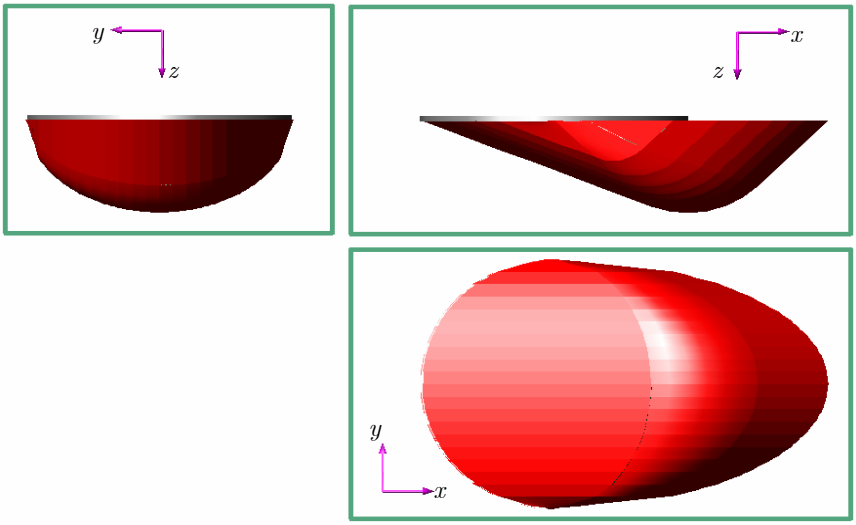


Figure 2.42 – Représentation tridimensionnelle du mécanisme translationnel

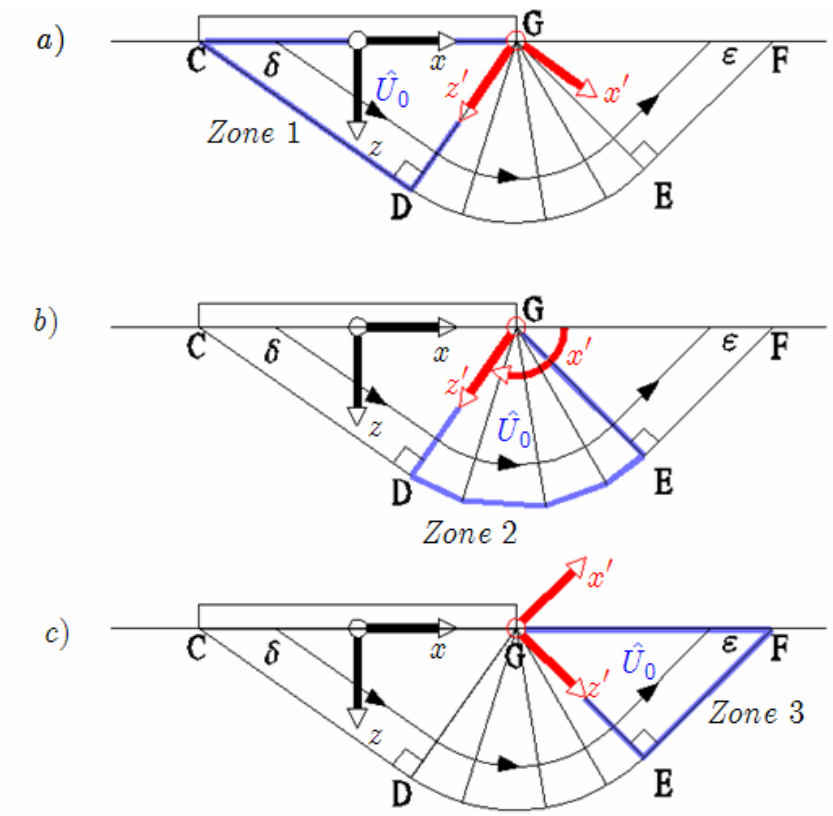


Figure 2.43 – Champ de vitesse du mécanisme translationnel et transformations de coordonnées pertinentes pour la méthode de Puzrin & Randolph.

On note que ce champ de vitesse satisfait :

$$\begin{aligned} &\mathrm{tr}\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right) = 0, \text{ en tout point du volume} \\ &[\![\underline{\hat{U}}]\!] \cdot \underline{n} = 0, \text{ sur les surfaces de discontinuités} \end{aligned} \tag{2.58}$$

Par conséquent, il est pertinent pour le critère de Tresca tant avec que sans résistance à la traction. De plus, on remarque que le mécanisme ne contient pas de configurations avec décollement entre la semelle et le sol.

Puissance résistante maximale

Les régions où la puissance résistante est non nulle sont :

- Le volume de la zone 2 (GDE, *cf.* Figure 2.43).
- La surface de discontinuité de vitesse CDEF (*cf.* Figure 2.43).

Puissance des efforts extérieurs

Le mécanisme ne comporte pas de rotation de la semelle. Par conséquent, la puissance du moment M est nulle, ce qui implique que le mécanisme ne permet pas de borner le paramètre de chargement M.

Le détail du calcul de la puissance résistante maximale et de la puissance des efforts extérieurs est donné dans l'Annexe 2.II.

2.5.4.3.2 Le mécanisme virtuel rotationnel

Dans le mécanisme virtuel rotationnel, la semelle et la région du sol mobilisée par la rupture, sont animées d'un mouvement rigidifiant de rotation autour d'un axe parallèle à l'axe y (*cf.* Figure 2.44). La version bidimensionnelle du mécanisme à été traitée par Pecker & Salençon (1991) et Salençon & Pecker (1995a, b). Sekiguchi & Kobayashi (1997) ont étudié le mécanisme adapté dans le cas d'une semelle circulaire en ne considérant que les paramètres de chargement $\{N, M\}$.

Le mécanisme virtuel présenté reprend la géométrie du mécanisme traité par Segikuchi & Kobayashi (1997). Dans le contexte présent, les paramètres de chargement $\{N, V, M, F_{\mathrm{h}}\}$ sont pris en compte. La géométrie du mécanisme (configuration sans décollement) est présentée sur la Figure 2.44.

Comme présenté sur la Figure 2.44, le mouvement de la semelle et du sol est une rotation d'ensemble, ce qui explique le nom du mécanisme. La forme du mécanisme est décrite par les deux paramètres géométriques κ, λ qui définissent la position de l'axe de rotation par rapport à la semelle. Selon les valeurs du paramètre géométrique λ, on peut obtenir deux configurations typiques :

A. Mécanisme virtuel rotationnel sans décollement sous la semelle

Dans ce cas, les paramètres géométriques satisfont :

$$\lambda > 1 \qquad \kappa > 0 \tag{2.59}$$

Une représentation tridimensionnelle de la configuration sans décollement du mécanisme virtuel rotationnel est donnée sur la Figure 2.45.

B. Mécanisme virtuel rotationnel avec décollement sous la semelle

Dans ce cas, les paramètres géométriques satisfont :

$$1 > \lambda > 0 \qquad \kappa > 0 \tag{2.60}$$

Cette configuration est représentée sur la Figure 2.46.

Champ de vitesse

Le champ de vitesse virtuelle est défini au moyen de la vitesse de rotation $\underline{\hat{\omega}}$ autour de l'axe de rotation. La vitesse virtuelle, en tout point de la semelle et du sol mobilisé par la rupture, est donnée par :

$$\underline{\hat{U}} = \underline{\hat{\omega}} \wedge \underline{R} \tag{2.61}$$

où $\underline{R}$ désigne le vecteur joignant l'axe de rotation au point examiné (*cf.* Figure 2.47). On note que ce champ de vitesse satisfait :

- $\mathrm{tr}\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right) = 0$, en tout point du volume.

- $[\![\hat{\underline{U}}]\!] \cdot \underline{n} = 0$, sur les surfaces de discontinuités autre que la surface de décollement sous la semelle.

Par conséquent, il est pertinent pour le critère de Tresca avec et sans résistance à la traction.

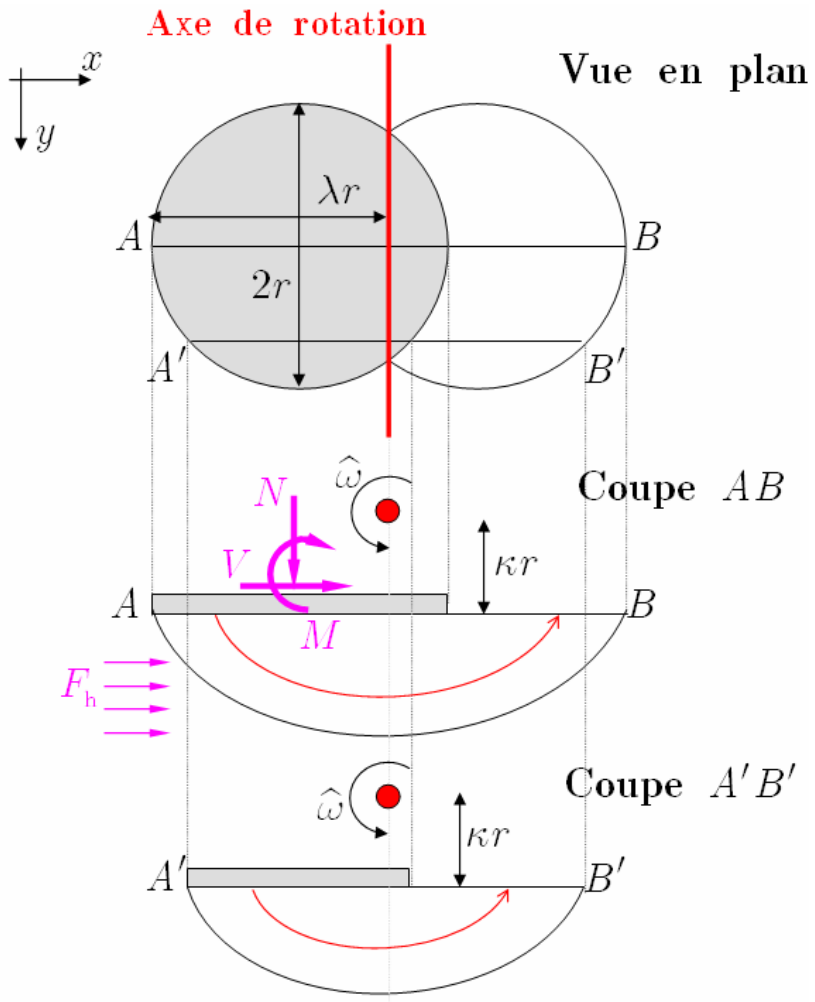


Figure 2.44 – Géométrie du mécanisme virtuel de pure rotation – Configuration sans décollement

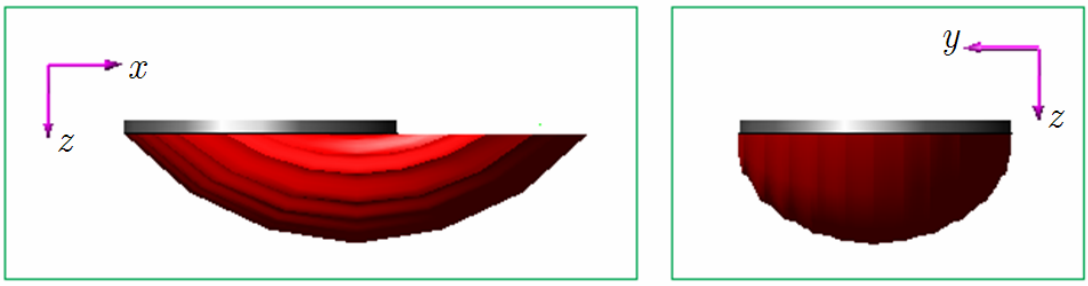


Figure 2.45 – Représentation tridimensionnelle du mécanisme virtuel rotationnel sans décollement sous la semelle.

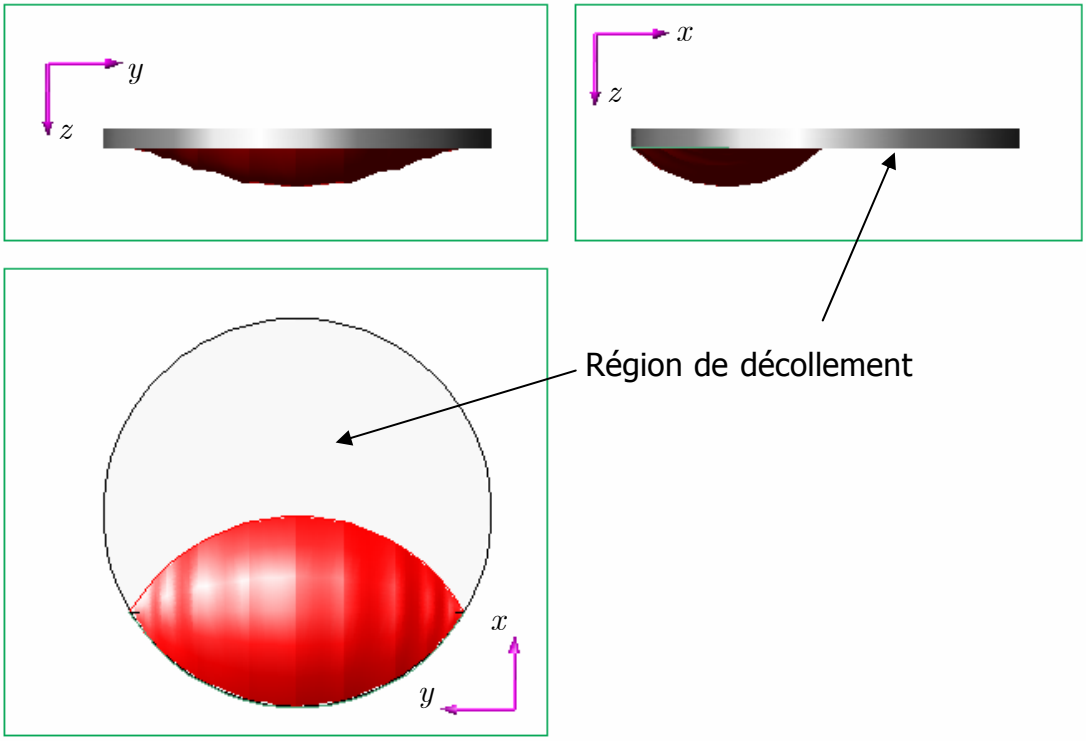


Figure 2.46 - Représentation tridimensionnelle du mécanisme virtuel rotationnel avec décollement sous la semelle

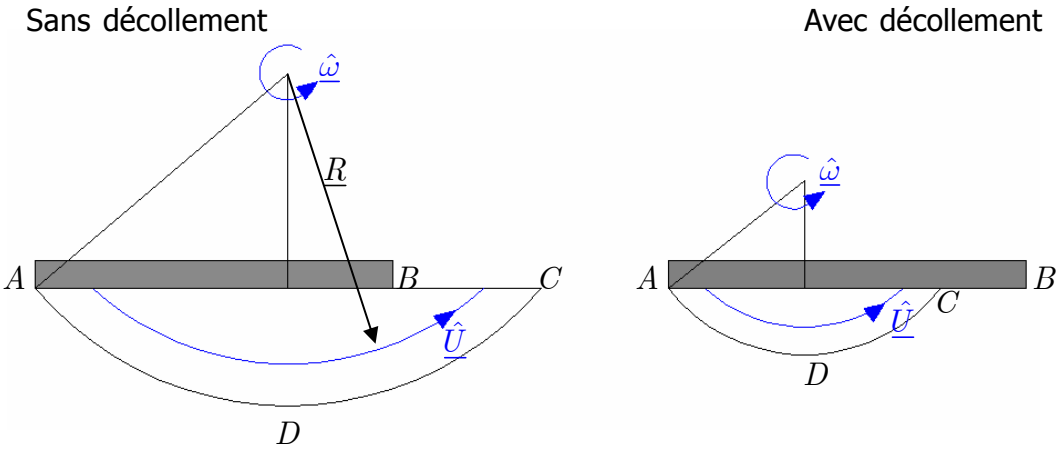


Figure 2.47 – Champ de vitesse virtuelle du mécanisme rotationnel

Puissance résistante maximale

Dans le mécanisme rotationnel, le sol mobilisé par la rupture est animé d'un mouvement rigidifiant en rotation autour de l'axe de rotation du mécanisme. Par conséquent, les régions où la puissance résistante du mécanisme est non nulle sont :

A. *Pour la configuration sans décollement :*

- la surface de discontinuité de vitesse (arc ADC sur la Figure 2.47).

B. *Pour la configuration avec décollement :*

- la surface de discontinuité de vitesse (arc ADC sur la Figure 2.47)
- la surface du décollement sous la semelle (CB sur la Figure 2.47).

Le détail du calcul de la puissance résistante maximale et de la puissance des efforts extérieurs pour le mécanisme rotationnel avec ou sans décollement est donné dans l'Annexe 2.III.

2.5.4.3.3 Le mécanisme de rotation avec cisaillement

Le mécanisme virtuel de rotation avec cisaillement a été initialement introduit par Brinch Hansen (1953) dans l'étude de la poussée de terres. Salençon & Pecker (1995a, 1995b) ont présenté une variante du mécanisme dans l'étude des semelles filantes sous une charge excentrée et inclinée. Une adaptation du mécanisme pour les semelles circulaires a été proposée par Randolph & Puzrin (2003) dans le cas d'une interface sol – semelle parfaitement collée (*cf.* Figure 2.26(c)). Le mécanisme virtuel traité par Salençon & Pecker (1995a, 1995b) comporte deux configurations :

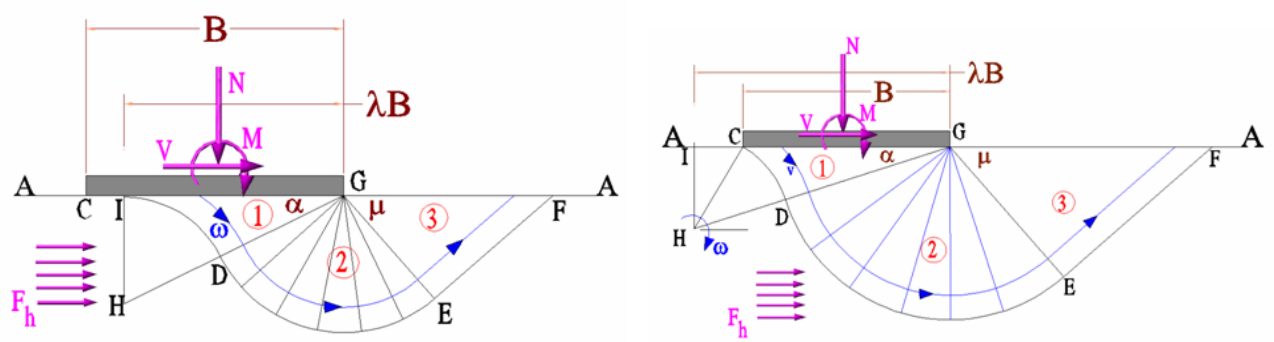
- Une configuration avec décollement sous la semelle
- Une configuration sans décollement sous la semelle

Les configurations sont présentées sur la Figure 2.48.

Comme présenté sur la Figure 2.48, le mécanisme virtuel est produit par la rotation de la semelle autour du point H. La rotation de la semelle entraîne un mécanisme de rupture dans le sol qui comporte trois zones (*cf.* Figure 2.48) :

- La zone rigide IDG (ou CDG pour la configuration sans décollement) qui pivote autour H.
- La zone GDE, qui est un secteur circulaire de cisaillement.
- La zone GEF, qui est une région triangulaire de cisaillement.

La présence des régions de pure rotation et des régions de cisaillement justifie le nom du mécanisme.



(a) Avec Décollement (b) Sans Décollement

Figure 2.48 – Mécanismes virtuels bidimensionnels de rotation et cisaillement d'après Salençon & Pecker (1995a, 1995b)

Adaptation pour une semelle circulaire

Le mécanisme virtuel de rotation avec cisaillement de Salençon & Pecker (1995a, b) est adapté afin de permettre le traitement des semelles circulaires. Le mouvement rigidifiant de la semelle est défini par l'axe de rotation dont la position est décrite par les deux paramètres géométriques λ et κ représentant la distance de l'axe de rotation au centre de la semelle, comme présenté sur la Figure 2.49. Le paramètre géométrique μ désigne l'angle $\angle AGE$ (*cf.* Figure 2.48). Selon la valeur des paramètres géométriques λ, κ et μ on obtient trois configurations géométriques typiques :

Configuration A

La configuration A du mécanisme virtuel de rotation avec cisaillement est présentée sur la Figure 2.49.

L'axe de rotation se trouve partiellement au dessous de la semelle dans la région qu'on appelle «Région I» et partiellement en dehors de la semelle dans la région qu'on nomme «Région II» (*cf.* Figure 2.49). Dans la région I, la section par un plan xz ($Coupe\ AB$ sur la Figure 2.49) met en évidence un mécanisme identique au mécanisme avec décollement de Salençon & Pecker pour les semelles filantes. Dans la région II et pour une section par un plan xz, le mécanisme est similaire au mécanisme sans décollement de Salençon & Pecker ; c'est le cas dans la Coupe $A'B'$ sur la Figure 2.49. La largeur du mécanisme dans chaque coupe est proportionnelle à la largeur de la semelle, comme il a été expliqué dans le cas du mécanisme translationnel. La configuration A est obtenue lorsque les paramètres géométriques satisfont :

$$\kappa > 0, \quad 1 > \lambda > 0, \quad \frac{\pi}{2} > \mu > 0 \tag{2.62}$$

La représentation tridimensionnelle de la configuration A du mécanisme de rotation avec cisaillement est donnée sur la Figure 2.50.

Configuration B

Lorsque $\lambda > 1$, l'axe de rotation se trouve entièrement à l'extérieur de la semelle et un mécanisme sans décollement est obtenu pour toutes les sections du mécanisme par un plan xz. La configuration B est représentée sur la Figure 2.51.

Pour cette configuration les paramètres géométriques satisfont :

$$\begin{gathered} \kappa > 0 \\ \lambda > 1 \\ \frac{\pi}{2} > \mu > 0 \end{gathered} \tag{2.63}$$

Configuration C

La configuration C est obtenue lorsque $0 > \lambda > -1$. La configuration C met en évidence une large région de décollement sous la semelle. Un tel mécanisme de rupture peut être obtenu lorsque la force verticale est fortement excentrée. La configuration C est représentée sur la Figure 2.52.

Pour la configuration C les paramètres géométriques satisfont :

$$\kappa > 0$$
$$0 > \lambda > -1 \tag{2.64}$$
$$\frac{\pi}{2} > \mu > 0$$

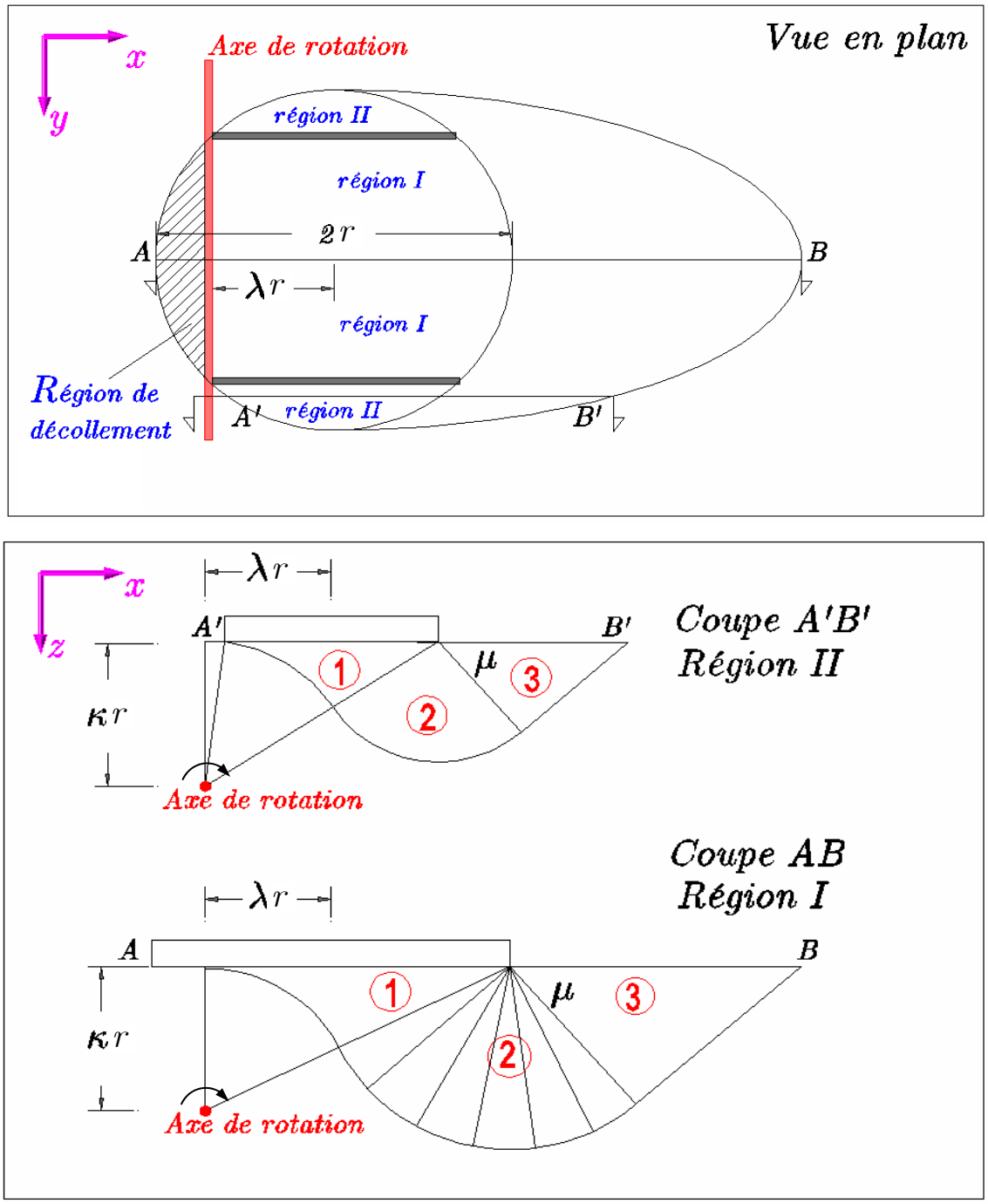


Figure 2.49 - Configuration A du mécanisme virtuel de rotation avec cisaillement

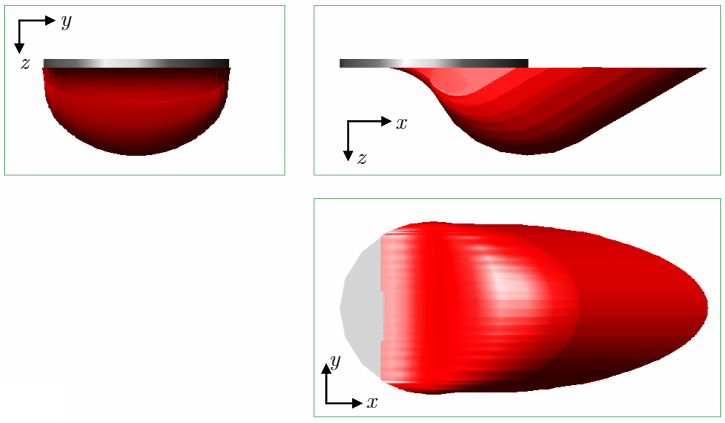


Figure 2.50 - Représentation tridimensionnelle de la configuration A du mécanisme de rotation avec cisaillement

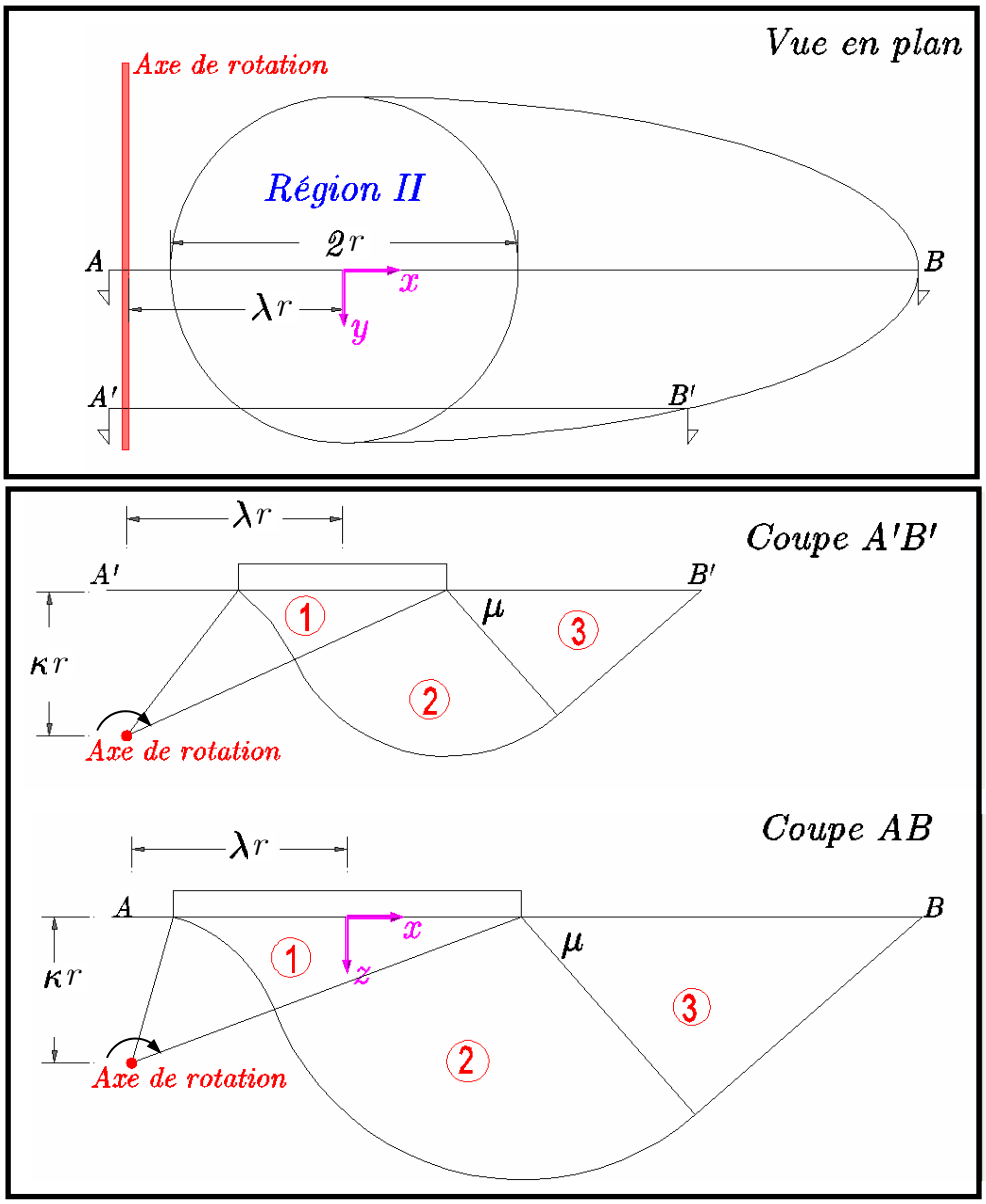


Figure 2.51 - Configuration B du mécanisme virtuel de rotation avec cisaillement

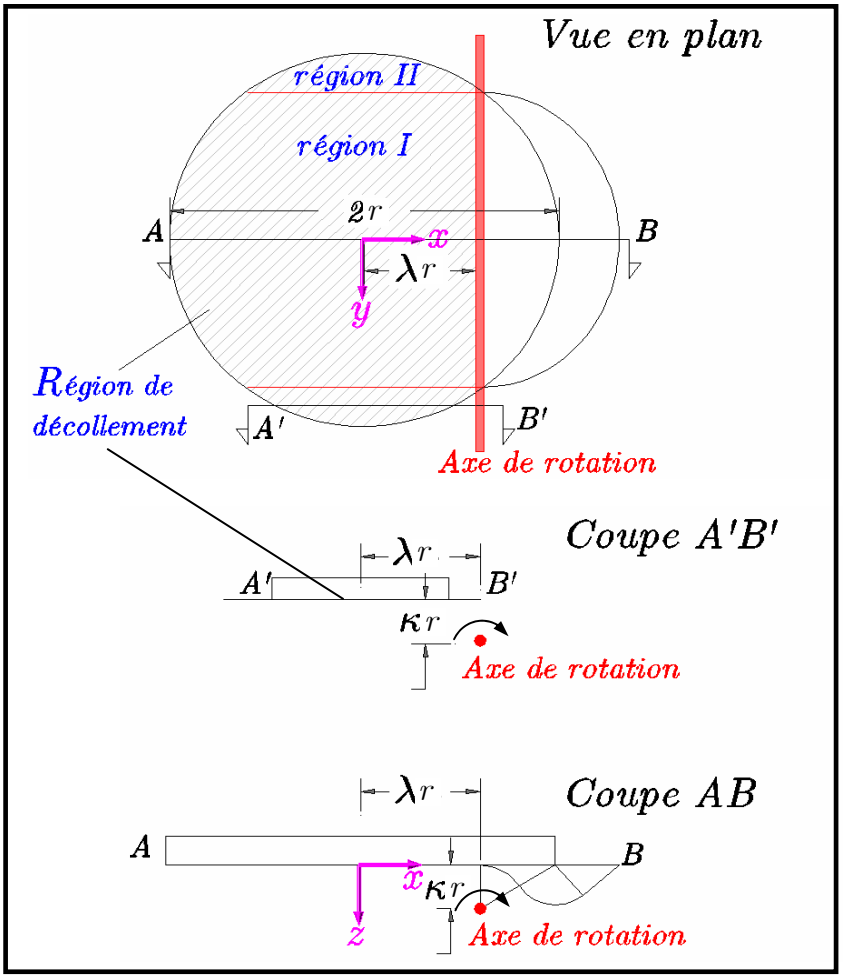


Figure 2.52 - Configuration C du mécanisme virtuel de rotation avec cisaillement

Champ de vitesse

La description du champ de vitesse virtuelle dans le mécanisme de rotation avec cisaillement est facilitée par la division du volume de sol en trois zones. Ces zones sont représentées sur la Figure 2.53.

La vitesse virtuelle est donnée pour chaque zone par les expressions suivantes :

(2.65) Zone 1 : $\underline{\hat{U}} = \underline{\hat{\omega}} \wedge \underline{z'}$

(2.66) Zone 2 : $\underline{\hat{U}} = \underline{\hat{\omega}} \wedge (R - |\underline{z'}|)\underline{e}_{z'},\ R = \sqrt{(\kappa r)^2 + (\lambda r + b(y'))^2}$

(2.67) Zone 3 : $\underline{\hat{U}} = \underline{\hat{\omega}} \wedge (R - |\underline{z'}|)\underline{e}_{z'},\ R = \sqrt{(\kappa r)^2 + (\lambda r + b(y'))^2}$

Comme dans les autres mécanismes, les champs des vitesses dans (2.65) - (2.67) satisfont les conditions (2.58):

- $\mathrm{tr}\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right) = 0$, en tout point du volume.

- $[\![\underline{\hat{U}}]\!] \cdot \underline{n} = 0$, sur les surfaces de discontinuités autre que la surface de décollement sous la semelle.

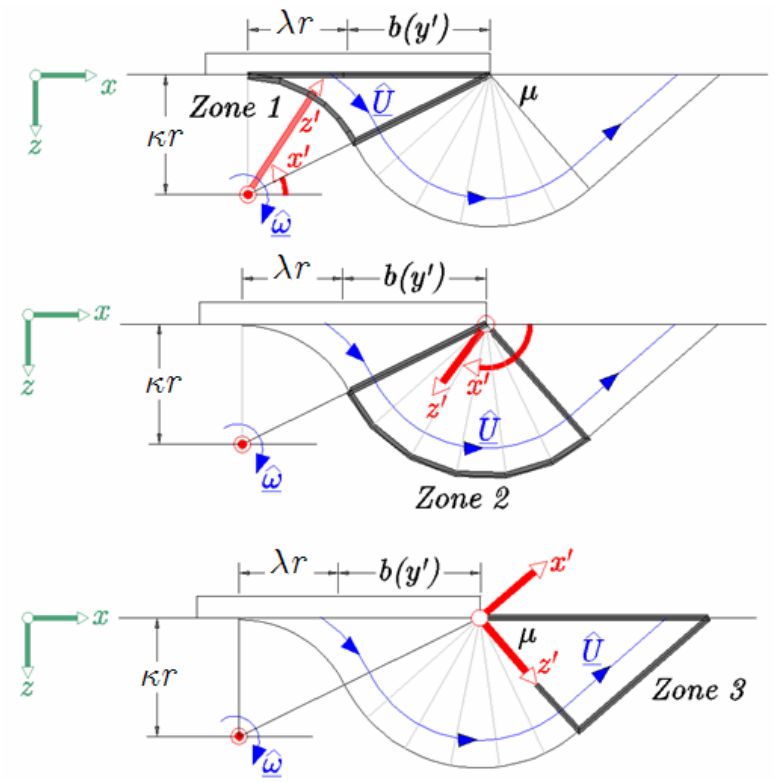


Figure 2.53 – Champ de vitesse de mécanisme de rotation avec cisaillement

Puissance résistante maximale

On présente finalement, les régions du mécanisme où la puissance résistante est non nulle :

A.1 Configuration A – Région I

- Zone 1 : Surface de discontinuité de vitesse
- Zone 2 : Volume du sol et surface de discontinuité de vitesse
- Zone 3 : Volume du sol et surface de discontinuité de vitesse
- Surface de décollement sous la semelle

A.2 Configuration A – Région II

- Zone 1 : Surface de discontinuité de vitesse
- Zone 2 : Volume du sol et surface de discontinuité de vitesse
- Zone 3 : Volume du sol et surface de discontinuité de vitesse

B.1 Configuration B – Région II

- Zone 1 : Surface de discontinuité de vitesse
- Zone 2 : Volume du sol et surface de discontinuité de vitesse
- Zone 3 : Volume du sol et surface de discontinuité de vitesse

C.1 Configuration C – Région I

- Zone 1 : Surface de discontinuité de vitesse
- Zone 2 : Volume du sol et surface de discontinuité de vitesse
- Zone 3 : Volume du sol et surface de discontinuité de vitesse
- Surface de décollement sous la semelle

C.2 Configuration C – Région II

- Surface de décollement sous la semelle

Le détail du calcul de la puissance résistante maximale et de la puissance des efforts extérieurs pour le mécanisme rotationnel avec cisaillement est donné dans l'Annexe 2.IV.

2.5.4.4 Utilisation du critère de Tresca avec et sans résistance à la traction

On note comme dernière remarque, que les champs de vitesse virtuelle considérés satisfont les conditions de pertinence pour le critère de Tresca avec résistance à la traction (conditions (2.58)). Par conséquent, ils sont pertinents aussi pour le critère de Tresca sans résistance à la traction. Il n'y a aucune différence dans l'utilisation entre les deux critères en ce qui concerne la puissance résistante maximale dans le volume du sol ou sur les surfaces de discontinuité de vitesse dans le sol. La seule différence concerne le calcul de la puissance résistante maximale sur les régions de décollement entre la semelle et le sol. Dans le cas d'un matériau avec résistance à la traction, le critère de résistance globale du plan directement sous la semelle est gouverné par le critère de l'interface et la fonction π relative est donnée par (2.44). Dans le cas d'un matériau sans résistance à la traction, le critère globale est gouverné par le critère du sol et la fonction π relative est obtenue par (2.42).

2.5.5 Résultats

2.5.5.1 Remarques introductives

Les résultats de l'analyse sont présentés dans cette section. Les bornes supérieures des chargements extrêmes du système sol – semelle sont données sous la forme de diagrammes d'interaction entre deux paramètres de chargement spécifiques. Pour les deux cas d'un matériau de Tresca avec et sans résistance à la traction et pour des valeurs spécifiques de la quantité :

$$k = \frac{rG}{C_0}$$

exprimant le degré d'hétérogénéité de la résistance du sol, on présente les diagrammes suivants :

a. Diagramme d'interaction $N - V$ pour $M = 0$.

b. Diagramme d'interaction $N - M$ pour $V = 0$.

c. Diagramme d'interaction $V - M$ pour N faible ($N = 1/3\ N^0_{\max}$).

d. Diagramme d'interaction $V - M$ pour N élevée ($N = 2/3\ N^0_{\max}$).

La quantité $N^0_{\max}$ représente la force verticale centrée maximale supportée par la fondation lorsque les autres paramètres de chargement sont nuls ($M = 0,\ V = 0,\ F_{\mathrm{h}} = 0$), c'est-à-dire qu'elle correspond à la capacité portante statique de la semelle.

Pour les valeurs typiques : $r = 4\mathrm{m},\ C_0 = 40\mathrm{kPa},\ G = 10\mathrm{kPa/m}$, on obtient $k = 1$. Dans ce qui suit, on considère les valeurs suivantes : $k = 0, 0.5, 1, 3$. Le cas $k = 0$ correspond à un sol cohérent homogène, alors que le cas extrême $k = 3$ à un sol fortement hétérogène.

Dans les diagrammes, les paramètres de chargement $N,\ V,\ M$ sont présentées adimensionnés selon la règle suivante :

$$N = \frac{\mathbf{N}_{\mathrm{Ed}}}{C_0 \pi r^2}, \quad V = \frac{\mathbf{V}_{\mathrm{Ed}}}{C_0 \pi r^2}, \quad M = \frac{\mathbf{M}_{\mathrm{Ed}}}{2 C_0 \pi r^3} \tag{2.68}$$

Dans (2.68), les quantités $\mathbf{N}_{\mathrm{Ed}}$, $\mathbf{V}_{\mathrm{Ed}}$, $\mathbf{M}_{\mathrm{Ed}}$ se réfèrent aux valeurs de dimensionnement des efforts qui sont choisies pour la conception parasismique de la semelle (Ed : earthquake design) et les quantités $N,\ V,\ M$ sont les paramètres de chargement adimensionnés. Ainsi, les résultats présentés se réfèrent à un système sol – semelle avec une cohésion en surface et un rayon de semelle unités.

Les quatre diagrammes d'interaction susmentionnés forment un groupe de coupes de la surface ultime globale du système sol – semelle (tracée dans l'espace $\{N,\ V,\ M\}$) à l'aide duquel, une description satisfaisante de cette surface est obtenue.

2.5.5.1.1 Influence des forces d'inertie

Chacun des diagrammes $\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b},\ \boldsymbol{c},$ et $\boldsymbol{d}$ contient trois courbes d'interaction qui correspondent à trois valeurs différentes des forces d'inertie F_{h}. La valeur des forces d'inertie est adimensionnée selon la relation suivante :

$$F_{\mathrm{h}} = \frac{\rho a_{\mathrm{h}} r}{\pi C_0} \tag{2.69}$$

Dans (2.69) ρ est la masse volumique du sol et a_{h} une accélération horizontale caractéristique du séisme, par exemple l'accélération horizontale maximale à la surface du sol lors de la sollicitation sismique. On note que la quantité F_{h} est linéaire en r.

En premier lieu, on rappelle que, puisque les forces d'inertie sont supposées uniformes dans l'espace et le domaine du sol est considéré comme semi infini, l'étude du problème bidimensionnel en déformation plane conduit à la nullité des forces d'inertie (*cf.* §2.4.3). Or, dans les sections précédentes nous avons anticipé la forme du mécanisme de rupture (mécanisme translationnel – mécanisme rotationnel – mécanisme rotationnel avec cisaillement), ce qui nous permet de surmonter la difficulté présenté par le problème des forces d'inertie nulles en ne cherchant le mécanisme virtuel de rupture optimal que parmi les classes des mécanismes susmentionnés, qui mettent en évidence une vraisemblance physique. Par exemple, les résultats expérimentaux de Knappett *et al.* (2006) pour le champ de vitesse lors de la rupture ressemblent remarquablement au mécanisme rotationnel avec cisaillement (*cf.* Figure 2.16, p. 56).

On calcule donc la valeur critique *non nulle* des forces d'inertie pour les mécanismes virtuels de rupture que l'on a introduit pour le traitement de notre problème. On rappelle qu'il s'agit de la valeur maximale des forces d'inertie supportées par le système sol – semelle lorsque les autres paramètres de chargement sont nuls. (*cf.* Tableau 2.3, pour les valeurs critiques des forces d'inertie

pour des mécanismes relatifs aux semelles filantes). Le Tableau 2.5 donne la valeur critique des forces d'inertie selon les mécanismes virtuels de rupture décrits dans §2.5.4.3 comme fonction du degré de hétérogénéité k. Le Tableau 2.5 se réfère au cas d'un sol de type Tresca sans résistance à la traction. Les valeurs pour un sol avec résistance à la traction sont un peu plus grandes mais la différence est pratiquement négligeable. Selon les résultats du Tableau 2.5, la configuration sans décollement (*Configuration* B) du mécanisme virtuel rotationnel avec cisaillement, fournit la borne minimale de la valeur critique des forces d'inertie, égale à 0.66 pour $k = 0$.

Tableau 2.5 – Valeurs critiques des forces d'inertie F_{h} comme fonction de k et selon les mécanismes virtuels de rupture pertinents pour les semelles circulaires

MATÉRIAU SANS RÉSISTANCE À LA TRACTION					
Mécanisme virtuel de rupture	**Valeur Critique de F_{h}**				
	k = 0	**k = 0.5**	**k = 1**	**k = 3**	**k = 5**
Translation	1.32	1.80	2.29	4.05	5.64
Rotation A (sans décollement)	0.99	1.28	1.54	2.45	3.27
Rotation B (avec décollement)	1.71	1.99	2.25	3.18	4.04
Rot / Cis A (faible décollement)	0.78	0.99	1.21	2.05	2.84
Rot / Cis B (sans décollement)	**0.66**	**0.90**	**1.15**	**2.03**	**2.83**
Rot / Cis C (grand décollement)	1.28	1.46	1.64	2.36	3.08
MINIMUM	**0.66**	**0.90**	**1.15**	**2.03**	**2.83**

Dans les diagrammes d'interaction $N - V$, $N - M$, $V - M$, on trace les courbes désignant les meilleures bornes des efforts extérieurs pour les valeurs de F_{h} suivantes :

$$F_{\mathrm{h}} = 0,\ 0.25,\ \ 0.5.$$

Pour donner un sens physique aux valeurs précédentes, on considère les valeurs typiques :

$$\rho = 2\times 10^3\,\mathrm{kg/m^3}\,,\ r = 4\,\mathrm{m}\,,\ C_0 = 40\,\mathrm{kPa} = 4\times 10^4\ \mathrm{Pa}\ \text{(sol homogène)}$$

et pour $F_{\mathrm{h}} = 0.25$, on obtient:

$$a_{\mathrm{h}} = \frac{\pi F_{\mathrm{h}} C_0}{\rho r} = \frac{0.25\times\pi\times 4\times 10^4}{2\times 4\times 10^3} = 3.9\,\mathrm{m/sec^2} \Rightarrow a_{\mathrm{h}} \approx 0.4g$$

avec $g = 9.81\ \mathrm{m/sec^2}$, ce qui correspond à une excitation sismique moyenne à forte. La valeur $F_{\mathrm{h}} = 0.5$ correspond à la valeur $a_{\mathrm{h}} \approx 0.8g$ (excitation sismique très forte). Par conséquent, les valeurs utilisées couvrent les cas les plus fréquents de la pratique.

Il est évident que les valeurs critiques des forces d'inertie pour $k > 0$ (même les valeurs minimales obtenues par le mécanisme rotationnel avec cisaillement – configuration sans décollement) correspondent pratiquement aux séismes qui sont très forts et par conséquent leur vraisemblance physique est limitée.

2.5.5.1.2 Description des diagrammes

Les diagrammes présentés dans la suite, donnent les courbes des bornes optimales constituées par un nombre des points. Chacun de ces points exprime le *minimum minimorum* des bornes supérieures des efforts extérieurs et provient d'un mécanisme virtuel de rupture spécifique. Chaque mécanisme est représenté par un symbole différent. Ainsi, les diagrammes contiennent deux types d'information :

A. La borne supérieure optimale pour une combinaison des efforts extérieurs

B. Le mécanisme virtuel de rupture dont la borne optimale provient.

Des valeurs exactes représentatives – lorsqu'elles sont connues – sont aussi présentées sur les diagrammes. Le Tableau 2.6 présente les symboles utilisés pour désigner les mécanismes virtuels de rupture dans les diagrammes des résultats.

Tableau 2.6 – Symboles utilisés pour désigner les mécanismes virtuels de rupture dans les diagrammes des résultats

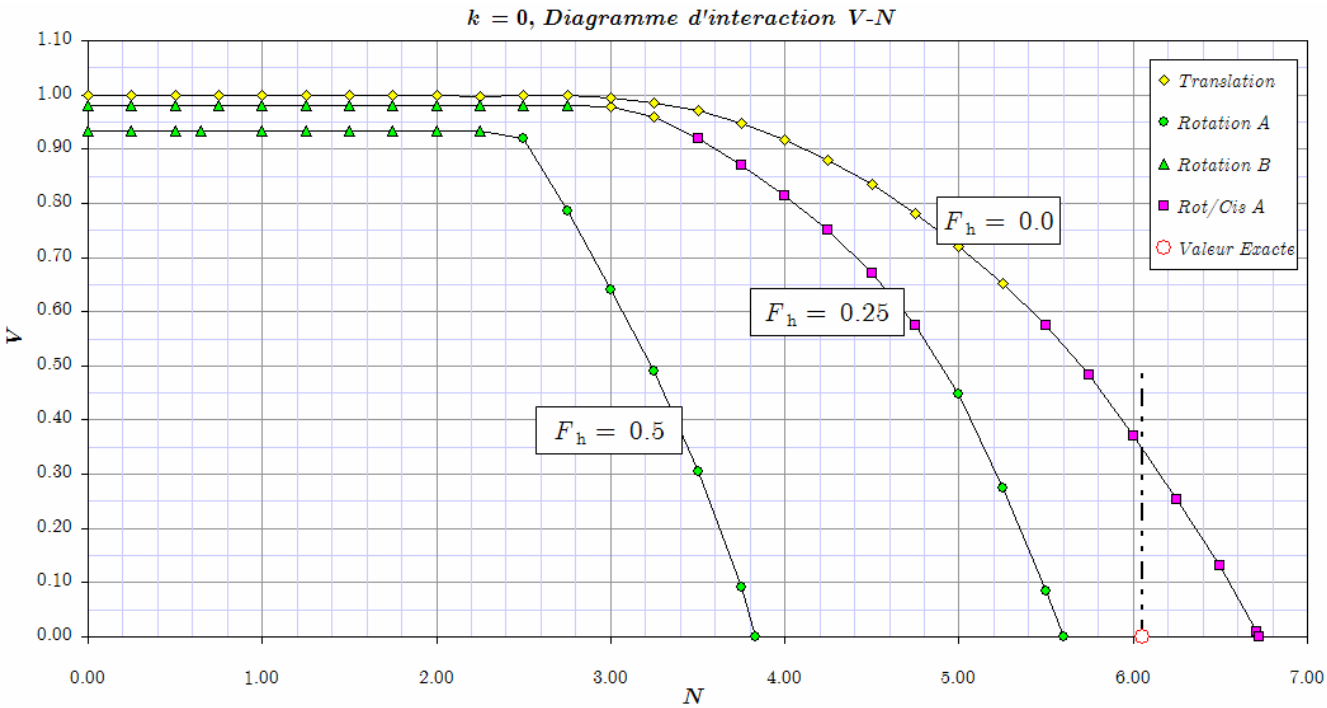
Mécanisme virtuel de rupture	Symbole
Mécanisme Translationnel	◇
Mécanisme Rotationnel – Configuration A (sans décollement)	●
Mécanisme Rotationnel – Configuration B (avec décollement)	▲
Rotation/Cisaillement – Configuration A (faible décollement)	■
Rotation/Cisaillement – Configuration B (sans décollement)	⊗
Rotation/Cisaillement – Configuration C (grand décollement)	✳
Valeur Exacte	○

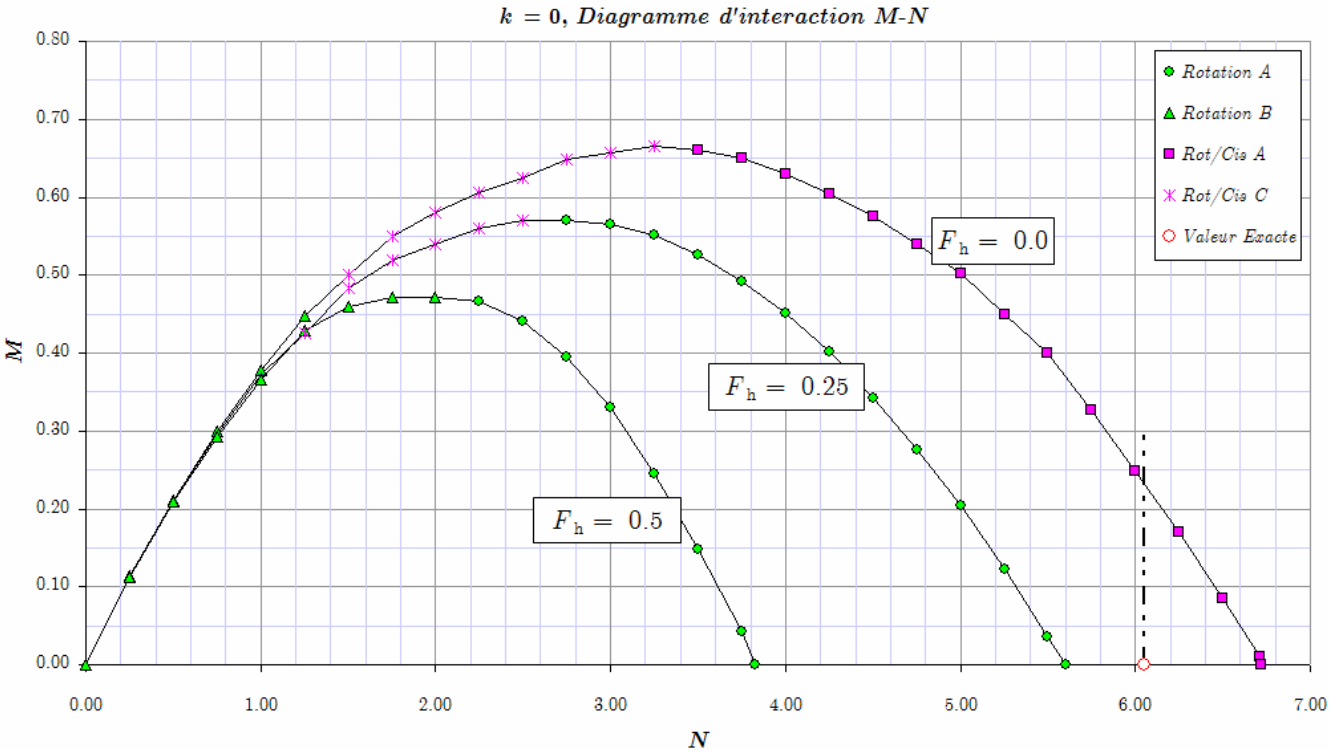
2.5.5.1.3 Procédure d'optimisation

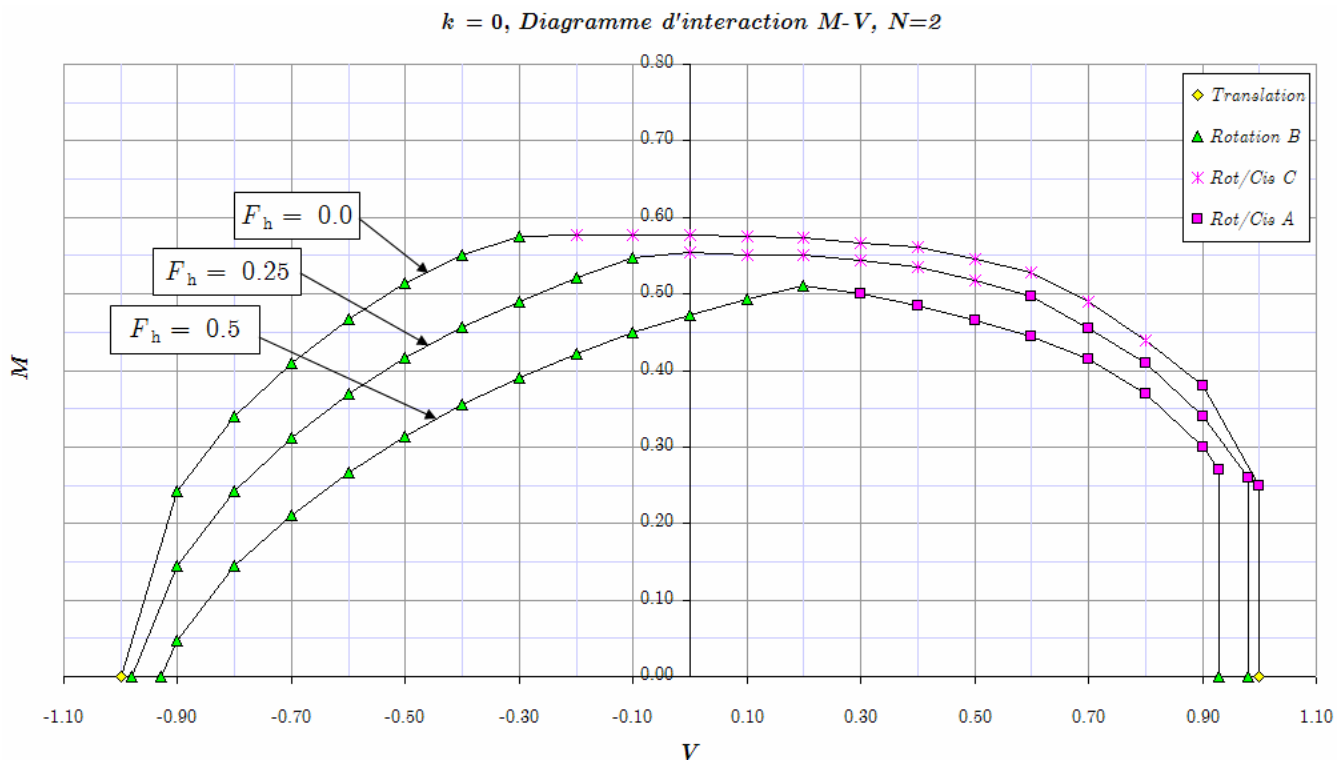
On va clore cette introduction sur les résultats avec quelques mots concernant la procédure d'optimisation suivie pour la résolution du problème. Chaque configuration des classes de mécanismes considérées correspond à une fonction objectif d'autant de variables que le nombre de paramètres géométriques de chaque configuration. Ainsi le problème d'optimisation à résoudre est la minimisation d'une fonction objectif non-linéaire à plusieurs variables bornées. Le problème est résolu dans une plateforme de calcul scientifique commerciale. Une description détaillée de l'algorithme mis en oeuvre est donnée par Coleman & Li (1996).

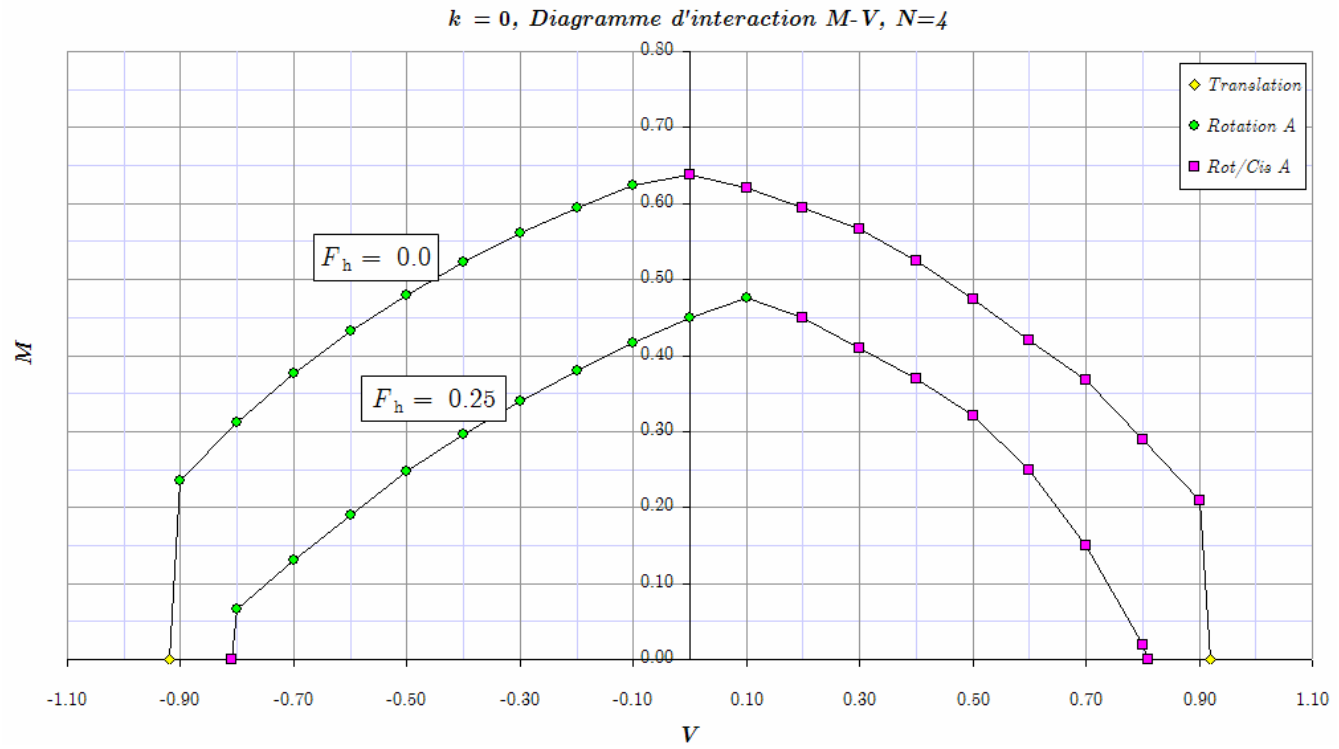
Présentation des résultats

A.1 $k = 0$, *Matériau de Tresca avec résistance à la traction*

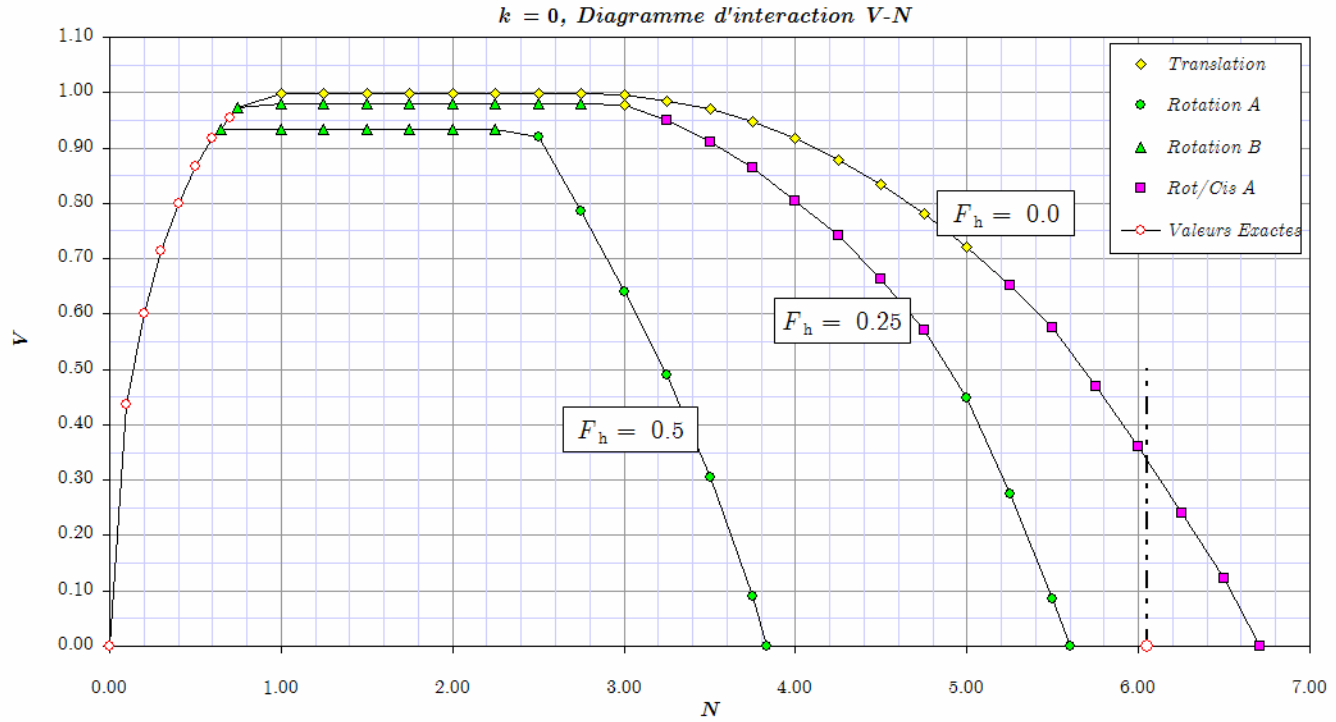


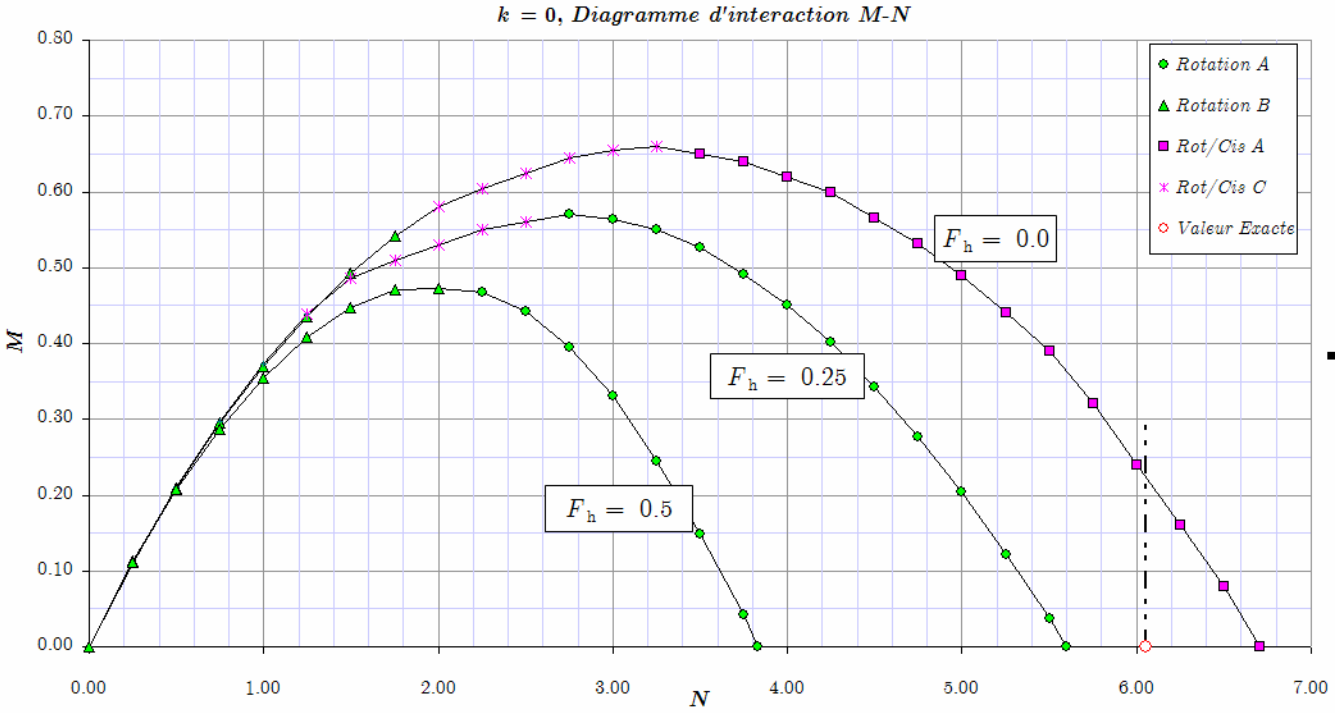


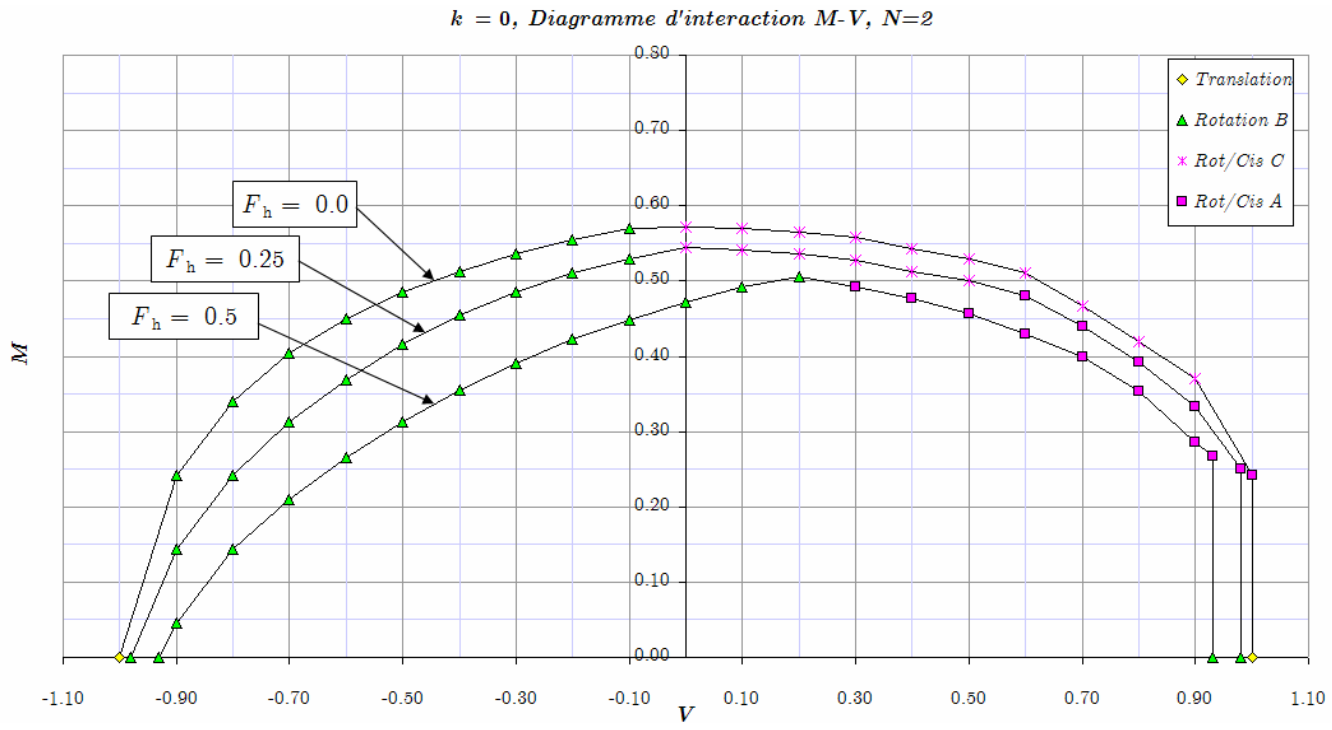

k = 0, Diagramme d'interaction M-V, N=2
Translation
Rotation B
Rot/Cis C
Rot/Cis A
F h = 0.0
F h = 0.25
F h = 0.5
M
V
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

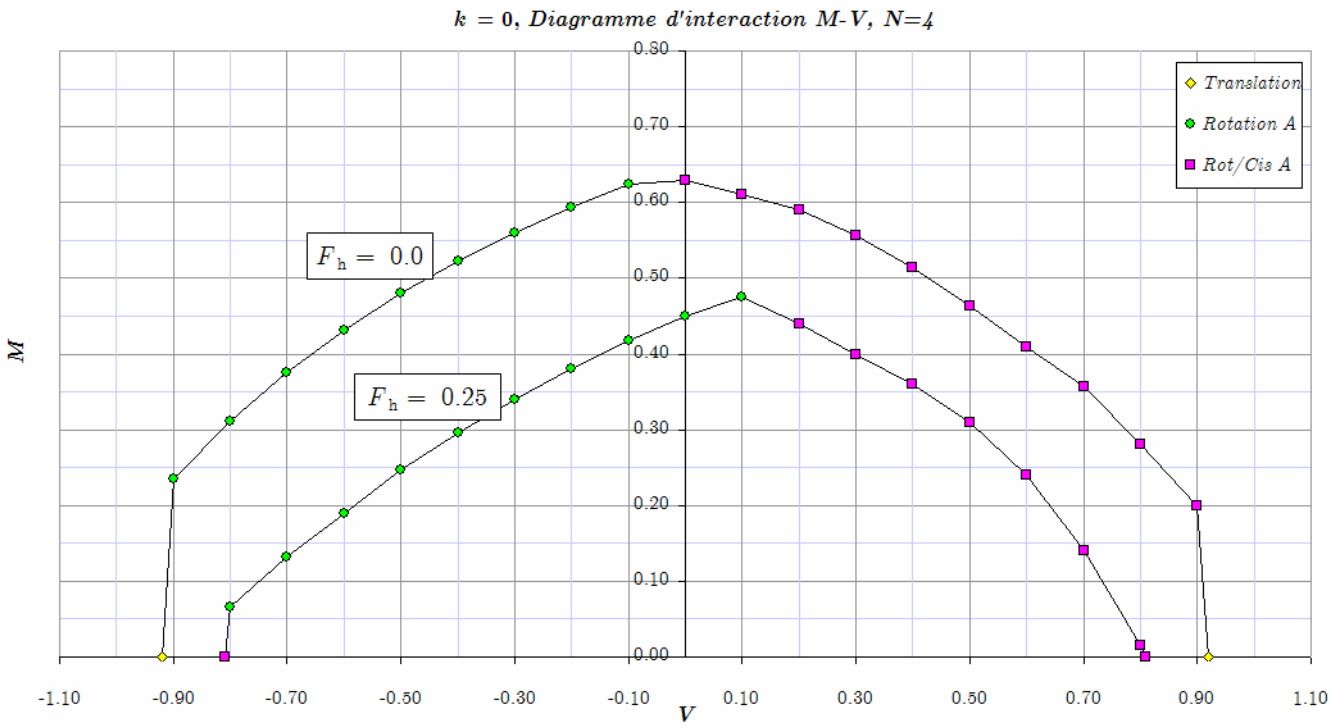

k = 0, Diagramme d'interaction M-V, N=4
Translation
Rotation A
Rot/Cis A
F h = 0.0
F h = 0.25
M
V
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

A.2 $k = 0$**, *Matériau de Tresca sans résistance à la traction***

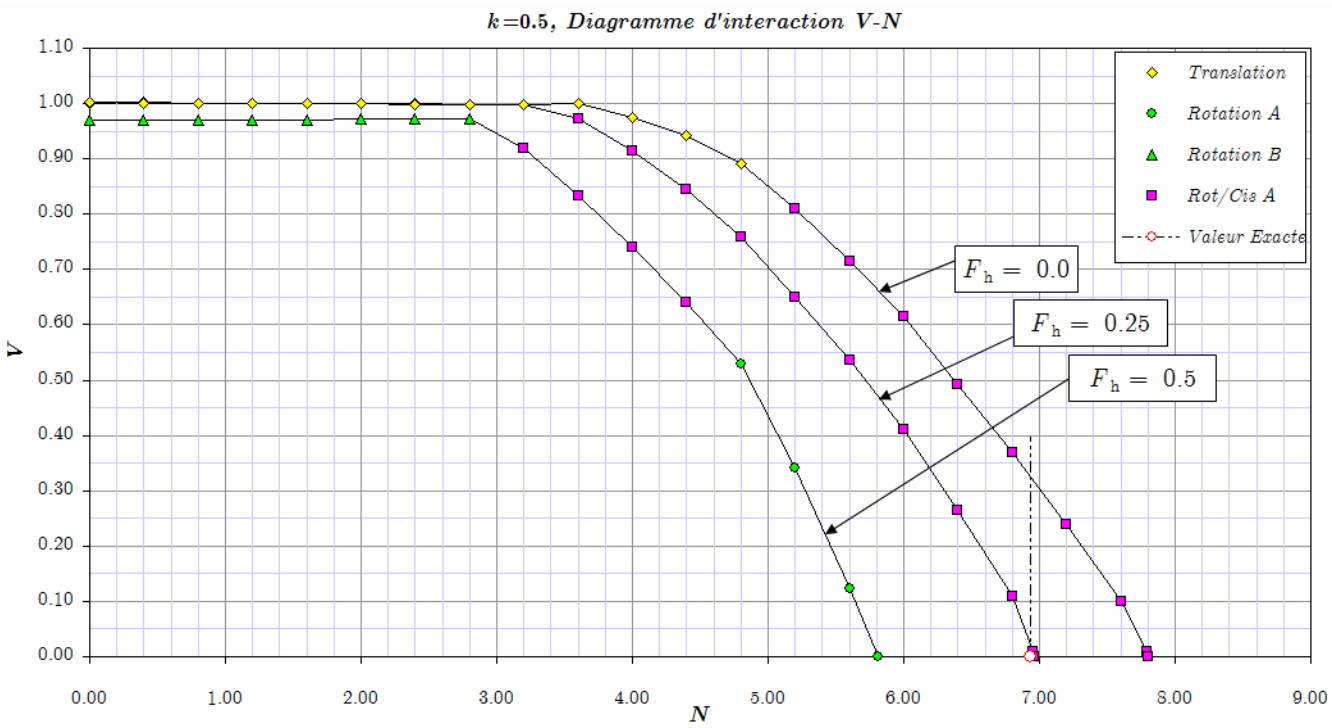


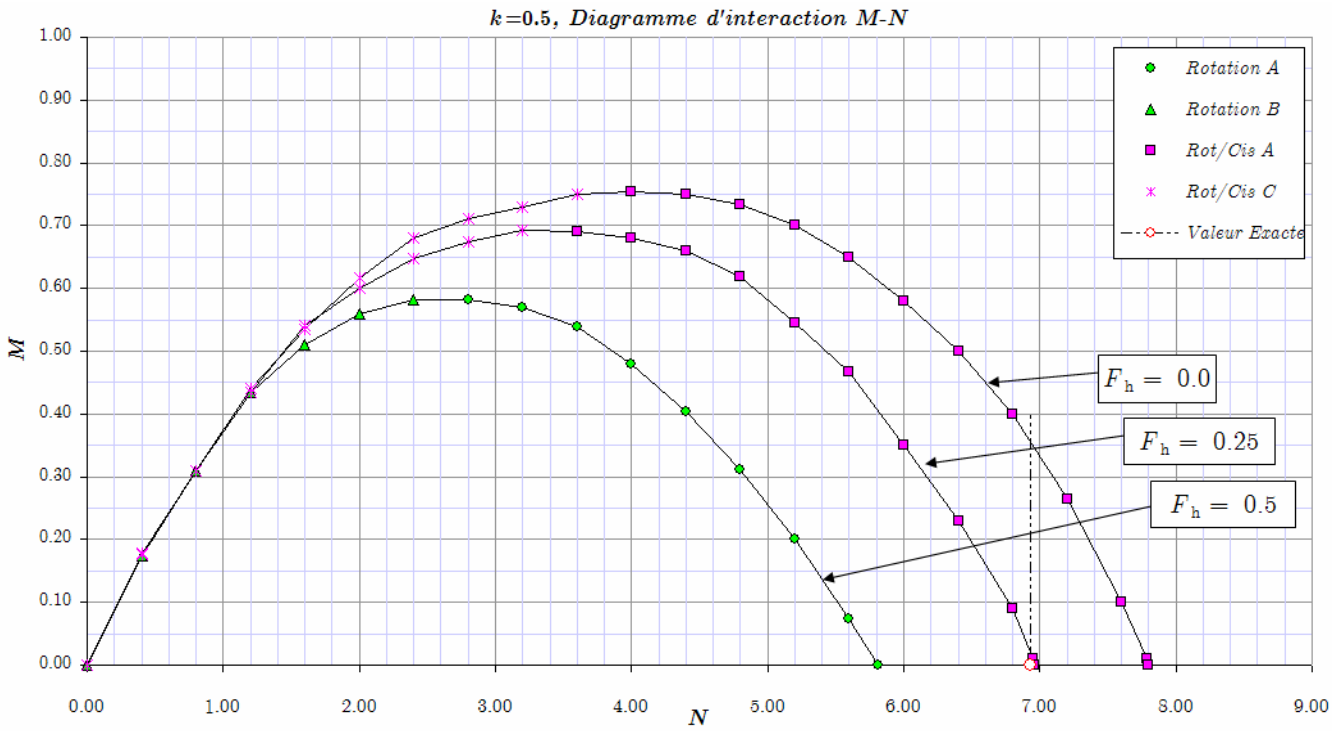


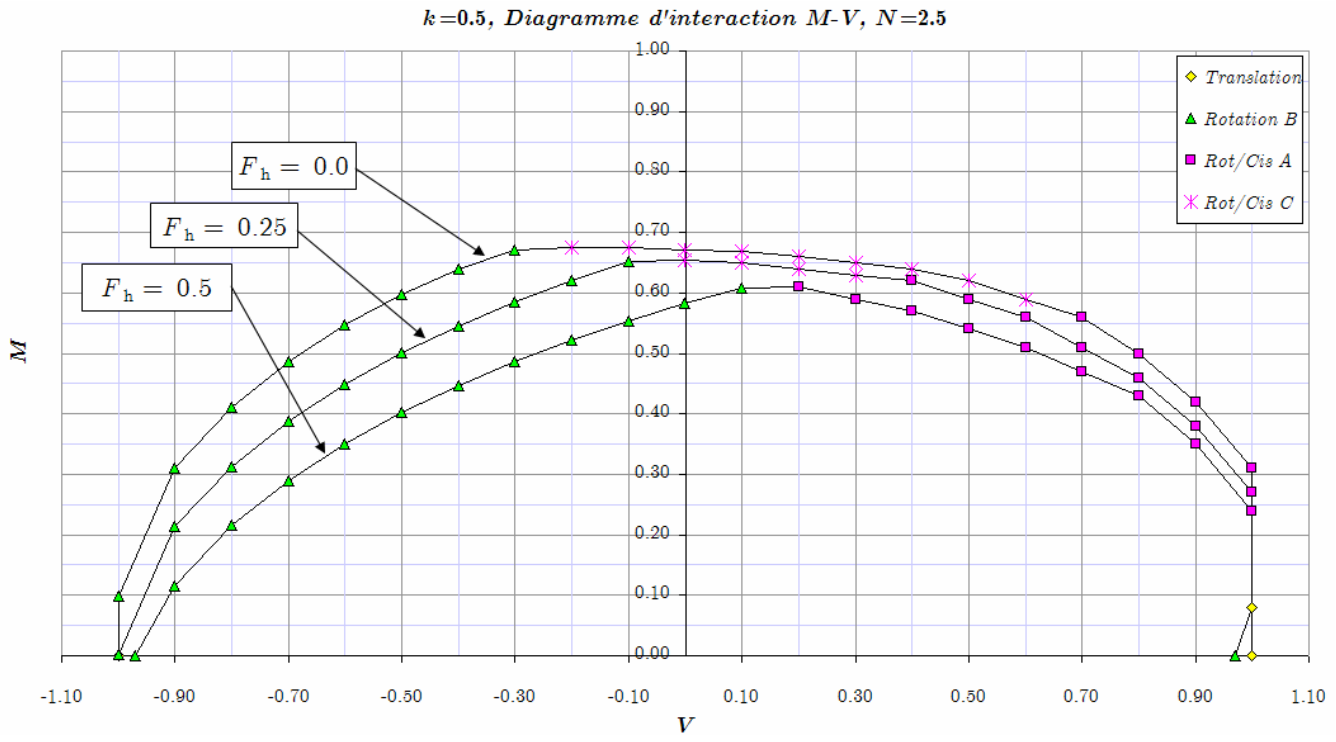

k = 0, Diagramme d'interaction M-V, N=2
Translation
Rotation B
Rot/Cis C
Rot/Cis A
F h = 0.0
F h = 0.25
F h = 0.5
M
V
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

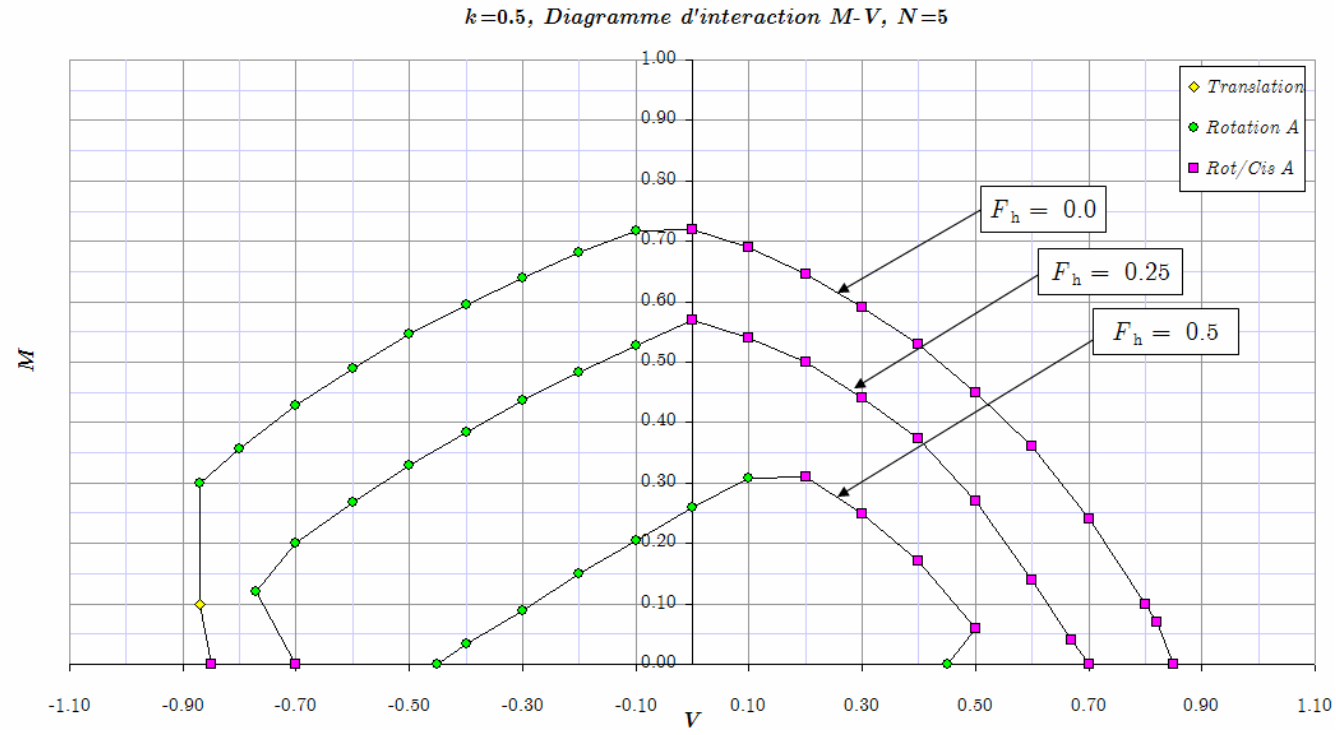

k = 0, Diagramme d'interaction M-V, N=4
Translation
Rotation A
Rot/Cis A
F h = 0.0
F h = 0.25
M
V
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

B.1 $k = 0.5$**, *Matériau de Tresca avec résistance à la traction***

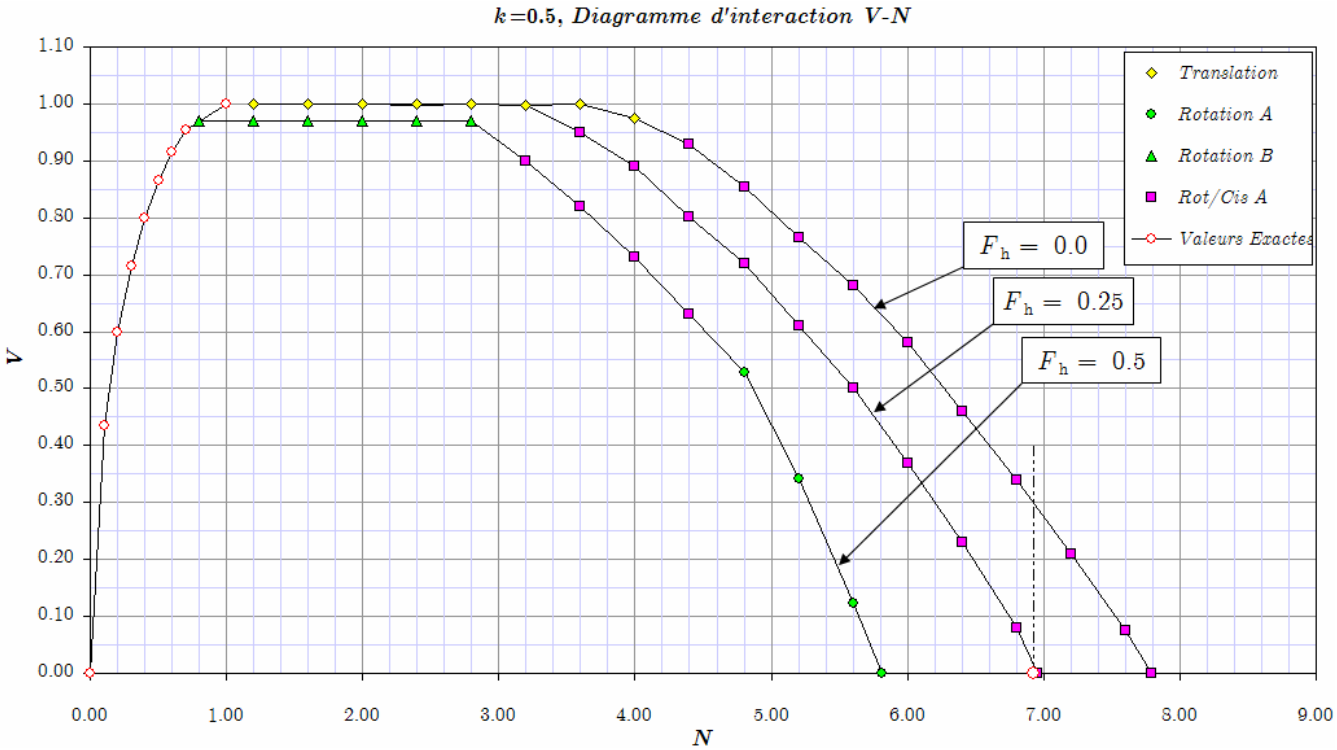


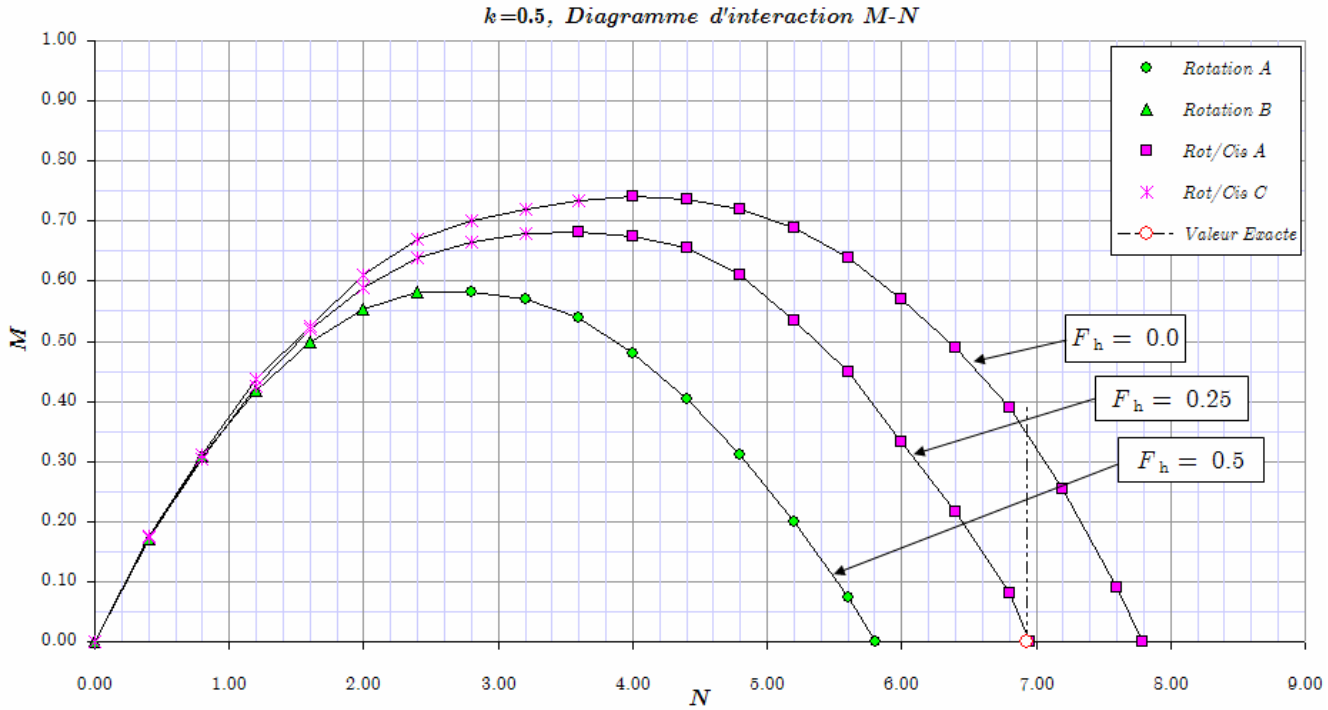


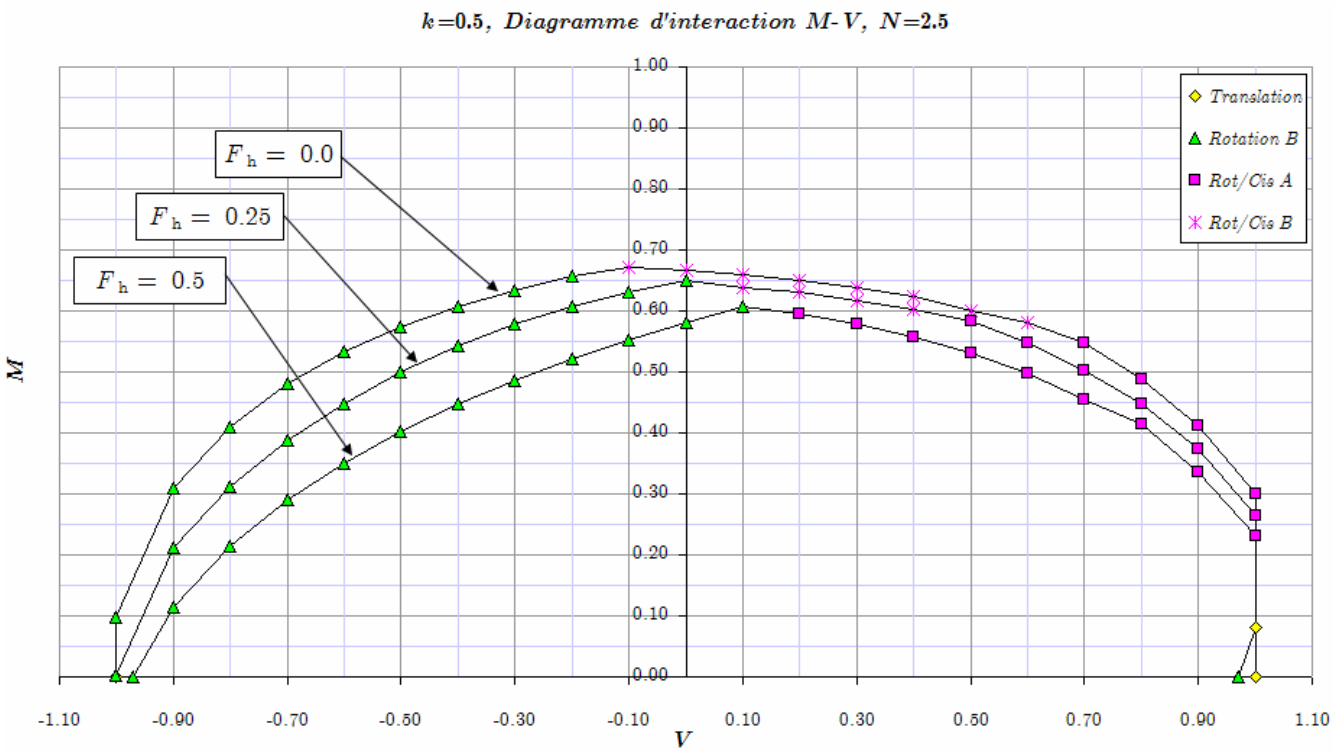

k=0.5, Diagramme d'interaction M-V, N=2.5
Translation
Rotation B
Rot/Cis A
Rot/Cis C
$F_h = 0.0$
$F_h = 0.25$
$F_h = 0.5$
M
V
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

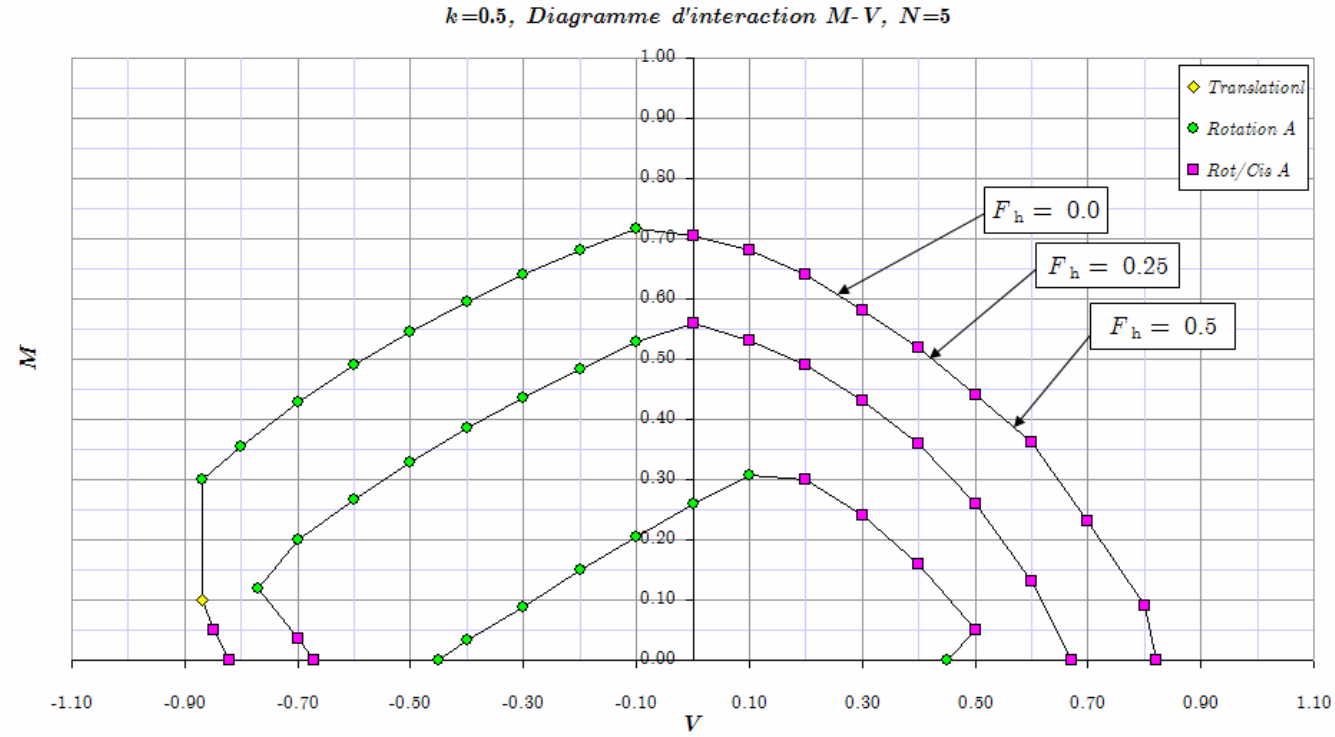

k=0.5, Diagramme d'interaction M-V, N=5
Translation
Rotation A
Rot/Cis A
$F_h = 0.0$
$F_h = 0.25$
$F_h = 0.5$
M
V
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

B.2 $k = 0.5$**, *Matériau de Tresca sans résistance à la traction***

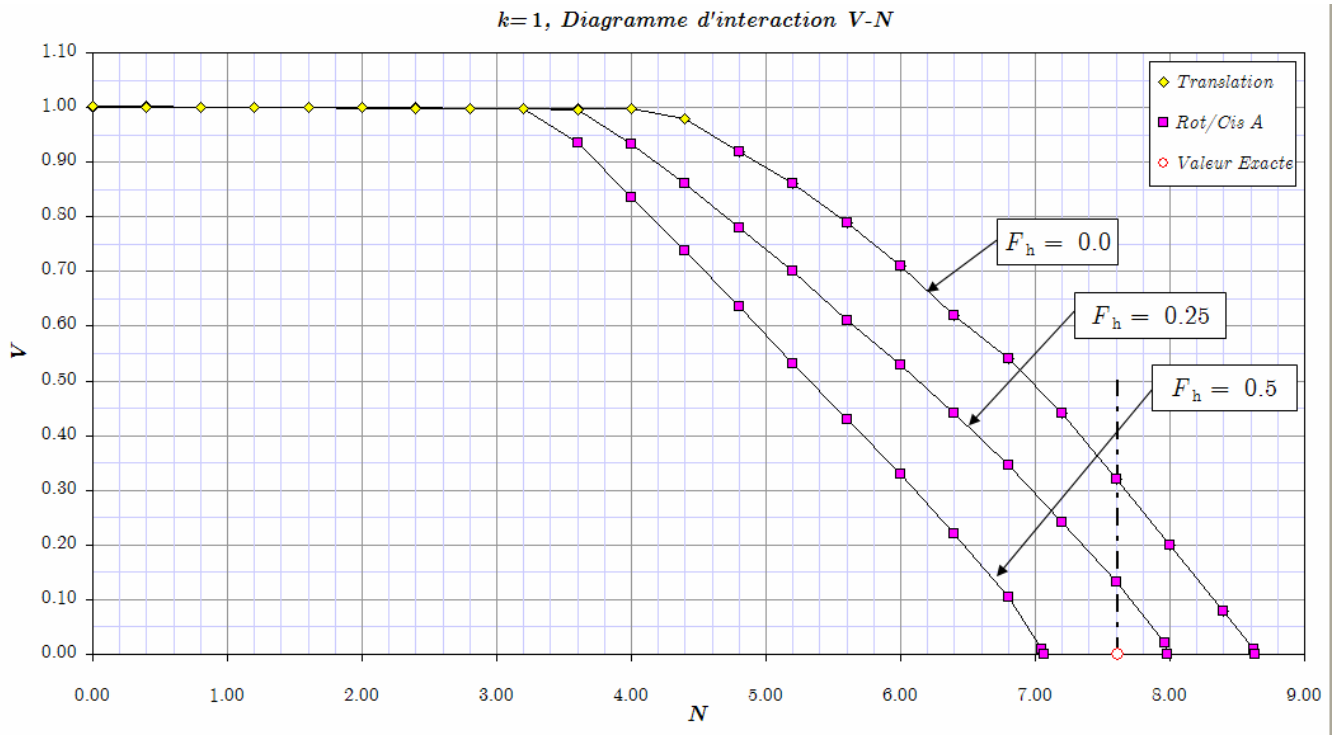


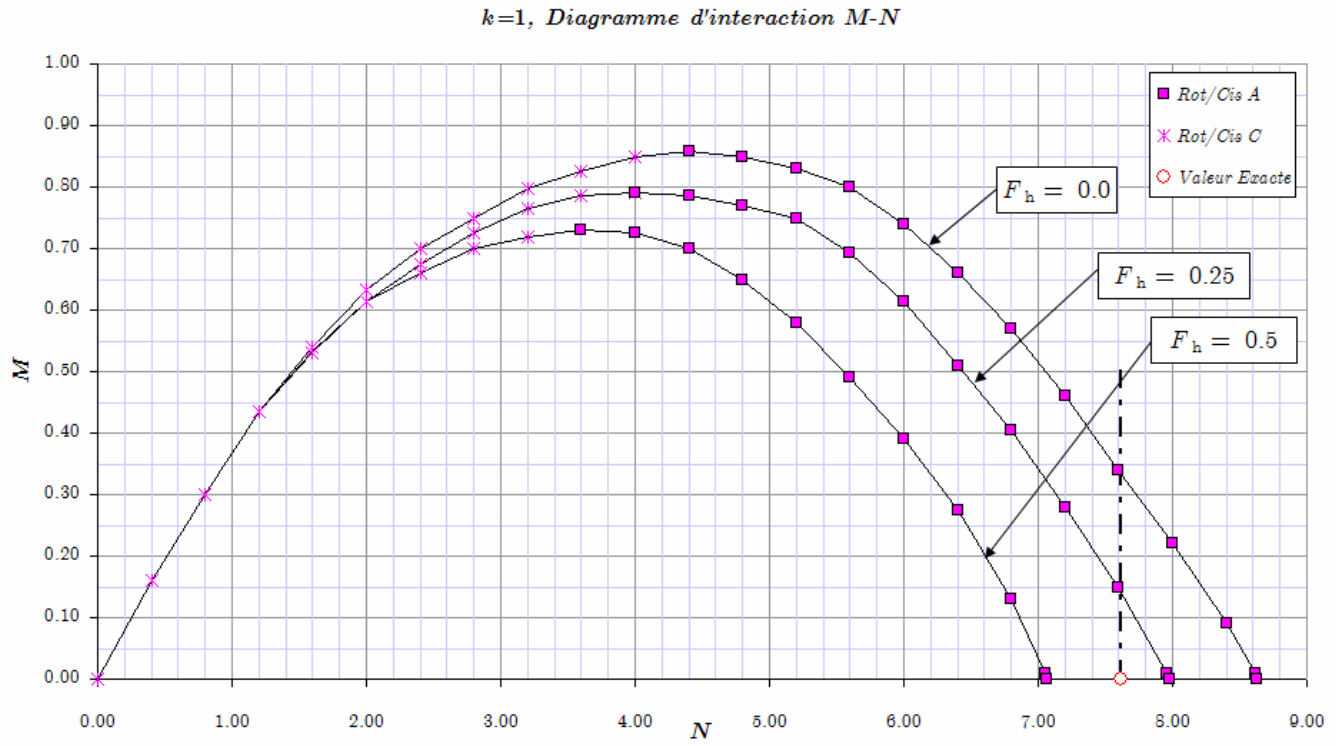


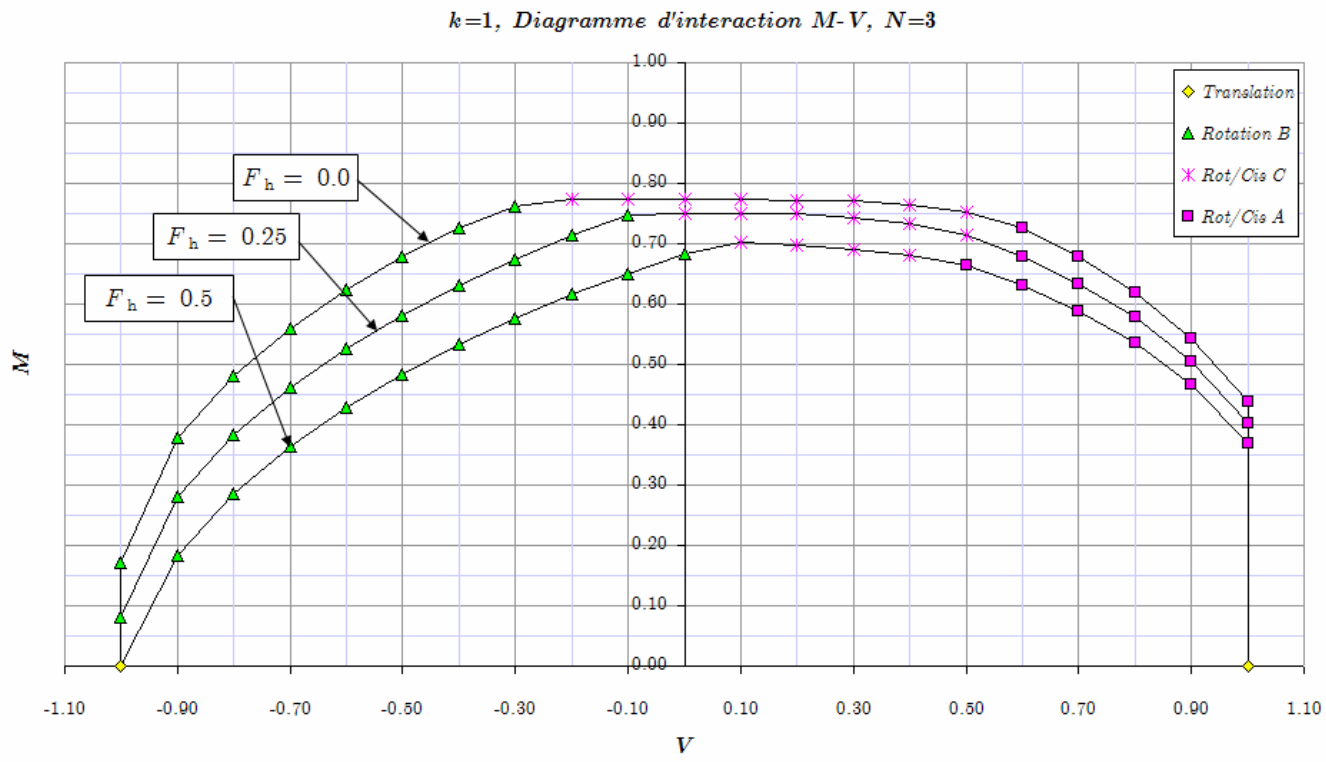

k=0.5, Diagramme d'interaction M-V, N=2.5
Translation
Rotation B
Rot/Cis A
Rot/Cis B
$F_h = 0.0$
$F_h = 0.25$
$F_h = 0.5$
M
V
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

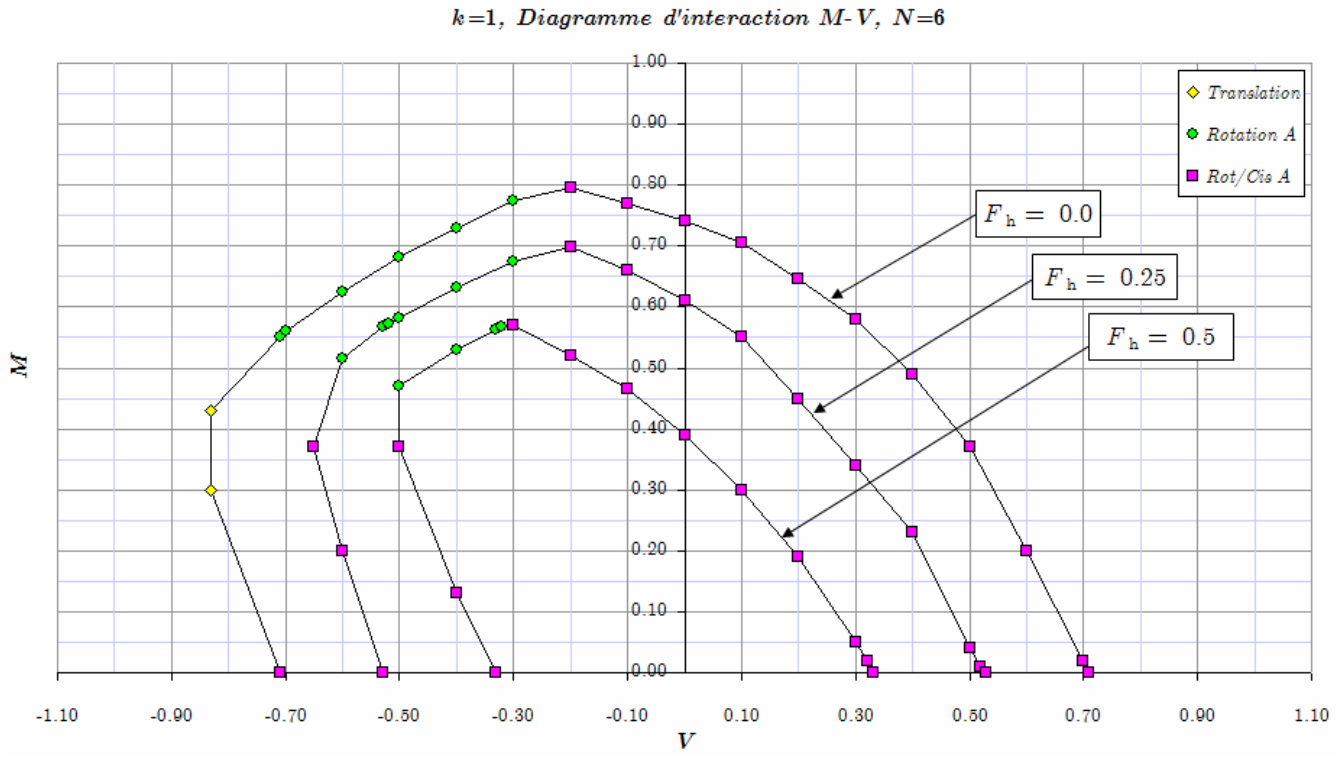

k=0.5, Diagramme d'interaction M-V, N=5
Translationl
Rotation A
Rot/Cis A
$F_h = 0.0$
$F_h = 0.25$
$F_h = 0.5$
M
V
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

C.1 $k = 1$**, *Matériau de Tresca avec résistance à la traction***

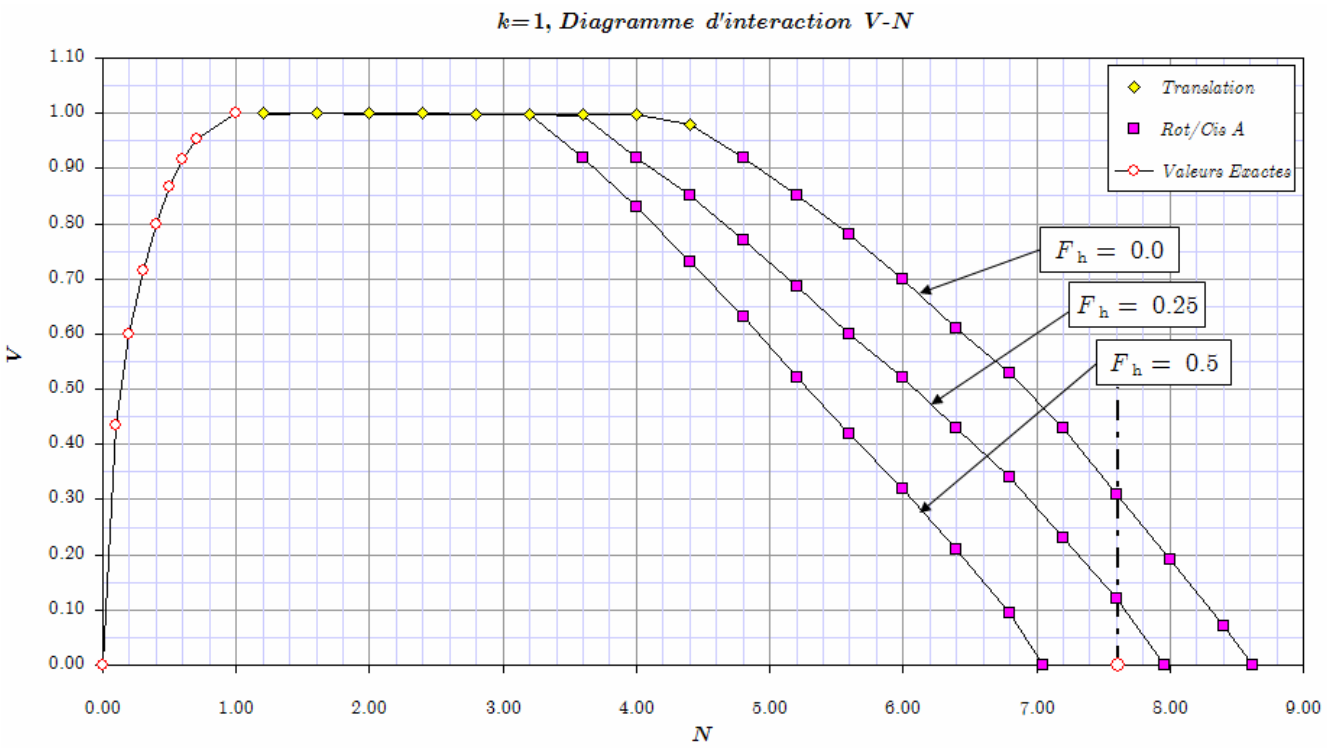


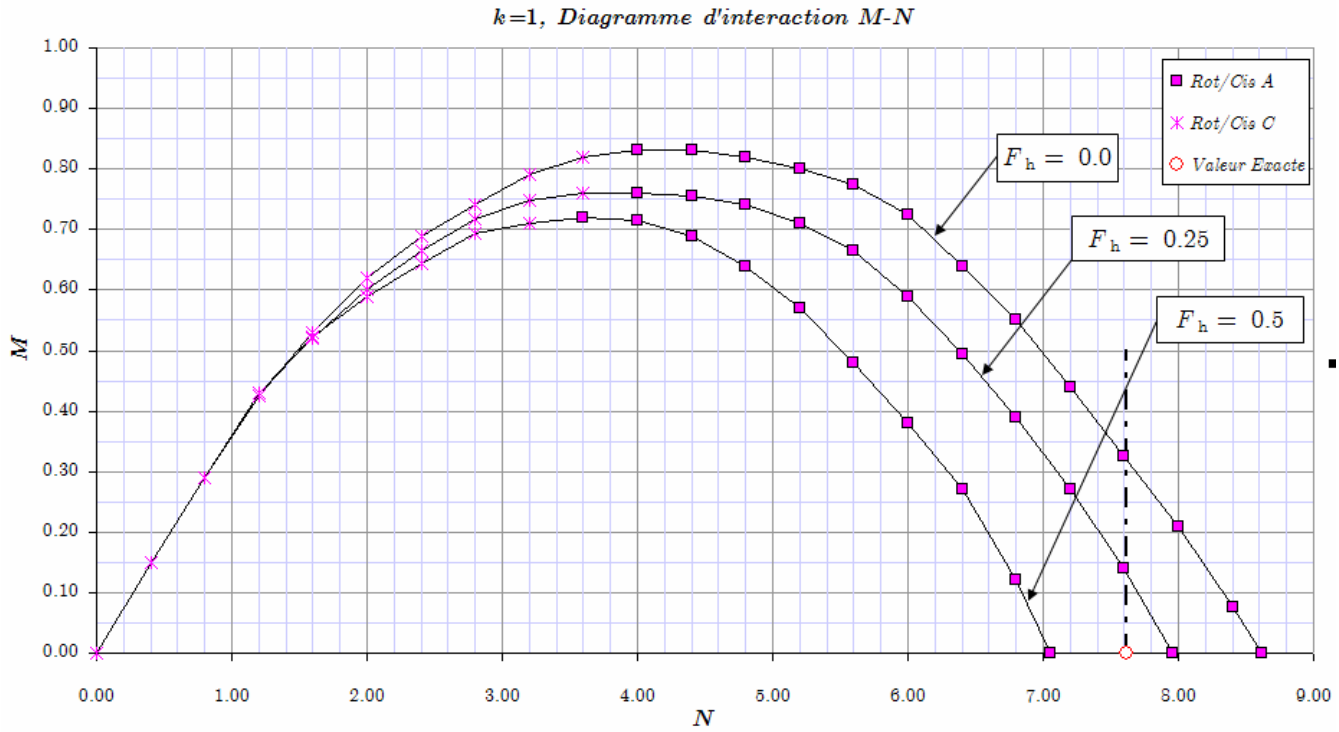


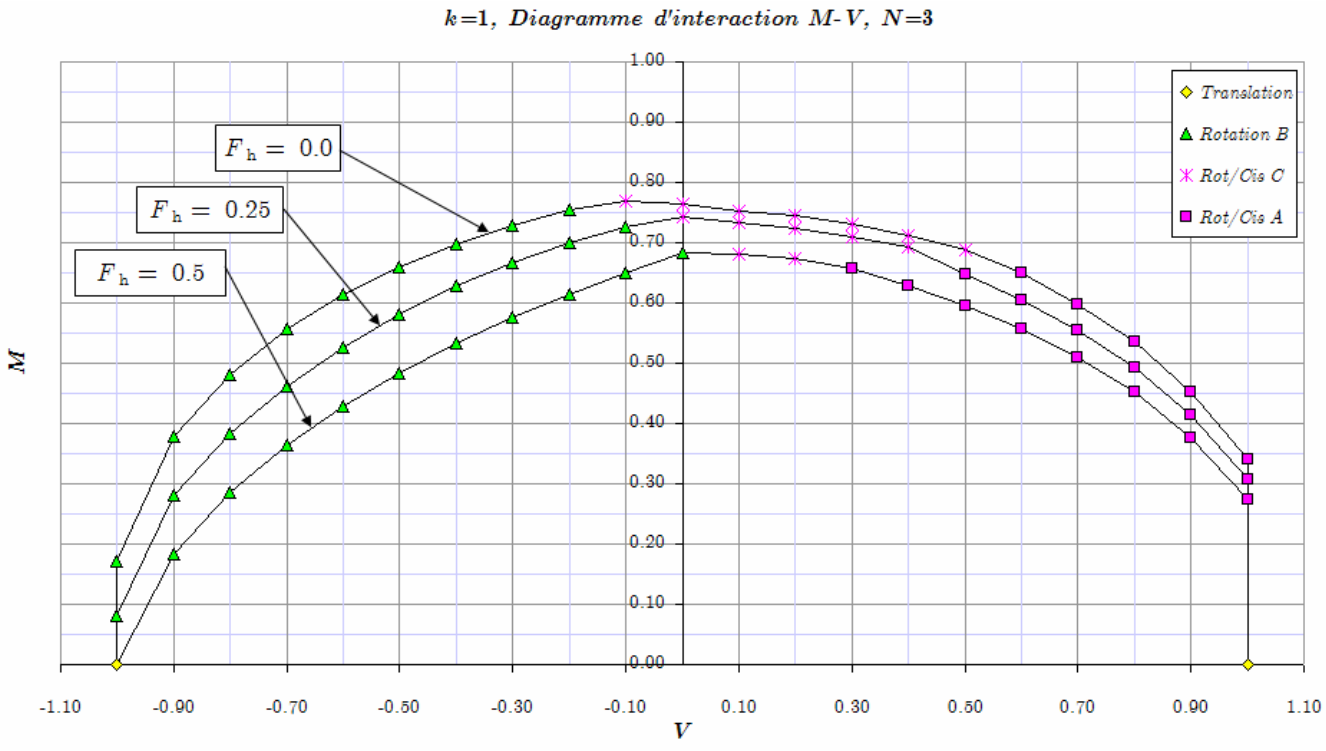

k=1, Diagramme d'interaction M-V, N=3
Translation
Rotation B
Rot/Cis C
Rot/Cis A
$F_h = 0.0$
$F_h = 0.25$
$F_h = 0.5$
M
V
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

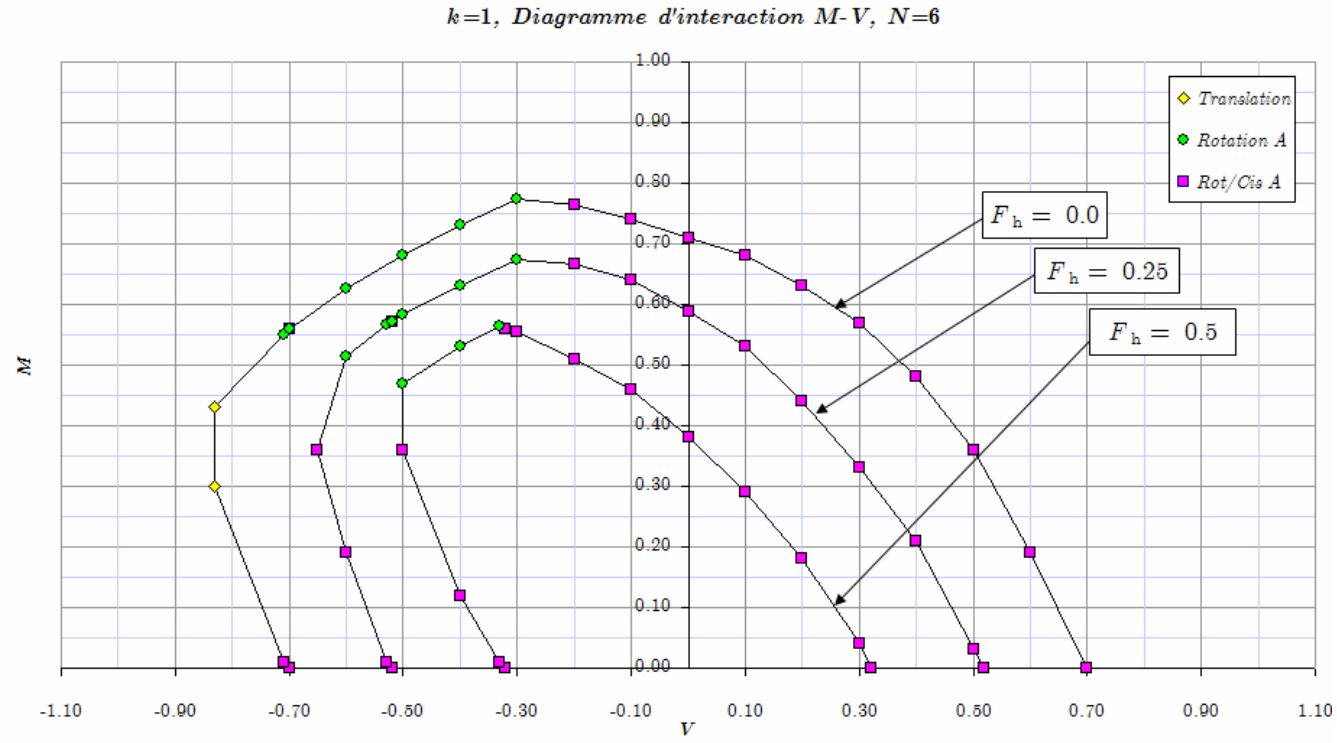

k=1, Diagramme d'interaction M-V, N=6
Translation
Rotation A
Rot/Cis A
$F_h = 0.0$
$F_h = 0.25$
$F_h = 0.5$
M
V
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

C.2 $k = 1$, ***Matériau de Tresca <u>sans</u> résistance à la traction***

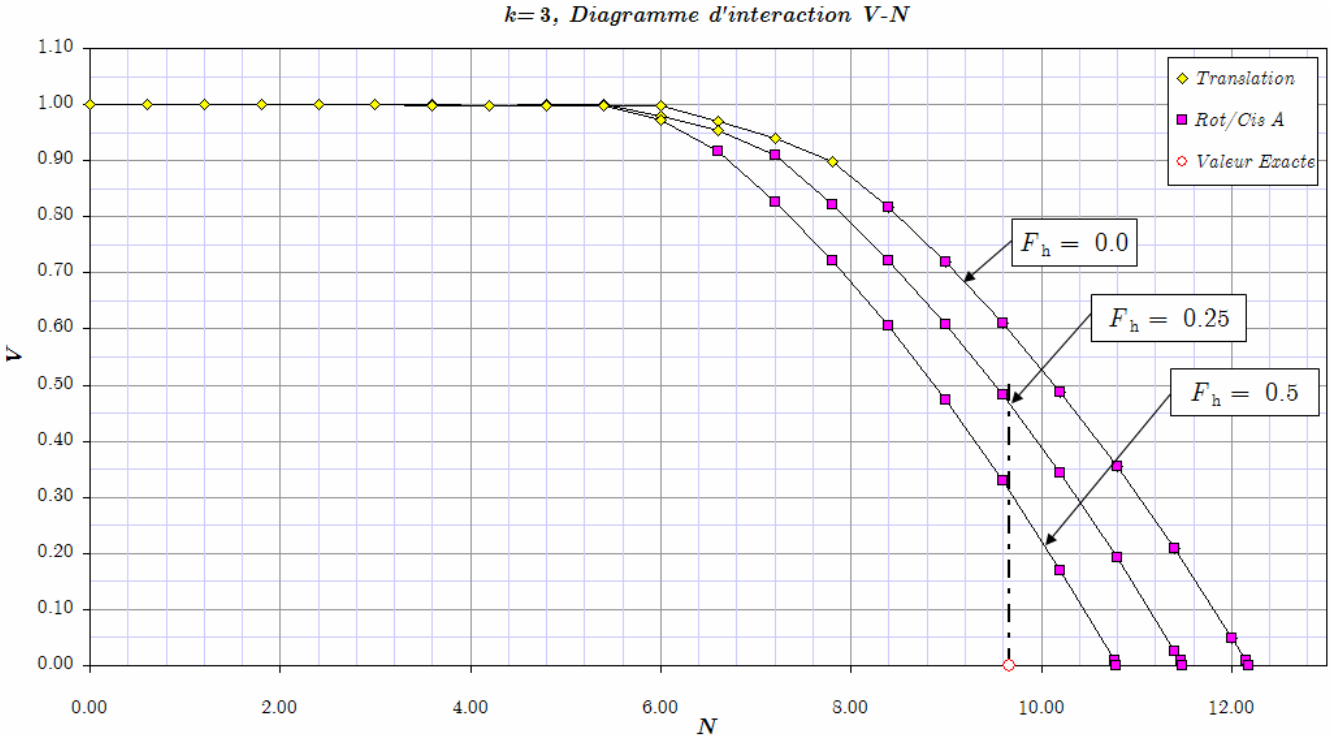


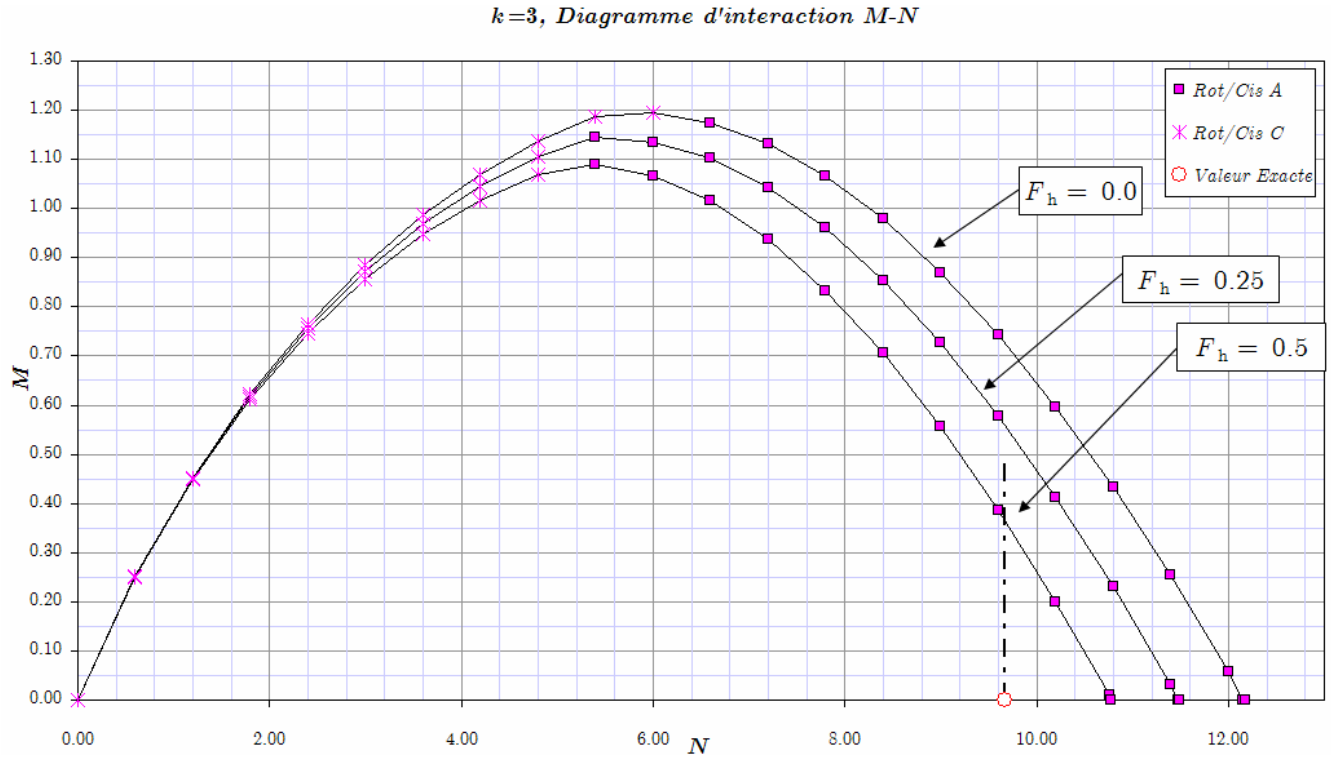


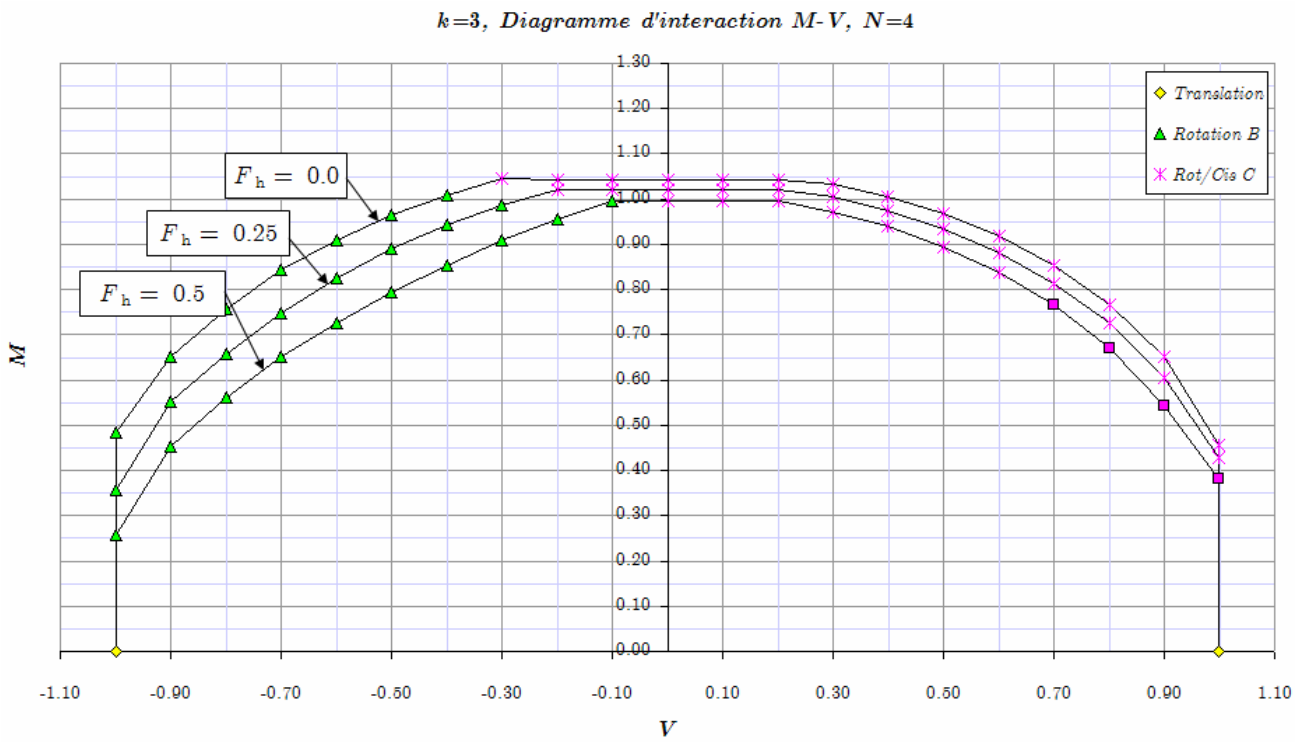

k=1, Diagramme d'interaction M-V, N=3
Translation
Rotation B
Rot/Cis C
Rot/Cis A
$F_h = 0.0$
$F_h = 0.25$
$F_h = 0.5$
M
V
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

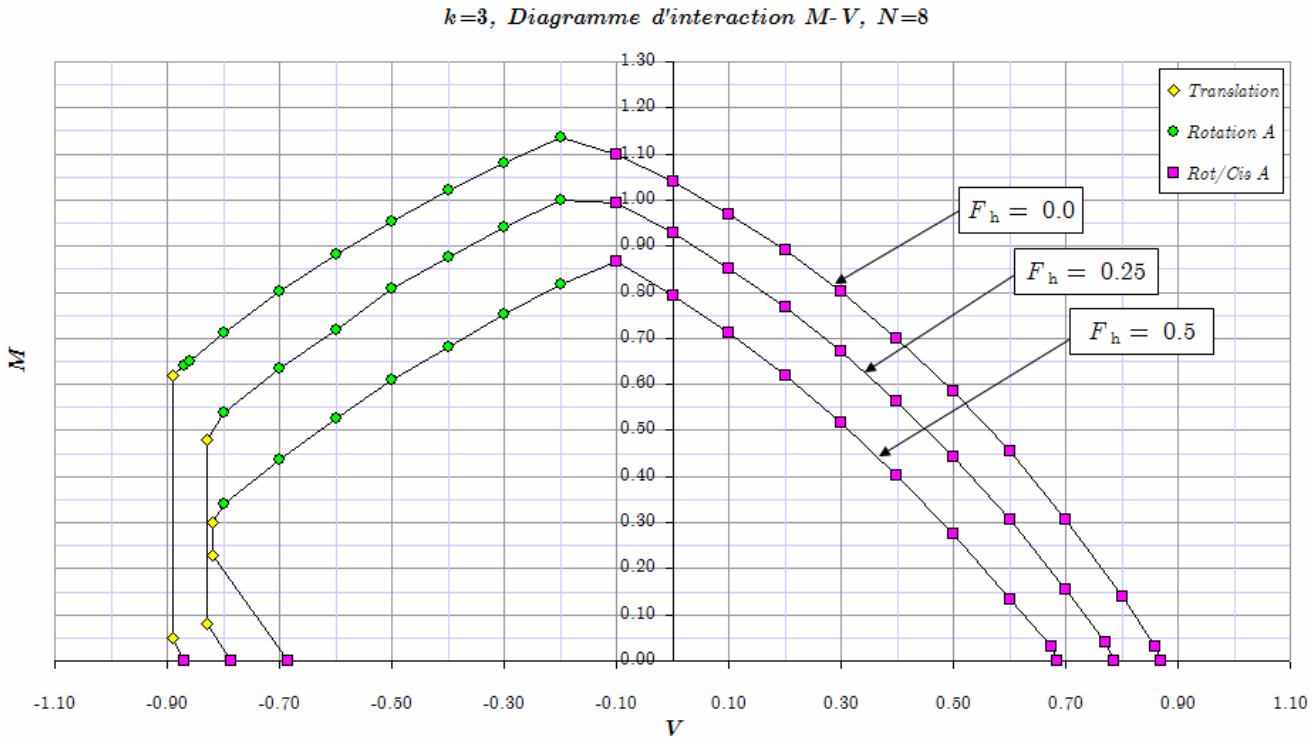

k=1, Diagramme d'interaction M-V, N=6
Translation
Rotation A
Rot/Cis A
$F_h = 0.0$
$F_h = 0.25$
$F_h = 0.5$
M
V
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

D.1 $k = 3$, ***Matériau de Tresca avec résistance à la traction***

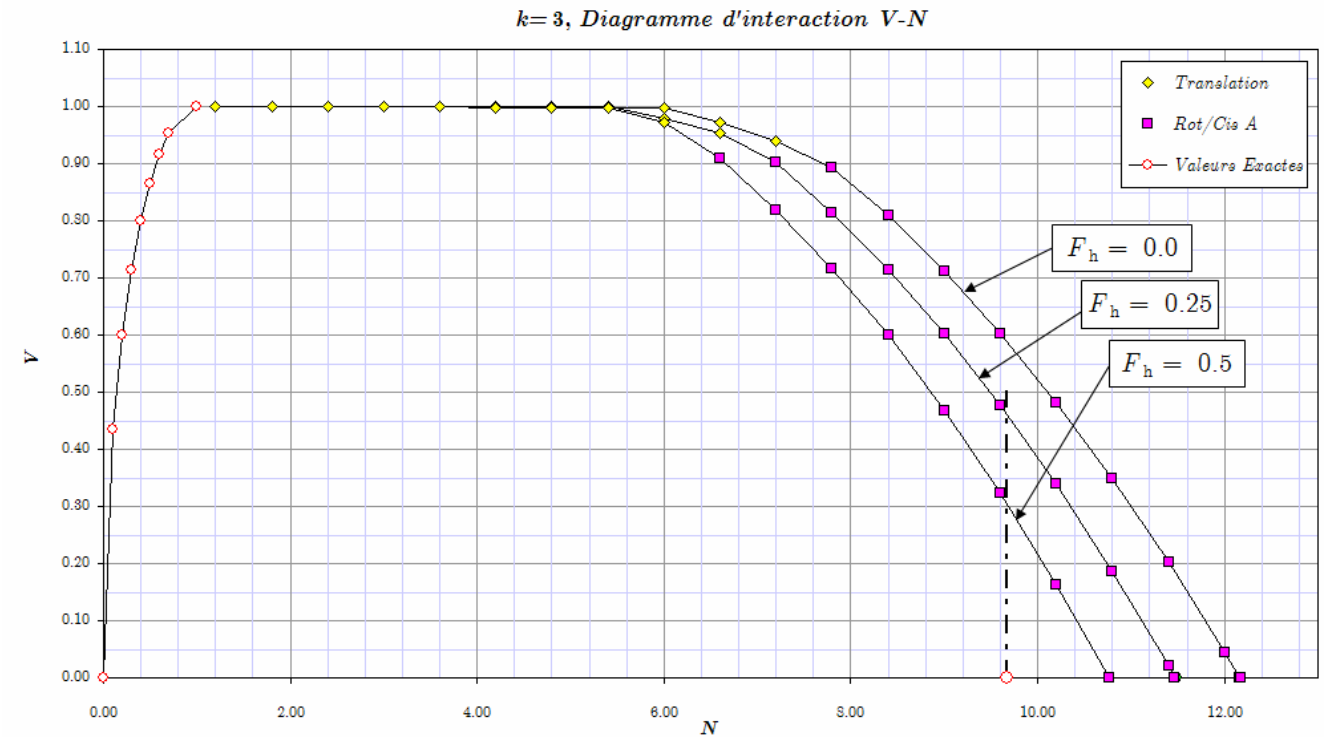


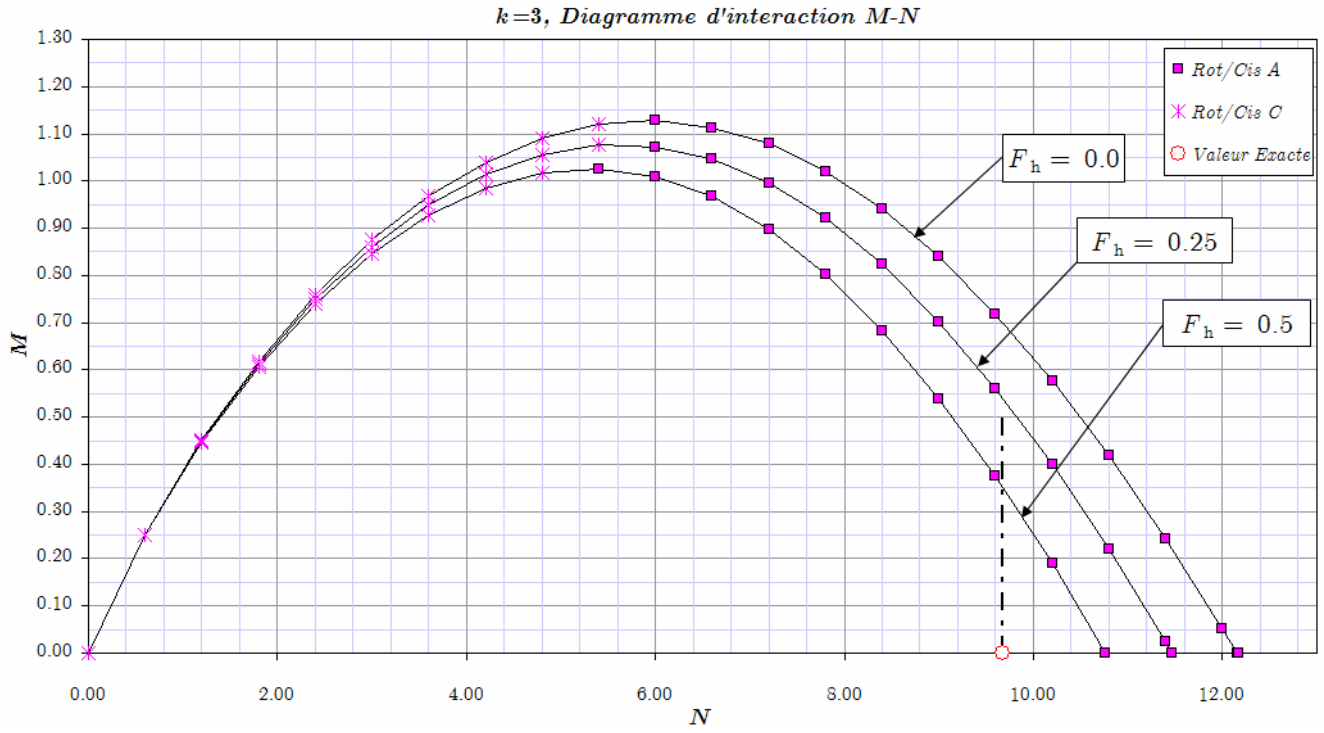


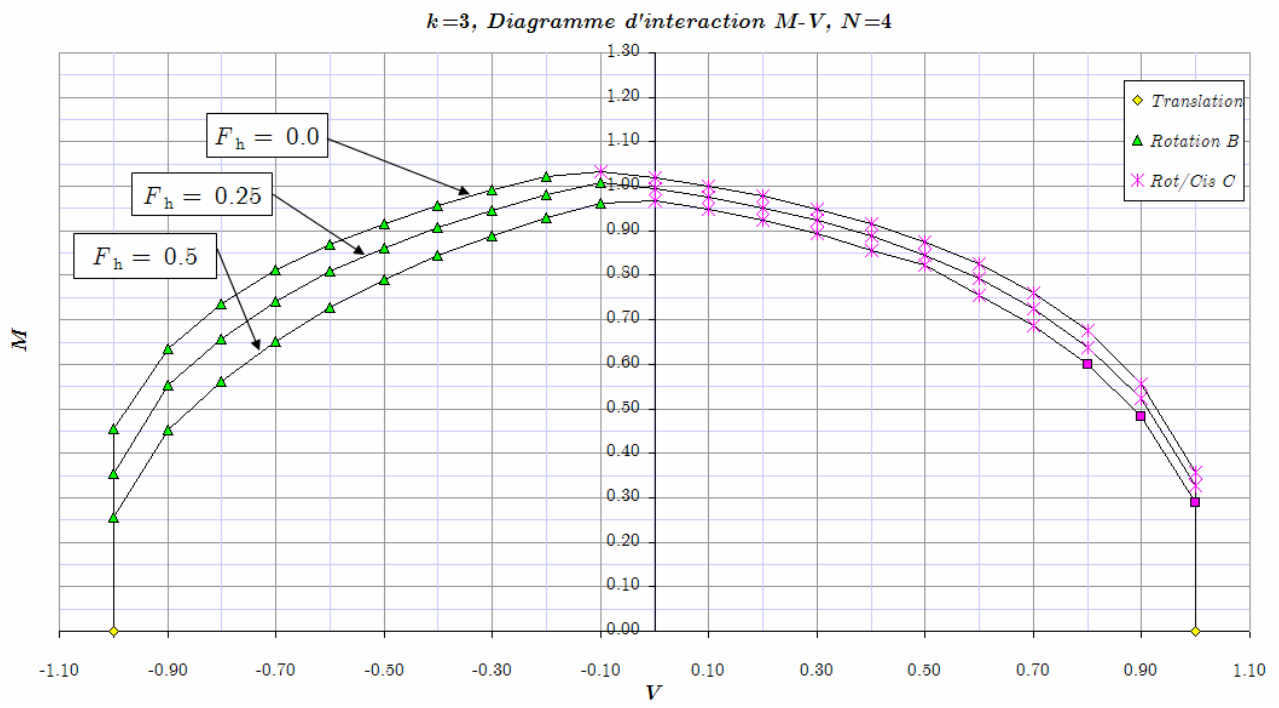

k=3, Diagramme d'interaction M-V, N=4
Translation
Rotation B
Rot/Cis C
$F_h = 0.0$
$F_h = 0.25$
$F_h = 0.5$
M
V
1.30
1.20
1.10
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

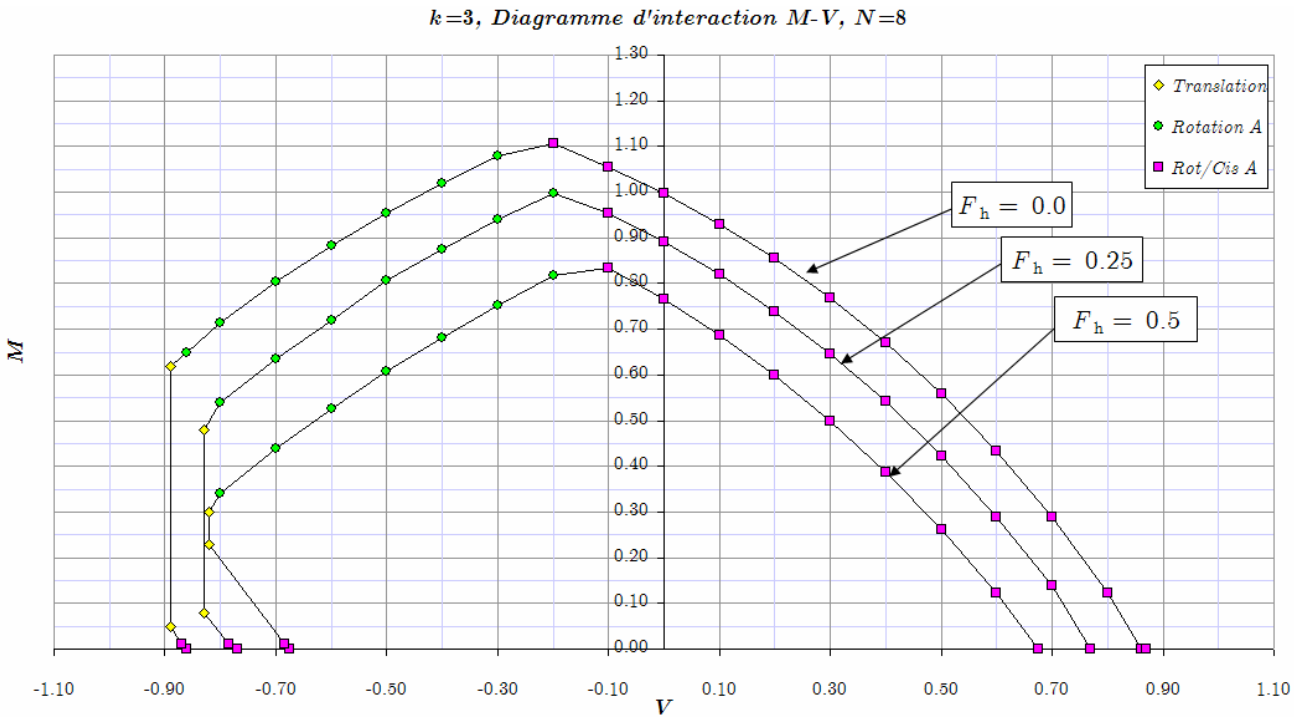

k=3, Diagramme d'interaction M-V, N=8
Translation
Rotation A
Rot/Cis A
$F_h = 0.0$
$F_h = 0.25$
$F_h = 0.5$
M
V
1.30
1.20
1.10
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

D.2 $k = 3$**, *Matériau de Tresca <u>sans</u> résistance à la traction***






k=3, Diagramme d'interaction M-V, N=4
Translation
Rotation B
Rot/Cis C
$F_h = 0.0$
$F_h = 0.25$
$F_h = 0.5$
M
V
1.30
1.20
1.10
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10


k=3, Diagramme d'interaction M-V, N=8
Translation
Rotation A
Rot/Cis A
$F_h = 0.0$
$F_h = 0.25$
$F_h = 0.5$
M
V
1.30
1.20
1.10
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-1.10
-0.90
-0.70
-0.50
-0.30
-0.10
0.10
0.30
0.50
0.70
0.90
1.10

2.5.5.2 Commentaire des résultats

Les diagrammes présentés aux pages précédentes constituent un ensemble de résultats qui permet la détermination de la capacité portante sismique (sous les hypothèses introduites) d'une semelle circulaire sur un sol cohérent hétérogène. Ce paragraphe fournit un commentaire sur ces résultats en discutant parmi d'autres : l'erreur induite par les bornes supérieures minimales établies par rapport à des valeurs exactes connues ou des résultats expérimentaux, les différences entre les deux cas d'un sol de type Tresca *avec* et *sans* résistance à la traction, quelques conséquences immédiates des résultats sur la pratique de la conception de fondations et finalement l'introduction d'une modification très simple de l'expression de l'Eurocode 8 (destinée aux semelles filantes) qui permettra l'extension de son utilisation dans le cas des semelles circulaires et des sols hétérogènes.

Erreur induite par les bornes supérieures optimales

Les bornes supérieures optimales présentées constituent une approximation par excès des charges ultimes supportées par le système de fondation, par conséquent elles ne sont pas du côté de la sécurité. Il est ainsi essentiel d'évaluer l'erreur induite par les bornes supérieures, pour qu'il soit possible d'estimer la valeur du coefficient de sécurité, dit du modèle (cf. §2.6.2.3), qui corrigera cette erreur lors de la conception. À cette fin, on présente dans le Tableau 2.7 et sur la Figure 2.54, une comparaison des bornes supérieures établies dans cette étude avec des valeurs exactes de la capacité portante statique de la semelle $N^0_{\max}$, en fonction du degré d'hétérogénéité k. On rappelle que la quantité $N^0_{\max}$ correspond à la force verticale maximale supportée par la semelle, lorsque les autres paramètres de chargement sont nuls: $V = 0$, $M = 0$, $F_{\mathrm{h}} = 0$.

Tableau 2.7 – Capacité portante statique $N^0_{\max}$: Comparaison entre les bornes supérieures établies et les valeurs exactes selon (Salençon & Matar, 1982).

$\frac{Gr}{C_0}$	Valeurs exactes (*Salençon & Matar, 1982*)	Bornes Supérieures (*Matériau avec résistance à la traction*)	Bornes Supérieures (*Matériau sans résistance á la traction*)	Erreur (%)
0.00	**6.065**	**6.72**	**6.71**	**10.63%**
0.50	**6.933**	**7.80**	**7.79**	**12.36%**
1.00	**7.614**	**8.65**	**8.61**	**13.08%**
3.00	**10.080**	**12.17**	**12.15**	**20.54%**
5.00	**11.724**	**14.98**	**14.95**	**27.52%**

Comme indiqué sur la Figure 2.54, les bornes supérieures optimales sont obtenues par le mécanisme rotationnel avec cisaillement. En ce qui concerne les valeurs exactes, elles proviennent de l'étude de Salençon & Matar (1982), qui ont fourni des solutions complètes du problème (champs de contraintes axisymétriques complets, associés à des champs de vitesse virtuelle cinématiquement admissibles) par la méthode des caractéristiques. Pour une description plus détaillée des solutions par Salençon & Matar (1982) voir l'Annexe 2.V.

Le diagramme présenté met en évidence une erreur qui augmente de 10% pour un sol homogène, jusqu'à peu près 25% pour un sol fortement hétérogène. La comparaison montre que les bornes

supérieures établies sont satisfaisantes du point de vue pratique, notamment pour de petites valeurs du degré d'hétérogénéité k.

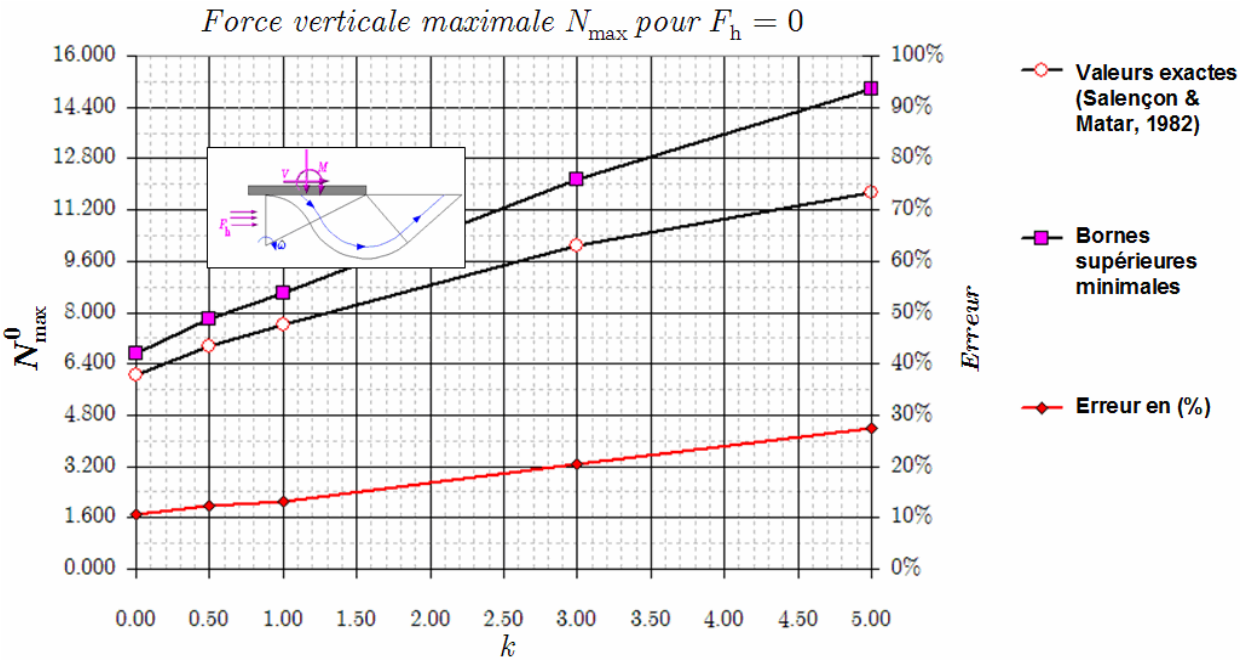


Figure 2.54 - Capacité portante statique N^0_{max} comme fonction de k : Comparaison entre les bornes supérieures établies et les valeurs exactes selon Salençon & Matar (1982).

On souligne l'importance des résultats présentés ci-dessus, en notant que les valeurs de l'erreur dans le Tableau 2.7 peuvent être considérées comme des *bornes supérieures* de la marge *borne supérieure - solution exacte*, correspondant aux autres combinaisons ultimes des paramètres de chargement. Cette remarque est basée sur la constatation que les mécanismes virtuels de rupture examinés sont orientés vers la description de configurations de chargements sismiques, c'est-à-dire de configurations qui comportent des forces horizontales, des moments ou des forces d'inertie élevées. Les configurations quasi-axisymétriques ($N \sim N_{max}$, $V \ll V_{max}$, $M \ll M_{max}$, $F_h \ll F_{h,max}$) et, particulièrement, la configuration parfaitement axisymétrique ($N = N_{max}$, $V = 0$, $M = 0$, $F_h = 0$), sont celles qui sont le moins bien décrites par les mécanismes virtuels de rupture examinés, et par conséquent, on peut supposer que l'erreur qui leur correspond est l'erreur maximale induite par le modèle de calcul. Apparemment, il ne s'agit que d'une conjecture, mais elle nous permet d'introduire un coefficient de sécurité du modèle, égal aux valeurs du Tableau 2.7.

Comme une vérification particulière de cette remarque, on présente le diagramme de la Figure 2.55 : dans le cas d'un sol homogène ($k = 0$), les bornes supérieures optimales pour le diagramme d'interaction N-M ($V = 0$, $F_h = 0$) sont comparées avec des résultats expérimentaux obtenus par Houlsby & Martin (1993). Le diagramme met en évidence que la différence entre les bornes supérieures optimales et les résultats expérimentaux augmente lorsque la force verticale N augmente, et prend sa valeur maximale pour $N = N_{max}$ et $M = 0$. Par conséquent, l'erreur induite par les bornes supérieures optimales pour le diagramme entier reste toujours inférieure ou égale à 10,63% (*cf.* Tableau 2.7). On note finalement le besoin d'enrichir les résultats disponibles

notamment pour $F_{\mathrm{h}} > 0$. Cela permettra une évaluation plus concrète de la marge entre les bornes supérieures établies et les valeurs exactes des charges ultimes. Il faut souligner que la méthode suivie ici offre un cadre de calcul effectif et rapide pour une très large gamme de configurations des paramètres de chargement, mais il ne faut pas oublier que les résultats ne sont pas du côté de la sécurité.

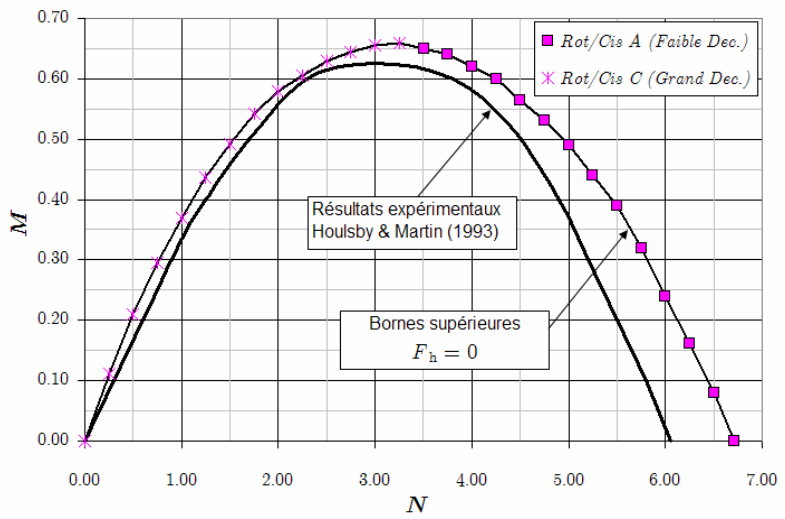
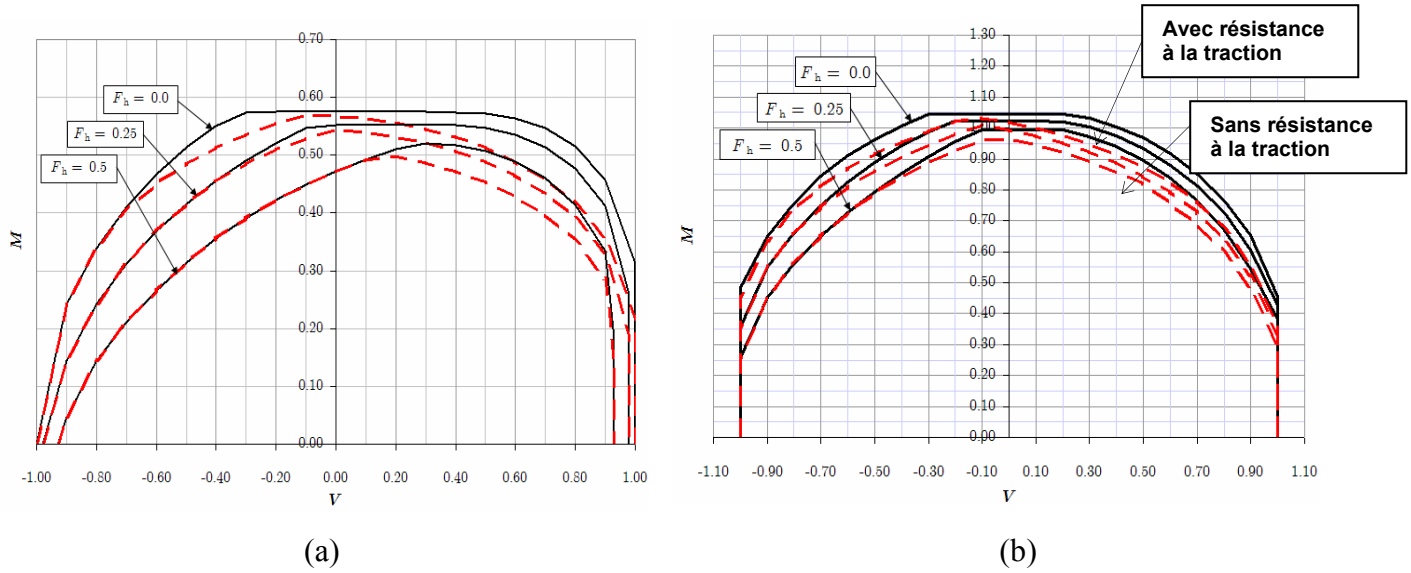


Figure 2.55 – Diagramme d'interaction N – M, $k = 0$: Bornes supérieures optimales et résultats expérimentaux par Houlsby & Martin (1993).

Sol avec et sans résistance à la traction

Comme il a été évoqué dans le paragraphe §2.5.4.4, la seule différence entre les deux cas de sols avec et sans résistance à la traction est obtenue par la puissance résistante maximale qui est développée sur la zone de décollement entre la semelle et le sol de fondation. Ainsi, il est clair que les bornes supérieures optimales seront identiques si elles proviennent de mécanismes virtuels de rupture qui ne contiennent pas de zone de décollement. Dans le cas contraire, les bornes supérieures pour un sol sans résistance à la traction seront inférieures à celles provenant d'un sol avec résistance à la traction. Cela est dû à la résistance globale plus faible du système de fondation pour un sol sans résistance à la traction. De plus, il est logique d'attendre que cette différence soit plus élevée pour des configurations avec une zone de décollement significative entre le sol et la semelle. De telles configurations sont obtenues pour des combinaisons de charges avec une force verticale faible et avec un moment et/ou une force horizontale élevée. Il faut noter aussi que la forme du diagramme d'interaction $N - V$ pour $0 \leq N \leq 1$ est différente pour les deux cas. Cette partie du diagramme est contrôlée par le critère de résistance globale sur le plan juste au dessous de la semelle, critère qui est changé si l'on admet un sol sans résistance à la traction (*cf.* §0). Cette différence est clairement mise en évidence dans les diagrammes d'interaction $N - V$ du paragraphe §2.5.5. La Figure 2.56 présente la différence entre les deux cas sur le diagramme d'interaction $V - M$ pour un sol homogène ($k = 0$) et un sol fortement hétérogène ($k = 3$). Le cas $N = N^0_{\max} / 3$ est considéré, puisqu'il correspond à des configurations avec grandes zones de décollement.



(a) (b)

Figure 2.56 – Sol avec et sans résistance à la traction. Diagramme d'interaction $V - M$ pour $N = N_{\max}^{0} / 3$: (a) *sol homogène* ($k = 0$) *et* (b) *sol fortement hétérogène* ($k = 3$).

Les diagrammes sur la Figure 2.56 vérifient ce que l'on attendait : les bornes supérieures qui correspondent à un sol *sans* résistance à la traction sont inférieures à celles provenant d'un sol *avec* résistance à la traction.

Du point de vue pratique, même si la différence entre les deux cas est faible, il est suggéré qu'un critère ***sans*** résistance à la traction soit introduit pour le sol ; outre le fait que les bornes supérieures optimales pour ce cas sont inférieures, la vraisemblance physique du critère est beaucoup plus réaliste. L'utilisation du critère de Tresca avec une résistance à la traction infinie, outre l'erreur induite par la méthode de calcul, entraîne aussi une erreur sur les paramètres de résistance du sol. Cette erreur, qui n'est pas, à coup sûr, du côté de la sécurité, augmente davantage le non conservatisme des résultats présentés.

Quelques remarques sur la pratique de la conception

L'intérêt des résultats est de les utiliser pour effectuer la conception parasismique des fondations superficielles. À propos de cette question et par l'examen des diagrammes des résultats, on peut extraire un nombre de conclusions intéressantes, décrites au dessous.

Glissement Horizontal

Notre première remarque concerne le mécanisme du glissement horizontal de la semelle sous l'action d'une force horizontale V. Comme cela est mis en évidence sur les diagrammes des résultats, la force horizontale maximale adimensionnelle, supportée par le système de fondation est égale à :

(2.70) $$V_{\max} = 1,$$

ce qui correspond à une force horizontale appliquée sur la semelle égale à :

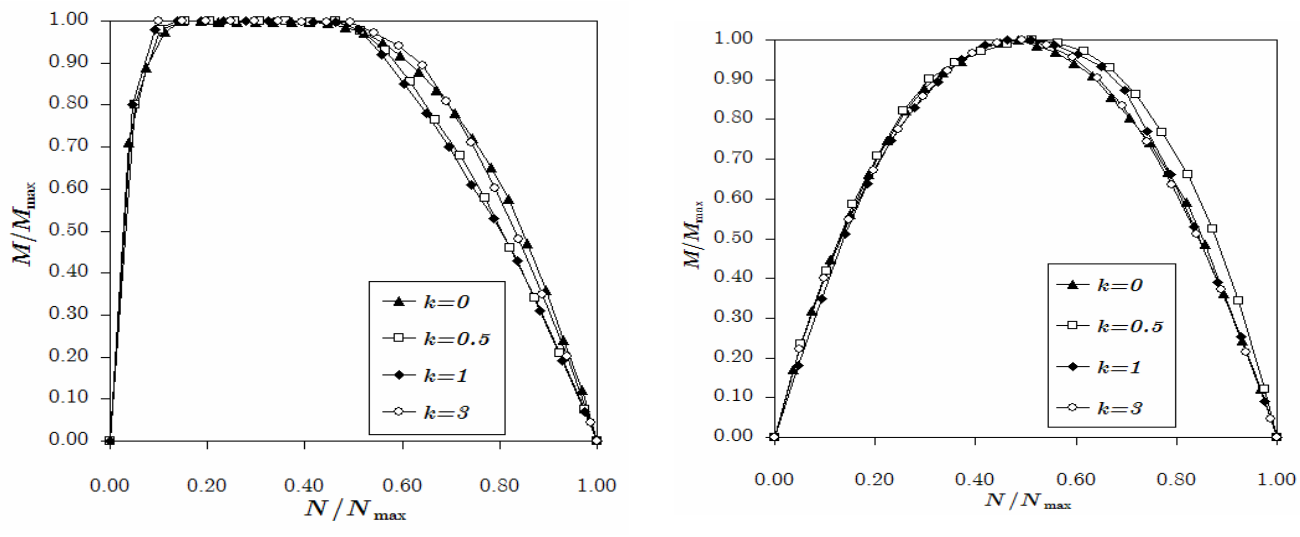
(2.71) $$\mathbf{V}_{\mathrm{Ed}} = \pi C_0$$

Cela est vrai, même si $G \neq 0$. Il est clair que le mécanisme du glissement horizontal est gouverné par la cohésion de l'interface C_0, qui est considérée, dans notre étude, égale à la cohésion à la surface du sol. Si l'on passe à l'espace des paramètres dimensionnels, cette quantité définit *la taille* de la surface ultime sur l'axe des forces horizontales $\mathbf{V}_{\mathrm{Ed}}$. Pour une valeur très petite de C_0, il est évident que la surface ultime dans l'espace des forces appliquées sera très étroite dans la direction de l'axe $\mathbf{V}_{\mathrm{Ed}}$. Dans le cas d'un sol hétérogène et pour $C_0 = 0$, la capacité portante du sol proviendra du gradient vertical de cohésion G et, sous les hypothèses introduites, la surface ultime sera « *limitée* » dans le plan $\mathbf{N}_{\mathrm{Ed}} - \mathbf{M}_{\mathrm{Ed}}$, puisque la force horizontale maximale supportée par la semelle sera $\mathbf{V}_{\mathrm{Ed,\,max}} = 0$. Apparemment, dans le cas $C_0 = 0$, il faut introduire un schéma différent de celui de (2.68) et (2.69) afin de rendre adimensionnels les paramètres de chargement du problème. Cette constatation nous permet d'arriver aux conclusions suivantes :

- Sous les hypothèses adoptées concernant les critères de résistance du sol et de l'interface, la méthode de résolution suivie présuppose que la valeur de C_0 ne soit pas très petite, puisque dans le cas contraire la surface ultime est limitée dans le plan $\mathbf{N}_{\mathrm{Ed}} - \mathbf{M}_{\mathrm{Ed}}$. Cette limitation de notre modèle est liée au fait de ne pas avoir pris en compte la profondeur d'encastrement de la semelle et son effet favorable vis-à-vis d'un mécanisme de glissement horizontal. Pratiquement, les fondations superficielles sont construites, au moins, avec une faible profondeur d'encastrement (profondeur « hors gel » par exemple), si bien qu'un mécanisme de rupture par glissement horizontal est exclu a priori. Dans le cas où la semelle est fondée directement à la surface du sol, il est essentiel de garantir que le système possède des propriétés de résistance suffisantes contre un mécanisme de rupture par glissement horizontal.

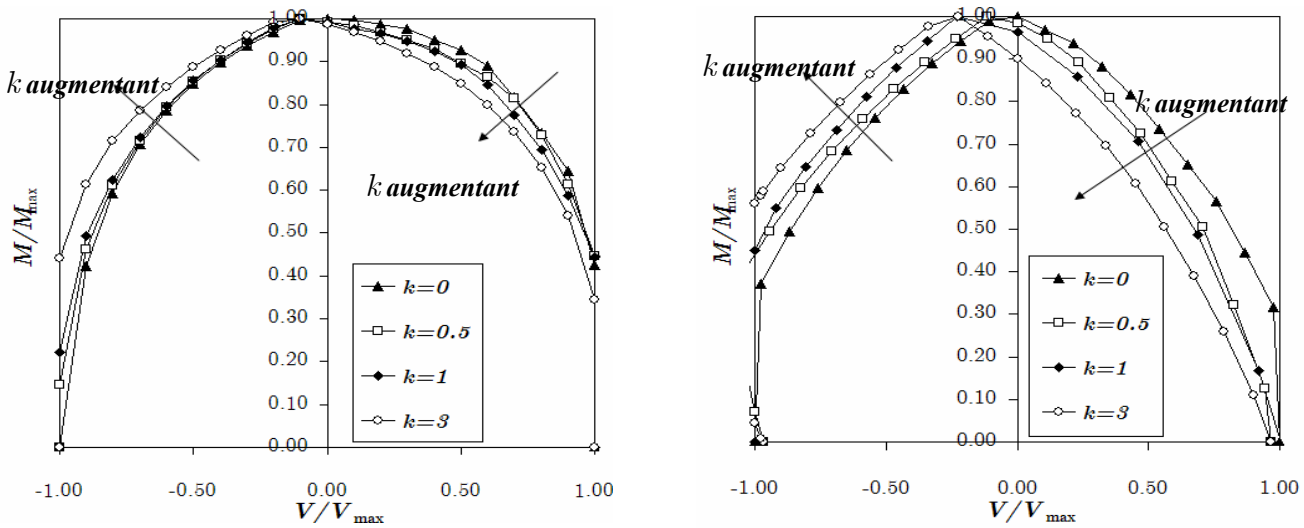
- Dans le cadre de formulation de la capacité portante, non comme une équation de type « *Terzaghi* », mais comme une surface ultime dans l'espace des paramètres de chargement N, V, M, la possibilité d'introduire une homogénéisation des propriétés de résistance du sol est exclue *a priori* : si l'on cherche à remplacer le couple de paramètres $\{C_0, G\}$ par un seul paramètre $\{C_{\mathrm{uniforme}}\}$ tel que, par exemple, la force *verticale* maximale soit préservée, il faut que $C_{\mathrm{uniforme}} > C_0$. Si par contre, on veut que la force *horizontale* soit préservée, il faut que $C_{\mathrm{uniforme}} = C_0$. Ainsi, il est clair, que l'on ne peut pas satisfaire les deux conditions en même temps. La seule possibilité, dans le cadre de calcul proposé et sous les hypothèses adoptées, est d'avoir une seule *forme* de la surface ultime dans l'espace de paramètres de chargement. Cette *forme* unique, s'adaptera aux surfaces ultimes différentes qui correspondent aux combinaisons différentes de paramètres de résistance $\{C_0, G\}$. Gouvernec & Randolph (2003) ont testé cette hypothèse pour les semelles filantes et circulaires des fondations offshore. Ils ont montré que la *forme* de la surface ultime reste invariante dans le plan $V - N$, mais qu'elle est modifiée en changeant la valeur du paramètre k, dans les plans M - N et $M - V$, (*cf.* Figure 2.25, p. 70). Les diagrammes sur les Figures 2.58 et 2.59 présentent les surfaces ultimes dans l'espace $\{N / N_{\max}, V / V_{\max}, M / M_{\max}\}$ où les paramètres de chargement N, V, M sont normalisés par rapport à leur valeur maximale. Les diagrammes correspondent à des forces d'inertie $F_{\mathrm{h}} = 0$ et à un sol sans résistance à la traction. Les diagrammes mettent en évidence une variation de la forme de la surface ultime, en fonction de k dans le plan M - V, similaire à celle présentée par Gouvernec & Randolph (2003). Cette variation augmente lorsque N croît. Les diagrammes vérifient ainsi la conclusion obtenue par Gouvernec & Randolph (2003) ; il n'est pas possible de préserver la forme de la surface ultime en modifiant le degré d'hétérogénéité du système. De plus, la forme de la surface ultime qui correspond à un sol homogène est moins conservative que la

forme correspondant à des sols hétérogènes pour $M > 0,\ V > 0$ (qui est le cas de chargement vraisemblable dans notre cas), notamment pour des valeurs élevées de N.



(a) (b)

Figure 2.57 – Sections de la surface ultime dans l'espace des paramètres de chargement normalisés pour différentes valeurs du paramètre k. Sol sans résistance à la traction et $F_h = 0$: a) Diagramme d'interaction $V - N\,(M = 0)$, b) Diagramme d'interaction $M - N\,(V = 0)$.



(a) (b)

Figure 2.58 – Sections de la surface ultime dans l'espace des paramètres de chargement normalisés pour différentes valeurs du paramètre k. Sol sans résistance à la traction et $F_h = 0$: a) Diagramme d'interaction $M - V\,(N = 1/3\ N^0_{max})$, b) Diagramme d'interaction $M - V\,(N = 2/3\ N^0_{max})$. Les flèches indiquent la variation de la forme de la surface ultime en augmentant k.

Trajets de chargement dans le plan V-M et effet des forces d'inertie F_h

Dans la pratique de la conception de fondations superficielles, le problème de la capacité portante sismique peut très fréquemment être posé comme comportant deux stades :

- *Le stade du chargement statique* : Dans ce stade, on considère que le système de fondation supporte uniquement le poids de la superstructure. On peut alors supposer, que si le système de fondation est proprement conçu (inclinaison et excentricité de charge limitées), la semelle est chargée par une force verticale N, alors que les paramètres de chargement V, M sont relativement faibles (pratiquement nuls) et les forces d'inertie F_h sont nulles. Si l'on décrit ce premier stade de chargement par un trajet de chargement dans l'espace des paramètres $\{N, V, M, F_h\}$ (où on trace aussi la surface ultime de notre système), on obtient un trajet de chargement parallèle à l'axe N : $\{0,0,0,0\} \rightarrow \{N,0,0,0\}$.

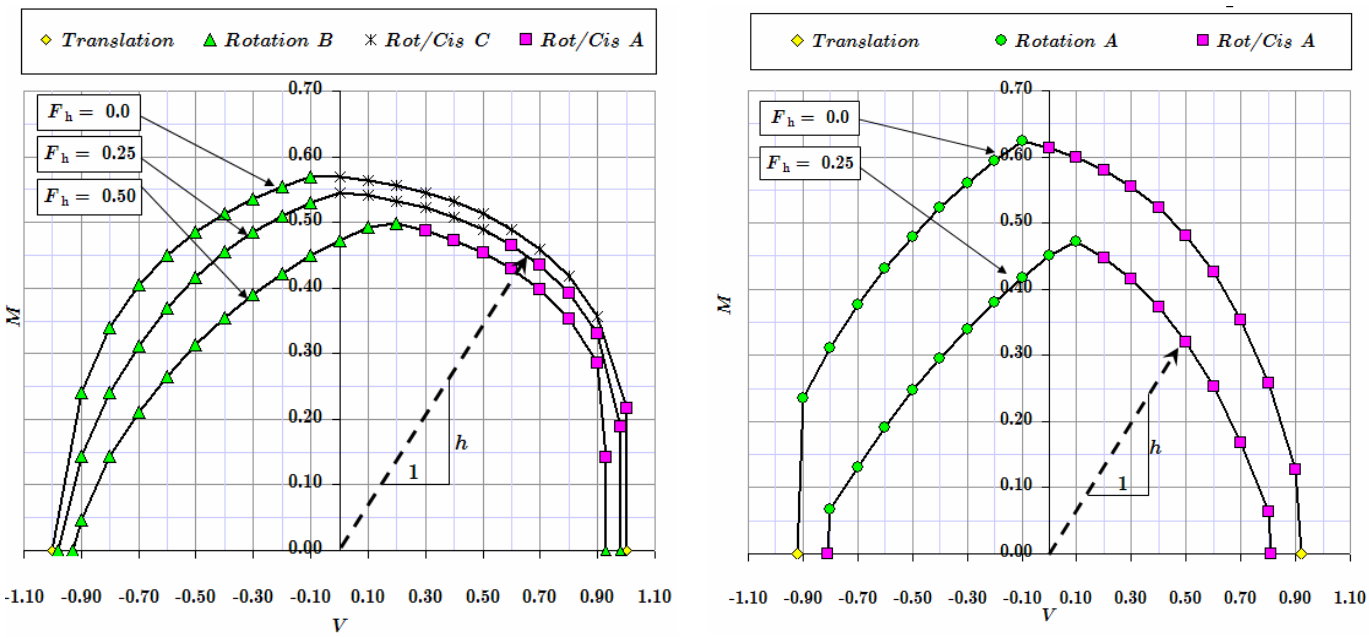
- *Le stade du chargement sismique* : Dans ce deuxième stade, le système est sollicité par l'incidence du séisme qui entraîne des forces d'inertie F_h dans le sol et des V et M élevées sur la semelle. Une petite variation de la force verticale N peut être considérée aussi, si l'on prend en compte l'effet de la composante verticale de l'accélération sismique. Si l'on connaît la configuration géométrique et les caractéristiques de rigidité de la superstructure, on peut établir une relation entre la force horizontale V et le moment M. Par exemple, dans le cas simple d'une superstructure à un degré de liberté de hauteur h, on peut écrire : $M = Vh$. Cette relation peut être vue comme un trajet radial de chargement dans le plan V-M de pente h par rapport à l'axe V. La rupture sismique par perte de capacité portante aura lieu si ce trajet de chargement arrive jusqu'à un point $P(N,V,Vh,F_h)$, qui appartient à la surface ultime. Ainsi le stade du chargement sismique est décrit par le trajet : $\{N,0,0,0\} \rightarrow \{N,V,Vh,F_h\}$. De tels trajets sont présentés sur la Figure 2.59 pour un sol homogène sans résistance à la traction et pour : a) $N = 1/3\, N^0_{max}$ et b) $N = 2/3\, N^0_{max}$. Le séisme correspond à $F_h = 0.25$.

Les diagrammes mettent en évidence deux points importants :

- Dans le cas d'une force verticale relativement faible ($N = 1/3\, N^0_{max}$), l'effet défavorable des forces d'inertie sur la capacité portante de la semelle est négligeable. Même un séisme très fort ($F_h = 0.50$) n'entraîne qu'une réduction faible de la capacité portante sur le trajet de chargement prescrit. Au contraire, dans le cas d'une force verticale élevée : $N = 2/3\, N^0_{max}$, l'effet des forces d'inertie sur la portance de la fondation est importante. Pour $F_h = 0.25$, la réduction de V et M ultimes est significative alors que la valeur $F_h = 0.50$ ne peut pas du tout être supportée par la fondation. Ce résultat se trouve en accord avec les observations sur site (Mendoza & Auvinet, 1988) et les conclusions théoriques pour les semelles filantes (Pecker & Salençon, 1991) ; une fondation mettant en évidence un facteur de sécurité $N^0_{max} / N > 2.5$ vis-à-vis des charges statiques, ne verra pas sa capacité portante affectée par les forces sismiques dans le sol. Si par contre $N^0_{max} / N < 2.0$, l'incidence d'un séisme modéré peut conduire à une rupture par perte de capacité portante.

- La partie de la surface ultime qui provient du mécanisme purement rotationnel (*cf.* Figure 2.59, mécanismes $Rotation\ A$ et $Rotation\ B$) correspond à des valeurs de h négatives, ce qui signifie que sa vraisemblance physique est limitée. Par conséquent, cette partie de la surface ultime peut être ignorée. Si l'on veut construire une surface ultime symétrique dans le plan $M - V$ (utile, lorsque l'on propose des expressions analytiques approximant les résultats), on peut

remplacer la partie $M > 0,\ V < 0$ (provenant du mécanisme rotationnel) par la symétrique de la partie $M > 0,\ V > 0$, qui correspond au mécanisme rotationnel avec cisaillement.



(a) (b)

Figure 2.59 – Trajet de chargement sismique dans le plan M – V ; a) $N = 1/3\ N^0_{\max}$ *, b)* $N = 2/3\ N^0_{\max}$

Adaptation de l'expression de l'Eurocode 8 pour les semelles circulaires

L'expression analytique de l'Eurocode 8, qui décrit le domaine de portance d'une semelle *filante* reposant sur la surface d'un sol *homogène* purement cohérent ou purement frottant, a été présentée au paragraphe §2.3.5. On rappelle que l'expression de l'Eurocode 8 est écrite :

$$\frac{\left(1-e\overline{F}_h\right)^{c_T}\left(\beta\overline{V}\right)^{c_T}}{\left(\overline{N}\right)^{a}\left[\left(1-m\overline{F}_h^{\,c_N}\right)^{c'_N}-\overline{N}\right]^{b}}+\frac{\left(1-f\overline{F}_h\right)^{c'_M}\left(\gamma\overline{M}\right)^{c_M}}{\left(\overline{N}\right)^{c}\left[\left(1-m\overline{F}_h^{\,c_N}\right)^{c'_N}-\overline{N}\right]^{d}}-1\leq 0 \tag{2.72}$$

soumise aux contraintes : $0 < \overline{N} < \left(1-m\overline{F}_h^{\,k}\right)^{k'}, |\overline{V}| \leq 1/(\pi+2)$. Les paramètres de chargement sont normalisés par rapport à la capacité portante statique de la fondation :

$$\overline{N} = \frac{N}{N^0_{\max}}, \overline{V} = \frac{V}{N^0_{\max}}, \overline{M} = \frac{M}{BN^0_{\max}}$$

L'expression (2.72) décrit la forme de la surface ultime dans l'espace des paramètres normalisés $\{\overline{N}, \overline{V}, \overline{M}\}$ et elle est symétrique dans le plan $M - V$. La valeur des paramètres numériques dans (2.72) est donnée dans le Tableau 2.1 (*cf.* p.58).

L'adaptation de l'expression (2.72) pour les semelles circulaires consiste à remplacer la valeur de la capacité portante des semelles filantes par celle des semelles circulaires :

$$N^0_{\max} = 6.06\pi r^2 C_0$$

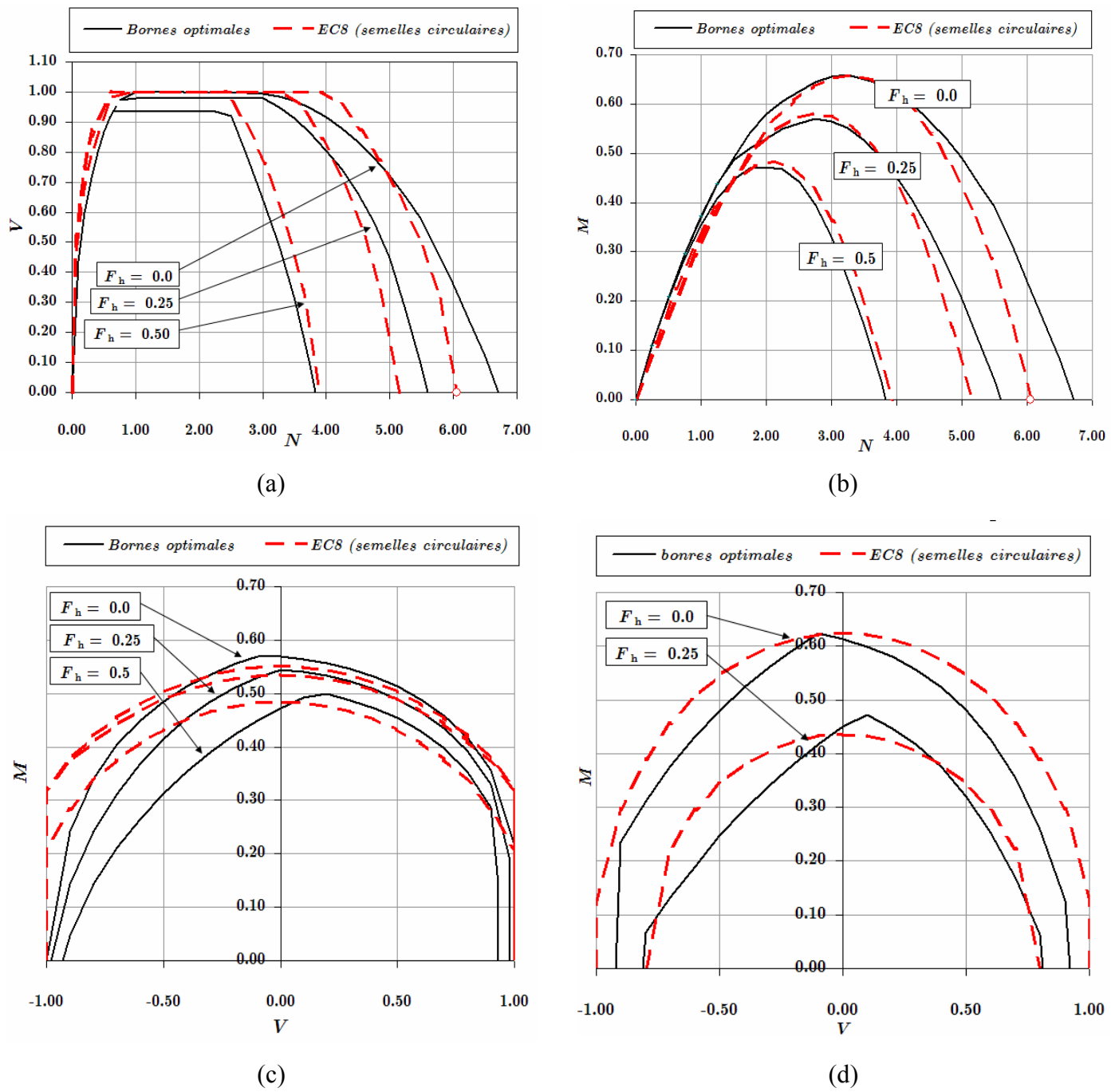


Figure 2.60- Comparaison de l'expression de l'Eurocode 8 adaptée pour les semelles circulaires avec les bornes supérieures établies. Sol homogène sans résistance à la traction ; a) Diagramme d'interaction V-N (M=0), b) M – N (V=0), c) M-V ($N = 1/3\, N^0_{max}$) et d) M-V ($N = 2/3\, N^0_{max}$).

Cette adaptation est basée sur la constatation que la forme de la surface ultime est préservée pour les semelles filantes et les semelles circulaires, comme il a été démontré par Bransby & Randolph (1998) ou Gouvernec & Randolph (2003). Dans un premier temps, cette adaptation est proposée pour les sols homogènes uniquement, puisque la forme de la surface ultime est modifiée en changeant la valeur du paramètre k. On note aussi que les forces d'inertie à utiliser dans (2.72) sont données par :

$$\overline{F_{\mathrm{h}}} = \pi F_{\mathrm{h}}$$

où F_{h} est obtenu par (2.69).

Les diagrammes de la Figure 2.60 présentent une comparaison entre les bornes supérieures optimales établies dans cette étude et les charges ultimes calculées par l'expression analytique de l'Eurocode 8 adaptée pour les semelles circulaires. Les diagrammes mettent en évidence que les deux familles des courbes sont en accord satisfaisant. Cependant, il y a des régions où l'expression de l'Eurocode viole les bornes supérieures optimales. Dans le plan $M - V$, l'expression de l'Eurocode approxime suffisamment bien la partie vraisemblable (hauteurs positives d'une superstructure à un degré de liberté) de la surface ultime.

Sols hétérogènes

Comme on l'a vu, l'expression analytique de l'Eurocode 8 concerne uniquement les sols homogènes et peut être appliquée tant pour les semelles filantes que pour les semelles circulaires, avec les modifications nécessaires, en préservant la forme de la surface ultime du système de la fondation dans l'espace des paramètres de chargement $\{N, V, M\}$. Concernant les sols hétérogènes, on a vérifié que la forme de la surface ultime varie en changeant la valeur du paramètre k. Néanmoins, en supposant que la forme de la surface ultime ne varie pas considérablement, notamment dans la partie de l'espace $\{N, V, M\}$, qui correspond à des chargements physiquement vraisemblables (c'est-à-dire, la partie $M > 0, V > 0$), on pourrait étendre l'applicabilité de l'expression de l'Eurocode 8 dans le cas d'un sol hétérogène.

Pour faire cette extension, il faut initialement introduire la valeur correcte pour la capacité portante statique de la fondation sur un sol hétérogène. Ces valeurs peuvent être trouvées dans Salençon & Matar (1982) (*cf.* Annexe 2.V), qui donnent la valeur exacte de $N_{\max}^{0}$, pour les semelles filantes et circulaires sur des sols cohérents hétérogènes.

Pour les sols hétérogènes, il faut, de plus, corriger l'effet des forces d'inertie F_{h} ; l'examen des diagrammes des résultats met en évidence que la présence d'un gradient de cohésion G, outre l'augmentation immédiate de $N_{\max}^{0}$, entraîne aussi une réduction de l'effet défavorable des forces d'inertie dans le volume du sol. La correction proposée consiste à lier le système avec gradient de cohésion G, qui est sollicité par des forces d'inertie F_{h} à un nouveau système sans gradient de cohésion, qui est sollicité par des forces d'inertie F_{h}' de valeur *réduite*. La considération d'un nouveau système sans gradient de cohésion permet l'utilisation de l'expression (2.72), qui a été créé pour des sols homogènes. La réduction de F_{h} est contrôlée par la valeur du degré d'hétérogénéité k ; plus k est grand, plus les forces d'inertie réduites F_{h}' sont diminuées. La correction proposée est la suivante :

(2.73) $$\overline{F_{\mathrm{h}}'} = \frac{N_{\max}^{0,0}}{N_{\max}^{0,k}} \overline{F_{\mathrm{h}}}$$

Dans (2.73), $N_{\max}^{0,0}$ est la capacité portante statique du sol homogène ($k = 0 \rightarrow G = 0$) et $N_{\max}^{0,k}$, la capacité portante statique du sol hétérogène ($k \neq 0 \rightarrow G \neq 0$). $\overline{F_{\mathrm{h}}}$ est calculé selon l'expression :

- $\overline{F_{\mathrm{h}}} = \dfrac{\rho a_{\mathrm{h}} B}{C_0}$, pour les semelles filantes (largeur B).

- $\overline{F_{\mathrm{h}}} = \dfrac{\rho a_{\mathrm{h}} r}{C_0}$, pour les semelles circulaires.

et :

- $N_{\max}^{0,0} = (\pi + 2)BC_0$, pour les semelles filantes
- $N_{\max}^{0,0} = 6.06\pi r^2 C_0$, pour les semelles circulaires.

Ainsi, la procédure à suivre pour utiliser l'expression (2.72) dans le cas des sols hétérogènes comporte les étapes suivantes :

1. Déterminer la capacité portante statique de la fondation $N_{\max}^{0,k}$, donnée par Salençon & Matar (1982).

2. Pour un séisme donné, calculer la valeur des forces d'inertie $\overline{F_{\mathrm{h}}}$.

3. Corriger la valeur de $\overline{F_{\mathrm{h}}}$ en utilisant la relation (2.73).

4. Normaliser les paramètres de chargement N, V, M selon le schéma :

(2.74) $$\overline{N} = \frac{N}{N_{\max}^{0,k}},\ \overline{V} = \frac{V}{N_{\max}^{0,0}},\ \overline{M} = \frac{M}{BN_{\max}^{0,k}} \text{ ou } \overline{M} = \frac{M}{2rN_{\max}^{0,k}}$$

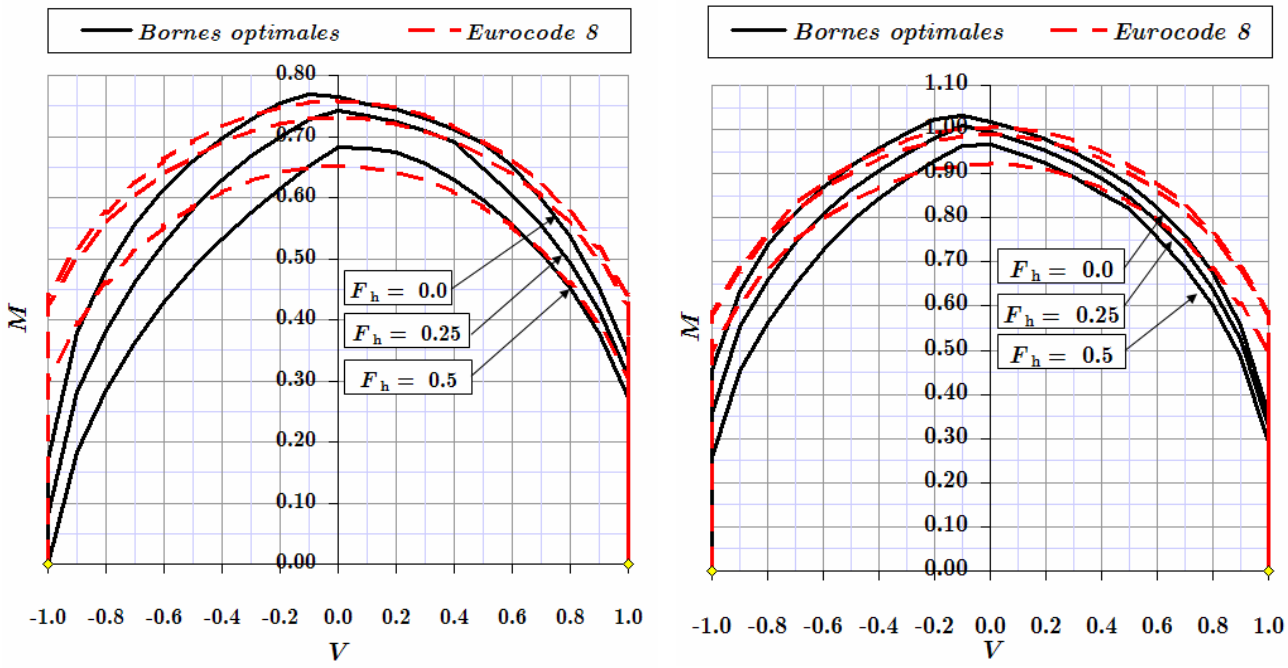
Il faut noter que dans (2.74) les paramètres N et M sont normalisés par rapport à $N_{\max}^{0,k}$, alors que V est normalisé par rapport à $N_{\max}^{0,0}$. Cela est dû au fait que la présence d'un gradient de cohésion G n'a aucun effet sur la résistance du système vis-à-vis d'une force horizontale ; le mécanisme de glissement est contrôlé uniquement par la valeur de la cohésion du sol à la surface C_0.

5. Avec les valeurs $\overline{N}, \overline{V}, \overline{M}, \overline{F'}_{\mathrm{h}}$ calculées dans les étapes 1-4, utiliser l'expression (2.72) pour évaluer la capacité portante du système.

La Figure 2.61 présente les diagrammes d'interaction $M - V$ pour $N = 1/3\ N_{\max}^{0,k}$ et pour $k = 1$ et $k = 3$. Il s'agit d'un sol sans résistance à la traction. Les bornes supérieures optimales sont comparées avec l'expression de l'Eurocode 8 modifiée pour les sols hétérogènes pour trois valeurs de F_{h} (calculées selon (2.69)). Les deux familles de courbes mettent en évidence un accord satisfaisant du point de vue pratique, notamment pour $M > 0,\ V > 0$. Le Tableau 2.8 récapitule la définition des quantités pertinentes pour l'utilisation de l'équation (2.72) dans les cas de semelles filantes ou de semelles circulaires sur des sols cohérents homogènes ou hétérogènes.

On rappelle finalement les conditions de validité de l'équation de l'Eurocode 8 concernant l'hypothèse de forces d'inertie uniformes dans l'espace :

- La limite sur la grandeur de $\overline{F_{\mathrm{h}}}$ est modifiée pour les semelles circulaires en considérant : $F_{\mathrm{h}} < 0.66 \Rightarrow \overline{F_{\mathrm{h}}} < 0.66\pi \Rightarrow \overline{F_{\mathrm{h}}} < 2.1$, qui est presque identique à celle pour les semelles filantes.
- Concernant la taille du mécanisme de rupture on peut adopter la même borne que pour les semelles filantes : $h/H < 0.1$, où h désigne la profondeur du mécanisme de rupture et H la profondeur de la couche du sol. On note que cette borne est déjà assez conservative.



(a) (b)

Figure 2.61 – Bornes supérieures optimales et expression analytique (Eurocode 8) pour des sols hétérogènes. Semelle circulaire sur sol purement cohérent sans résistance à la traction. Diagramme d'interaction $\boldsymbol{M} - \boldsymbol{V}$ *pour* ($N = 1/3\, N^0_{\max}$) *; a) k = 1, b) k = 3.*

Tableau 2.8 – Utilisation de l'équation analytique de l'Eurocode 8 : semelles filantes ou circulaires sur sols cohérents homogènes ou hétérogènes.

	SOL COHÉRENT HOMOGÈNE $(C_0, k = 0)$		SOL COHÉRENT HÉTÉROGÈNE (C_0, k)	
PARAMETRE	**SEMELLES FILANTES**	**SEMELLES CIRCULAIRES**	**SEMELLES FILANTES**	**SEMELLES CIRCULAIRES**
$N^{0,0}_{\max}$	$(\pi+2)C_0B$	$6.05C_0\pi r^2$	$(\pi+2)C_0B$	$6.05C_0\pi r^2$
$N^{0,k}_{\max}$	-	-	***cf.* Salençon & Matar (1982)**	
$\overline{N}$	$N_{\mathrm{Ed}} / N^{0,0}_{\max}$	$N_{\mathrm{Ed}} / N^{0,0}_{\max}$	$N_{\mathrm{Ed}} / N^{0,k}_{\max}$	$N_{\mathrm{Ed}} / N^{0,k}_{\max}$
$\overline{V}$	$V_{\mathrm{Ed}} / N^{0,0}_{\max}$	$V_{\mathrm{Ed}} / N^{0,0}_{\max}$	$V_{\mathrm{Ed}} / N^{0,0}_{\max}$	$V_{\mathrm{Ed}} / N^{0,0}_{\max}$
$\overline{M}$	$\dfrac{M_{\mathrm{Ed}}}{BN^{0,0}_{\max}}$	$\dfrac{M_{\mathrm{Ed}}}{2rN^{0,0}_{\max}}$	$\dfrac{M_{\mathrm{Ed}}}{BN^{0,k}_{\max}}$	$\dfrac{M_{\mathrm{Ed}}}{2rN^{0,k}_{\max}}$
$\overline{F_{\mathrm{h}}}$	$\dfrac{\rho a_{\mathrm{h}} B}{C_0}$	$\dfrac{\rho a_{\mathrm{h}} r}{C_0}$	$\left(\dfrac{N^{0,0}_{\max}}{N^{0,k}_{\max}}\right)\dfrac{\rho a_{\mathrm{h}} B}{C_0}$	$\left(\dfrac{N^{0,0}_{\max}}{N^{0,k}_{\max}}\right)\dfrac{\rho a_{\mathrm{h}} r}{C_0}$
CONTRAINTES				
$\overline{N}$	$0 < \overline{N} \leq \left(1 - m\overline{F_{\mathrm{h}}}^{c_N}\right)^{c'_N}$			
$\overline{V}$	$\lvert\overline{V}\rvert \leq \dfrac{1}{\pi+2}$	$\lvert\overline{V}\rvert \leq \dfrac{1}{6.05}$	$\lvert\overline{V}\rvert \leq \dfrac{1}{\pi+2}$	$\lvert\overline{V}\rvert \leq \dfrac{1}{6.05}$

2.6 Coefficients de sécurité

2.6.1 Généralités

Dans ce paragraphe, on présente la méthodologie à suivre afin d'introduire les coefficients partiels de sécurité dans la formulation de la capacité portante sismique des fondations superficielles. Le sujet a été traité par Pecker (2000) pour la mise en œuvre de la détermination de la capacité portante des semelles filantes dans le cadre de l'Eurocode 8.

Le cadre général de la définition et de l'introduction des coefficients partiels de sécurité est décrit dans la norme européenne Eurocode 1 : «Basis Design». Le concept est basé sur l'inégalité fondamentale entre les actions et les capacités de résistance admises pour la conception :

(2.75) $$E_{\mathrm{d}} \leq R_{\mathrm{d}}$$

Dans (2.75), on définit les actions de dimensionnement E_{d} en introduisant le coefficient partiel de chargement γ_f :

(2.76) $$E_{\mathrm{d}} = E(\gamma_f F_k) = E(F_{\mathrm{sd}})$$

où

- γ_f : coefficient partiel de chargement
- F_k : valeur caractéristique de l'action
- F_{sd} : valeur de dimensionnement de l'action

De même, la capacité de résistance s'exprime par :

(2.77) $$R_{\mathrm{d}} = \frac{1}{\gamma_{\mathrm{Rd}}} R\left(\frac{X_k}{\gamma_{\mathrm{m}}}\right)$$

Dans (2.77), on définit les quantités suivantes :

- γ_{Rd} : coefficient partiel de modèle. Ce coefficient reflète l'incertitude introduite par le choix d'une méthode de calcul de la résistance.
- γ_{m} : coefficient partiel du matériau. Ce coefficient se réfère à l'incertitude concernant la détermination des valeurs des paramètres de résistance.
- X_k : valeur caractéristique des paramètres de résistance.

2.6.2 Application à la formulation de la capacité portante sismique

2.6.2.1 Introduction du coefficient partiel de chargement

Comme indiqué précédemment, le chargement du système sol – fondation est décrit par le vecteur des paramètres de chargement :

$$\underline{Q}_k = (N_k, V_k, M_k, F_{\mathrm{h}k})$$

où l'indice k désigne les valeurs caractéristiques des actions N, V, M, F_{h}. Pour tout paramètre de chargement, on peut introduire un coefficient partiel de chargement distinct et définir le vecteur de chargement de dimensionnement :

(2.78) $$\underline{Q}_{\mathrm{sd}} = \left(\gamma_N N_k,\ \gamma_V V_k,\ \gamma_M M_k,\ \gamma_{F_{\mathrm{h}}} F_{\mathrm{h}\,k}\right)$$

Dans (2.78) les coefficients partiels de chargement γ_N, γ_V, γ_M, $\gamma_{F_{\mathrm{h}}}$ se réfèrent aux paramètres de chargement N, V, M, F_{h} respectivement. Les valeurs des coefficients partiels de chargement sont déterminées principalement en prenant en compte :

a. L'incertitude concernant la définition de la valeur caractéristique des paramètres de chargement $N_k, V_k, M_k, F_{\mathrm{h}\,k}$.

b. Le fait que l'action des paramètres de chargement peut être favorable ou défavorable relativement au mécanisme virtuel utilisé pour l'évaluation de la capacité portante. Si l'action d'un certain paramètre de chargement est défavorable, le coefficient partiel de chargement correspondant doit être plus grand que 1.00. Dans le cas d'action favorable, le coefficient de chargement doit être pris plus petit que 1.00 :

Action favorable : $\gamma_f < 1$

Action défavorable : $\gamma_f > 1$

Pour établir l'effet favorable ou défavorable d'un paramètre de chargement, on se réfère directement à la formulation de l'approche cinématique du calcul à la rupture, au moyen de laquelle, on a établi la surface ultime de notre système. Comme présenté par Salençon (1994), en introduisant l'équation fondamentale de l'approche cinématique :

$$\mathcal{P}_{(\mathrm{e})}\left(\underline{Q}, \underline{\hat{U}}\right) \leq \mathcal{P}_{\mathrm{rm}}\left(\underline{\hat{U}}\right)$$

et en écrivant explicitement le terme de la puissance des efforts extérieurs :

(2.79) $$\gamma_{f1} Q_{k1} \dot{\hat{q}}_1\left(\underline{\hat{U}}\right) + \gamma_{f2} Q_{k2} \dot{\hat{q}}_2\left(\underline{\hat{U}}\right) + \ldots + \gamma_{f,n} Q_{k,n} \dot{\hat{q}}_n\left(\underline{\hat{U}}\right) \leq \mathcal{P}_{\mathrm{rm}}\left(\underline{\hat{U}}\right)$$

on peut déterminer si l'effet d'un paramètre de chargement spécifique $Q_{k,i}$ est favorable ou défavorable à l'aide du signe de la contribution $\gamma_{f,i} Q_{k,i}\, \dot{\hat{q}}_i$ du paramètre dans la puissance des efforts extérieurs :

- si le signe de $\gamma_{f,i} Q_{k,i}\, \dot{\hat{q}}_i$ dans (2.79) est ***positif***, l'effet de $Q_{k,i}$ est ***défavorable*** et l'on doit prendre la valeur maximale de $\gamma_{f,i}$: $\gamma_{f,i} > 1$.

- si le signe de $\gamma_{f,i} Q_{k,i}\, \dot{\hat{q}}_i$ dans (2.79) est ***négatif***, l'effet de $Q_{k,i}$ est ***favorable*** et l'on doit prendre la valeur minimale de $\gamma_{f,i}$: $\gamma_{f,i} < 1$.

Il est important de noter que le caractère favorable ou défavorable d'un paramètre n'est pas une caractéristique intrinsèque mais dépend du mécanisme virtuel utilisé dans (2.79).

Une fois la surface ultime établie, le caractère favorable ou défavorable d'un paramètre de chargement, suivant un trajet de chargement spécifique, est déterminé au moyen du vecteur unitaire normal $\underline{n}$ au point où ce trajet de chargement atteint la surface ultime. Dans le contexte de l'approche cinématique du calcul à la rupture, la direction de $\underline{n}$ coïncide avec la direction du vecteur $\underline{\dot{q}}\left(\underline{\hat{U}}\right)$, où $\underline{\hat{U}}$ est le champ de vitesse virtuel qui correspond au point de la surface ultime

considéré. Le signe de chaque terme dans le produit scalaire $\underline{Q} \cdot \underline{n}$ indique le caractère favorable ou défavorable des éléments du vecteur $\underline{Q}$.

À titre d'exemple, la Figure 2.62 met en évidence le caractère défavorable du moment et de la force horizontale pour un chargement radial dans le plan VM.

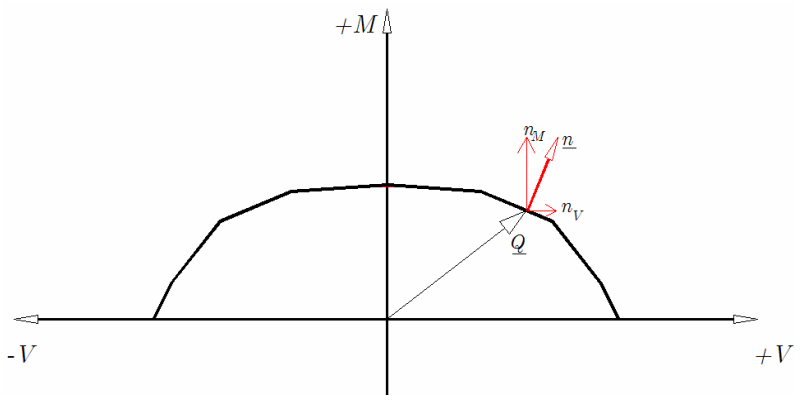


Figure 2.62 – Effet défavorable de la force horizontale V et du moment M pour un chargement radial dans le plan VM

De la même façon, on peut reconnaître le caractère favorable de la force verticale N pour un trajet de chargement dans le plan NM, lorsque N prend des valeurs faibles: cela apparaît sur la Figure 2.63.

2.6.2.2 Introduction du coefficient partiel du matériau γ_{m}

On a uniquement étudié la capacité portante sismique des fondations superficielles sur des sols purement cohérents en introduisant deux paramètres de résistance : la cohésion à la surface du sol C_0 et le gradient vertical de cohésion G. Les résultats de la section précédente ont révélé l'influence du gradient vertical de cohésion sur la forme de la surface ultime au moyen de la quantité normalisée : $k = rG / C_0$. Le même effet a été étudié par Gouvernec & Randolph (2003). Dans le cas où un coefficient partiel du matériau unique est introduit pour la cohésion à la surface C_0 et pour le gradient vertical de cohésion G, la quantité k reste invariante ainsi que la forme de la surface ultime. L'introduction du coefficient partiel du matériau γ_{m} conduit à une réduction homogène de la surface ultime comme présenté sur la Figure 2.64, c'est-à-dire, d'un point de vue géométrique, à une homothétie par rapport à l'origine.

2.6.2.3 Introduction du coefficient partiel du modèle γ_{Rd}

L'application de l'approche cinématique du calcul à la rupture conduit à l'établissement de bornes supérieures des chargements extrêmes. Ainsi le coefficient partiel du modèle γ_{Rd} prend un sens physique immédiat : il désigne la marge entre les bornes supérieures établies et les valeurs exactes de chargements extrêmes. Dans l'analyse suivante, on suit les arguments présentés par Salençon (1994).

En combinant les équations (2.75) - (2.77) on obtient :

(2.80) $$E_{\mathrm{d}} \leq R_{\mathrm{d}} \Rightarrow \gamma_{\mathrm{Rd}} E_{\mathrm{d}} \leq R$$

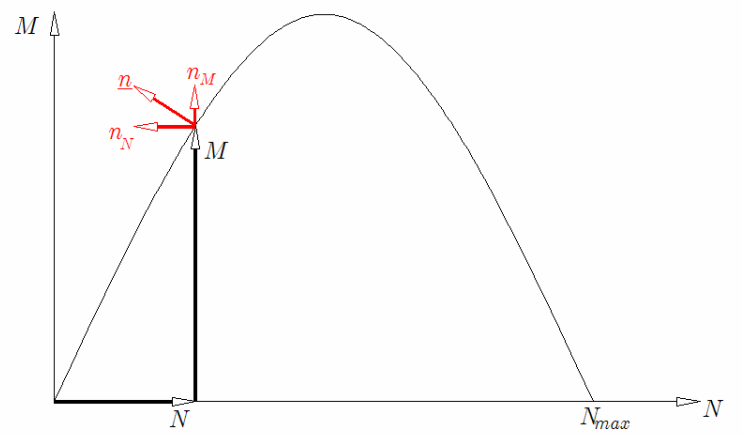


Figure 2.63 – Effet favorable pour faibles valeurs de la force verticale N

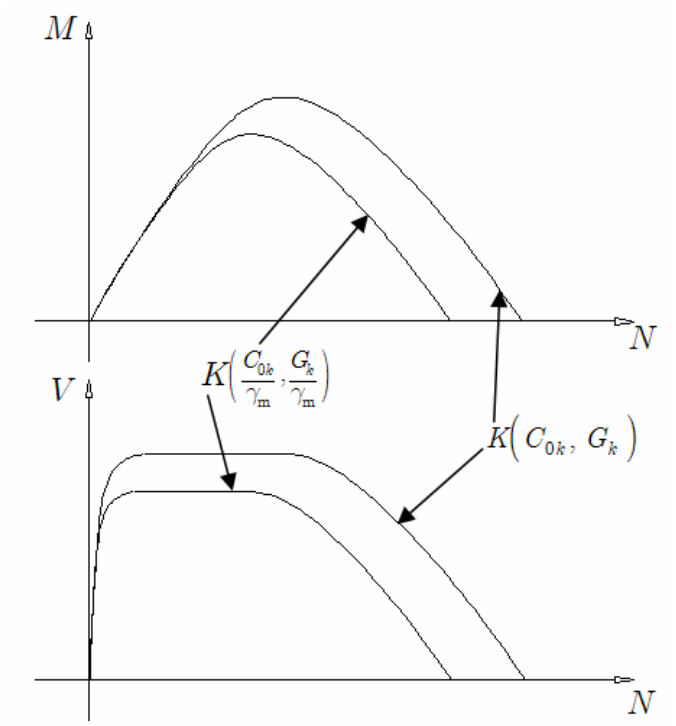


Figure 2.64 – Réduction homothétique de la surface ultime par l'introduction du coefficient partiel unique pour le matériau

L'inégalité (2.80) est comparée avec l'inégalité fondamentale de l'approche cinématique du calcul à la rupture :

(2.81) $$\forall \hat{\underline{U}} \text{ cinématiquement admissible}$$
$$\mathcal{P}_{(\mathrm{e})}\left(\hat{\underline{U}}\right) \leq \mathcal{P}_{\mathrm{rm}}\left(\hat{\underline{U}}\right)$$

où $\mathcal{P}_{(\mathrm{e})}\left(\hat{\underline{U}}\right)$ désigne la puissance des efforts extérieurs dans un champ de vitesse virtuel $\hat{\underline{U}}$ cinématiquement admissible et $\mathcal{P}_{\mathrm{rm}}\left(\hat{\underline{U}}\right)$ la puissance résistante maximale du système. Pour une détermination exacte du domaine K, la considération de ***tous*** les champs de vitesse virtuels

cinématiquement admissibles est exigée, ce qui est pratiquement impossible. Par conséquent, on se restreint à un nombre fini de champs de vitesse virtuelle et une approximation par excès du domaine K est ainsi obtenue. L'erreur par excès dans l'approximation du domaine K (due au nombre limité de champs de vitesse virtuelle considérés) peut être directement interprétée comme l'incertitude sur la solution exacte du problème induite par le modèle du calcul et être compensée par l'introduction d'un coefficient partiel Γ_{s} comme proposé par Salençon (1994) :

(2.82) $$\Gamma_{\mathrm{s}} \mathcal{P}_{\langle \mathrm{e} \rangle}\left(\hat{\underline{U}}\right) \leq \mathcal{P}_{\mathrm{rm}}\left(\hat{\underline{U}}\right)$$

L'équivalence entre (2.80) et (2.82) est soulignée par Pecker (2000) :

- $\mathcal{P}_{\langle \mathrm{e} \rangle}\left(\hat{\underline{U}}\right)$ se réfère uniquement aux efforts extérieurs et est équivalente à E_{d}
- $\mathcal{P}_{\mathrm{rm}}\left(\hat{\underline{U}}\right)$ est calculée au moyen des paramètres de résistance et correspond à R.
- Γ_{s} peut être considéré comme le coefficient partiel du modèle γ_{Rd} selon (2.80).

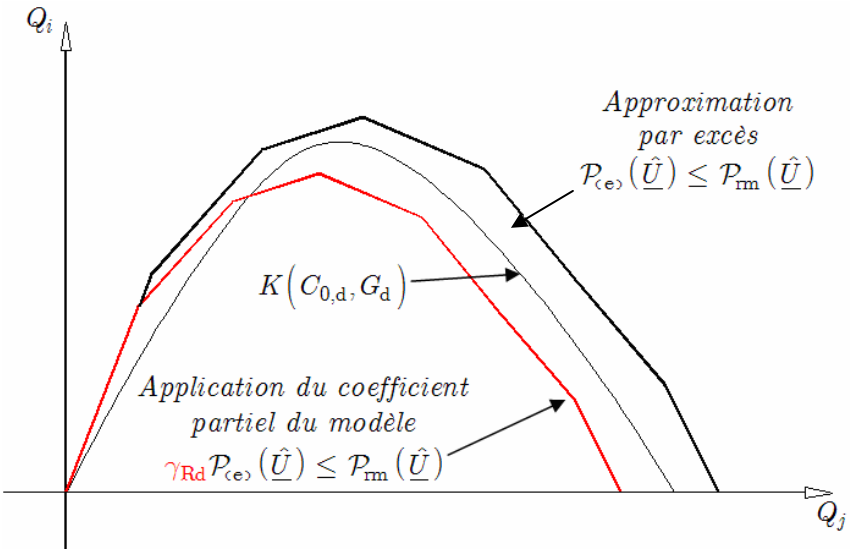


Figure 2.65 – Introduction du coefficient partiel du modèle γ_{Rd}.

L'introduction du coefficient partiel du modèle dans la formulation de la capacité portante est présentée sur la Figure 2.65. Puisque le domaine des chargements extrêmes est approché par excès, le coefficient γ_{Rd} doit toujours satisfaire :

(2.83) $$\gamma_{\mathrm{Rd}} > 1$$

Comme indiqué par Pecker (2000), le coefficient partiel du modèle est appliqué uniformément sur tous les paramètres de chargement à travers l'expression de la puissance des efforts extérieurs, qui est une fonction linéaire des paramètres de chargement. Par conséquent, son introduction conduit à une réduction homogène de la surface ultime, comme présenté sur la Figure 2.65.

2.6.3 Résumé

La prise en compte des coefficients partiels de sécurité dans la formulation de la capacité portante sismique des fondations superficielles est résumée ci après :

1. Les valeurs caractéristiques des paramètres de résistance C_{0k}, G_k étant déterminées, on calcule les valeurs de dimensionnement $C_{0\mathrm{d}}, G_\mathrm{d}$ en appliquant le coefficient partiel du matériau γ_m.

2. Le domaine de chargements extrêmes est déterminé par excès à l'aide de l'approche cinématique du calcul à la rupture. Les valeurs $C_{0\mathrm{d}}, G_\mathrm{d}$ sont utilisées dans le calcul.

3. Les valeurs caractéristiques des paramètres de chargement $\underline{Q}_k = \left(N_k, V_k, M_k, F_{\mathrm{h}k}\right)$ sont déterminées et les coefficient partiels de chargement leur sont appliqués selon §2.5.2.1, fournissant les valeurs de dimensionnement :

$$\underline{Q}_\mathrm{sd} = \left(\gamma_N N_k,\ \gamma_V V_k,\ \gamma_M M_k,\ \gamma_{F_\mathrm{h}} F_{\mathrm{h}k}\right)$$

4. Le coefficient partiel du modèle γ_Rd est appliqué uniformément aux efforts F_sd et la stabilité est vérifiée par la formule :

$$f\left[\gamma_\mathrm{Rd}\left(\underline{Q}_\mathrm{sd}\right), R\left(C_{0\mathrm{d}}, G_\mathrm{d}\right)\right] \leq 0$$

où l'équation $f(E,R) = 0$ est l'équation de la surface ultime du système. Cette équation exprime l'équation fondamentale de dimensionnement (2.75) pour la formulation de la capacité portante sismique de l'Eurocode 8 où, au lieu d'une expression classique de la charge verticale maximale de type « Terzaghi » (*cf.* Équation (2.4)), on a une expression de type « fonction de charge » comme en plasticité.

2.7 Outil numérique pour le traitement du problème

2.7.1 Généralités

Comme on l'a vu, pour l'évaluation de la capacité portante sismique des fondations superficielles, un nombre de champs de vitesse virtuels ont été examiné et une procédure d'optimisation a permis la sélection de la borne supérieure optimale pour les combinaisons ultimes des charges sur la semelle ainsi que la détermination du mécanisme de rupture virtuel optimal. Les résultats ont été présentés dans la section §2.5.5 sous formes de diagrammes d'interaction entre deux paramètres de chargement particuliers. Ces diagrammes peuvent être utilisés, dans un premier temps, dans la conception parasismique des fondations superficielles par le praticien.

En parallèle, un outil de calcul a été créé dans l'environnement de la plateforme de calcul scientifique MATLAB ©, sous la forme d'une interface graphique. Cet outil comporte toutes les routines développées pour l'optimisation des mécanismes virtuels de rupture considérés et offre plusieurs options pour l'étude de fondations superficielles. Les guides suivantes sont destinées à expliquer la structure et les potentialités de l'outil de calcul développé.

2.7.2 Installation

L'outil informatique « BearingCapacity » peut être utilisée comme une fonction sous l'environnement de la plateforme scientifique MATLAB ©. L'outil est lancé en tapant:

```
>>   BearingCapacity
```

dans la fenêtre des commandes (Command Window) de MATLAB. Une interface graphique apparaît sur l'écran de l'utilisateur, comme celle présentée sur la Figure 2.66. Cette interface est destinée à faciliter la définition des données du problème en question. L'utilisateur peut définir la géométrie de la fondation, les critères de résistance du sol et de l'interface sol-interface, le type de la superstructure et du problème en question et finalement, les valeurs connues des paramètres de chargement de la configuration examinée. Ces possibilités sont expliquées ci dessous.

2.7.3 Définition de la géométrie

L'utilisateur définit d'abord la géométrie de la fondation examinée. Deux cas sont inclus : la semelle rectangulaire et la semelle circulaire. En choisissant « Rectangular footing », l'utilisateur doit définir les deux dimensions de la semelle B et L (*cf.* Figure 2.67a). On note que B désigne toujours la petite dimension de la semelle et L la grande dimension de la semelle. En choisissant « Circular footing », l'utilisateur est invité à définir le diamètre D de la semelle (*cf.* Figure 2.67b). Les unités de toutes les quantités de longueur sont en [m]. On note que la semelle est fondée à la surface du sol. La considération d'une profondeur d'encastrement n'est pas incluse, pour le moment, dans les potentialités de l'outil.

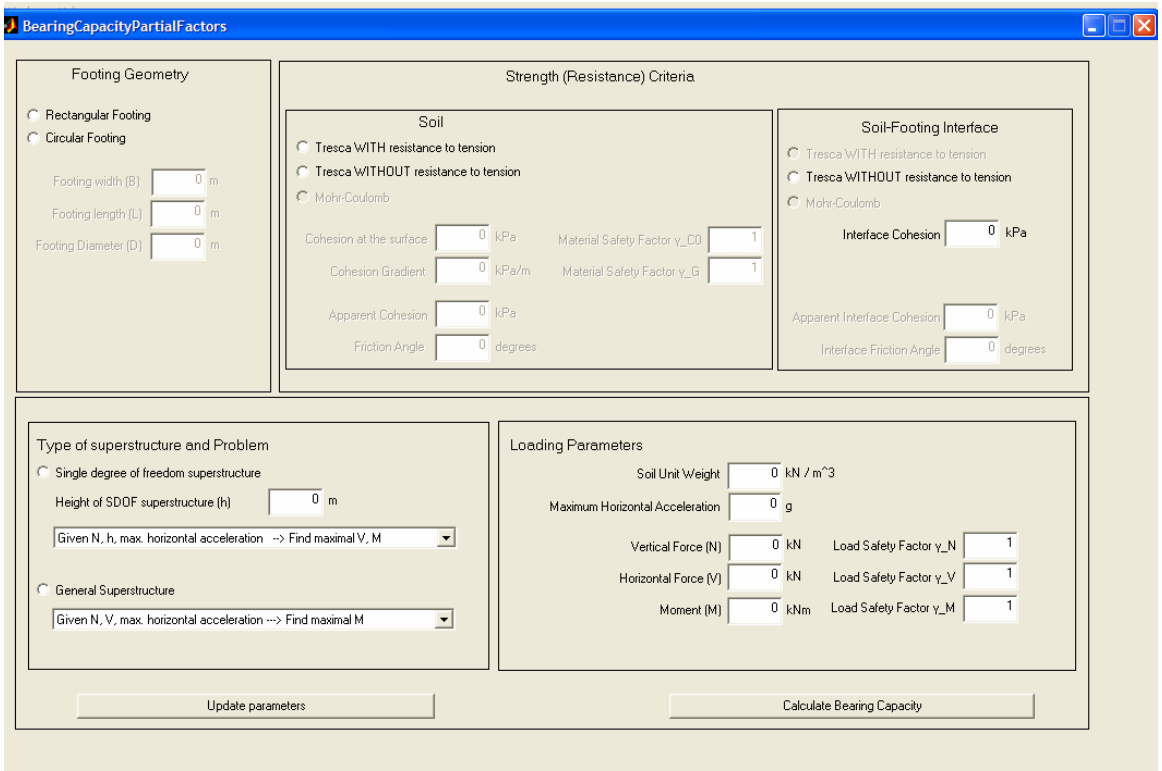


Figure 2.66. Outil informatique « BearingCapacity ». Interface graphique pour la définition des données.

(a) (b)

Figure 2.67. Définition de la géométrie de la fondation examinée ; a) semelle rectangulaire, b) semelle circulaire

2.7.4 Définition du critère de résistance du sol et de l'interface sol-semelle

La prochaine étape est la définition du critère de résistance du sol de fondation et de l'interface sol-semelle. En ce qui concerne le critère du sol, l'utilisateur peut choisir parmi les choix : « Tresca material with resistance to tension », « Tresca material without resistance to tension » et « Mohr-Coulomb ». Après la sélection des deux premiers choix, l'utilisateur doit donner les valeurs de la cohésion du sol à la surface C_0 (en [kN/m^2]) et du gradient vertical de cohésion G (en [kN/m^3]), ainsi que la valeur des coefficients de sécurité partiels du matériau γ_{m,C_0} et $\gamma_{m,G}$. Ces deux facteurs peuvent prendre des valeurs différentes. Le troisième choix d'un sol obéissant au critère de résistance « Mohr-Coulomb » n'est pas encore activé dans l'outil.

L'utilisateur définit aussi le critère de résistance de l'interface sol-semelle. Un seul choix est disponible pour le moment ; une interface de type Tresca sans résistance à la traction, qui met en évidence une cohésion égale à la cohésion du sol à la surface C_0.

La Figure 2.68 présente les zones de l'interface graphique pour la définition des critères de résistance du sol et de l'interface sol-semelle.

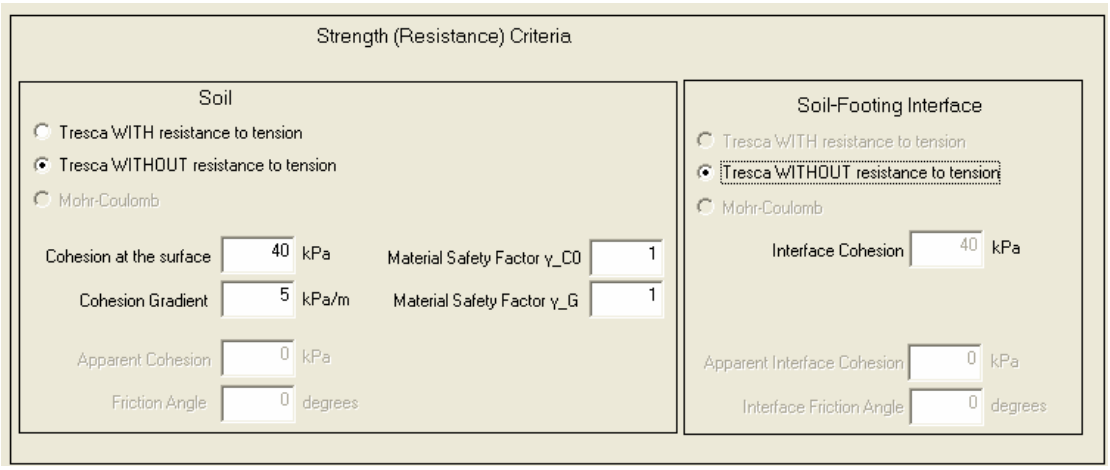


Figure 2.68. Définition des critères de résistance du sol et de l'interface sol-semelle.

2.7.5 Type de superstructure et de problème

L'étape suivante consiste à déterminer le type de la superstructure ainsi que le problème à résoudre. L'utilisateur choisit entre deux types de superstructure :

a. Une superstructure à un degré de liberté ; «Single degree of freedom superstructure».
b. Une superstructure générale ; «General superstructure».

Dans le cas d'une superstructure à un degré de liberté de hauteur h connue, le moment, qui est exercé sur la semelle, peut être directement déterminé par la relation $M = Vh$. Lorsqu'une telle relation peut être établie même pour une superstructure à plusieurs degrés de liberté, l'utilisateur peut choisir «Single degree of freedom superstructure» et définir la hauteur h de la superstructure à un degré de liberté correspondante. Si l'utilisateur choisit «General superstructure», le moment M et la force horizontale V sont définies séparément. Ensuite, l'utilisateur choisit le type de problème. Les possibilités suivantes sont disponibles :

a. «Single degree of freedom superstructure» :

i. « Given N, h, max. horizontal acceleration → Find V, M ». Dans ce cas, la force verticale N, la hauteur de la superstructure h et l'accélération horizontale sismique maximale $a_{\mathrm{h,max}}$, sont connues et le couple V, M $(=Vh)$ est recherché. L'utilisateur introduit la valeur du poids volumique du sol γ (en [kN/m^3]), de l'accélération horizontale maximale $a_{\mathrm{h,max}}$ (en [g]) et de la force verticale totale sur la semelle N (en [kN]). Finalement, il détermine le coefficient de sécurité partiel de charge (pour la force verticale N) $\gamma_{f,N}$.

ii. «Given N, V, h, max. horizontal acceleration → Find the Safety Factor». Dans ce cas, tous les paramètres de chargement ainsi que les coefficients de sécurité de charge sont définis par l'utilisateur. L'algorithme implémenté détermine le coefficient de sécurité vis-à-vis d'une rupture par perte de capacité portante. Pour une définition du facteur de sécurité dans le cadre de cette étude, voir la note à la fin de ce paragraphe.

b. «General superstructure»:

i. « Given N, V, max. horizontal acceleration → Find M». Le problème est similaire au problème (a.i) mais maintenant l'utilisateur définit la force horizontale V (en place de la hauteur h) et obtient comme résultat la valeur ultime du moment M (en [kNm]).

ii. «Given N, V, M → Find max. horizontal acceleration». Dans ce cas, le chargement sur la semelle est connu (par exemple, comme résultat de la capacité ultime de la *superstructure*) et ce qui est cherché c'est le séisme qui entraînera rupture par perte de capacité portante. Ce séisme « ultime » est déterminé au moyen de l'accélération horizontale maximale dans le volume du sol. L'utilisateur définit les valeurs de N, V, M sur la semelle et les coefficient de sécurité partiels correspondants et il obtient la valeur ultime de $a_{\mathrm{h,max}}$ (en [g]).

iii. «Given N, V, M, max. horizontal acceleration → Find the Safety Factor». Ce problème est similaire au problème (a.ii). L'utilisateur définit séparément la force horizontale V et le moment M sur la semelle.

La Figure 2.69 présente la zone de l'interface graphique destinée à la définition du type de la superstructure et du problème et à l'introduction des données nécessaires pour le problème.

Dès que l'introduction des données nécessaires est finie, l'utilisateur doit actualiser les valeurs des paramètres qui sont stockées dans la mémoire du système en appuyant sur le bouton «Update parameters». Il est essentiel qu'il fasse toujours cette action, avant de procéder au lancement de l'algorithme de résolution. Après avoir actualisé les paramètres du problème, l'utilisateur peut lancer la procédure de résolution en s'appuyant sur le bouton «Calculate Bearing Capacity».

2.7.6 Procédure de calcul

La procédure de calcul consiste à examiner un nombre des mécanismes virtuels de rupture (différents pour chaque type de problème) et à déterminer celui qui fournit la borne supérieure minimale pour la combinaison ultime des paramètres de chargement du problème. Les mécanismes sont regroupés dans des classes de mécanismes. Dans chaque classe des mécanismes, un problème d'optimisation est résolu. C'est un problème de minimisation d'une fonction objectif non-linéaire dont les variables indépendantes sont bornées. Le problème est résolu au moyen de la fonction « `fmincon` » de MATLAB ® avec une approche de type «interior trust region» (cf. Coleman & Li, 1996).

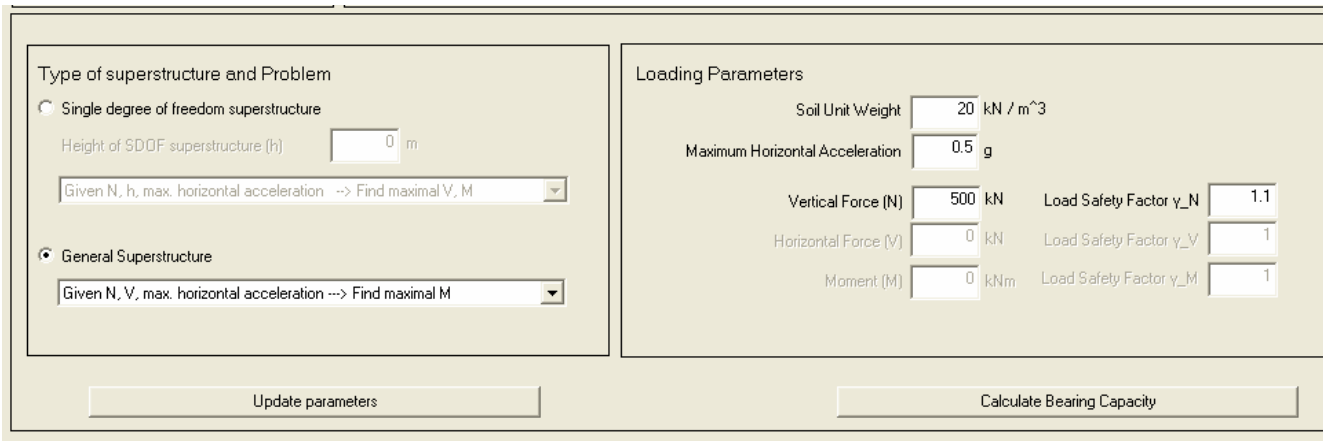


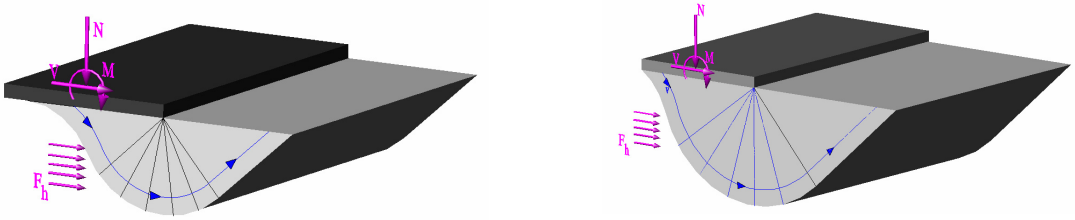
Figure 2.69. Définition du type de superstructure et de problème. Introduction des valeurs nécessaires pour la résolution du problème.

Les mécanismes examinés pour chaque type de problème sont les suivants :

A. Semelles rectangulaires – Superstructure 1-DDL :

I. Le mécanisme bidimensionnel rotationnel avec cisaillement avec décollement entre la semelle et le sol. Les deux facettes aux extrémités de la semelle sont prises en compte dans l'évaluation de la puissance résistante maximale (*cf.* Figure 2.70a).

II. Le mécanisme bidimensionnel rotationnel avec cisaillement sans décollement entre la semelle et le sol (*cf.* Figure 2.70b).



(a) (b)

Figure 2.70. Mécanisme rotationnel avec cisaillement pour les semelles rectangulaires ; a) avec décollement, b) sans décollement

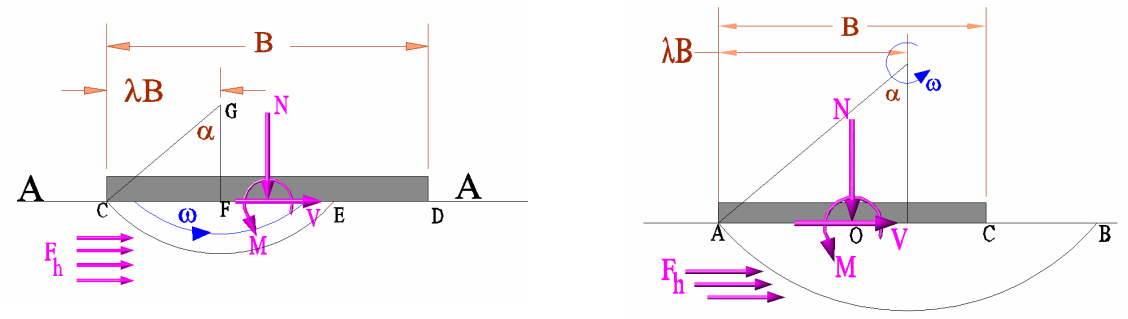
B. Semelles rectangulaires – Superstructure générale :

I. Le mécanisme bidimensionnel rotationnel avec cisaillement avec décollement entre la semelle et le sol.

II. Le mécanisme bidimensionnel rotationnel avec cisaillement sans décollement entre la semelle et le sol.

III. Le mécanisme bidimensionnel purement rotationnel avec décollement entre la semelle et le sol (*cf.* Figure 2.71a).

IV. Le mécanisme bidimensionnel purement rotationnel sans décollement entre la semelle et le sol (*cf.* Figure 2.71b).



(a) (b)

Figure 2.71. Mécanisme purement rotationnel pour les semelles rectangulaires ; a) avec décollement, b) sans décollement

C. Semelles circulaires – Superstructure 1-DDL :

I. Le mécanisme tridimensionnel rotationnel avec cisaillement avec une faible zone de décollement entre la semelle et le sol. (*cf.* Figure 2.72).

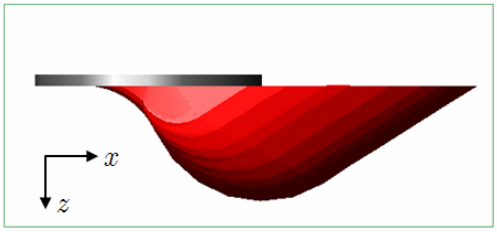


Figure 2.72. Le mécanisme tridimensionnel rotationnel avec cisaillement avec une faible zone de décollement entre la semelle et le sol.

II. Le mécanisme tridimensionnel rotationnel avec cisaillement avec une grande zone de décollement entre la semelle et le sol

D. Semelles circulaires – Superstructure générale :

I. Le mécanisme tridimensionnel rotationnel avec cisaillement avec faible décollement entre la semelle et le sol.

II. Le mécanisme tridimensionnel rotationnel avec cisaillement avec grand décollement entre la semelle et le sol.

III. Le mécanisme tridimensionnel purement rotationnel avec décollement entre la semelle et le sol.

IV. Le mécanisme tridimensionnel purement rotationnel sans décollement entre la semelle et le sol (*cf.* Figure 2.73).

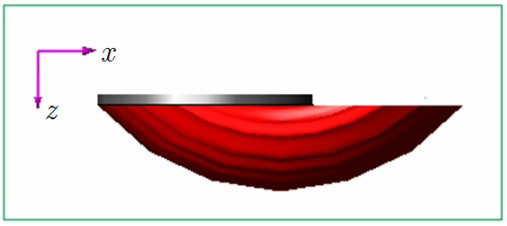
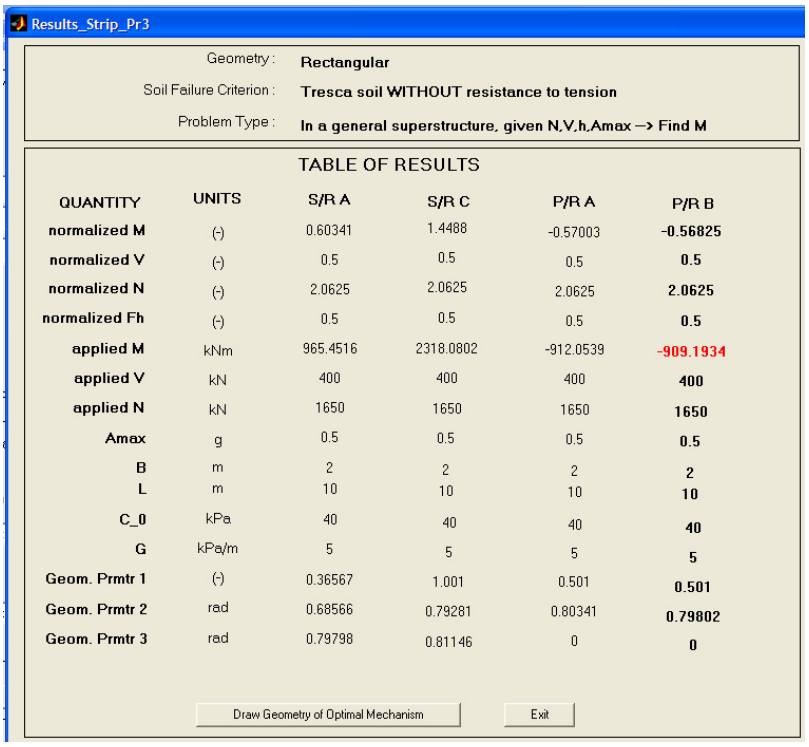


Figure 2.73. Le mécanisme tridimensionnel purement rotationnel sans décollement.

2.7.7 Résultats

Lorsque l'analyse est terminée, ses résultats sont récapitulés dans une nouvelle fenêtre, comme celle présentée sur la Figure 2.74. La fenêtre présente une table de résultats. Cette table contient toutes les données du problème, les résultats pour chaque classe de mécanisme examinée, les paramètres géométriques définissant la forme du mécanisme optimal pour chaque classe. La classe, qui contient le mécanisme optimal global (celui qui donne la borne supérieure minimale parmi tous les mécanismes examinés), est indiquée par des polices en gras. La quantité cherchée (selon le type de problème) est indiquée en rouge.

L'utilisateur peut finalement visualiser le mécanisme optimal global en s'appuyant sur le bouton «Draw Geometry of Optimal Mechanism». Le mécanisme est représenté dans une nouvelle fenêtre comme celle sur la Figure 2.75.



Results_Strip_Pr3

Geometry : **Rectangular**

Soil Failure Criterion : **Tresca soil WITHOUT resistance to tension**

Problem Type : **In a general superstructure, given N,V,h,Amax --> Find M**

TABLE OF RESULTS

QUANTITY	UNITS	S/R A	S/R C	P/R A	P/R B
normalized M	(-)	0.60341	1.4488	-0.57003	**-0.56825**
normalized V	(-)	0.5	0.5	0.5	**0.5**
normalized N	(-)	2.0625	2.0625	2.0625	**2.0625**
normalized Fh	(-)	0.5	0.5	0.5	**0.5**
applied M	kNm	965.4516	2318.0802	-912.0539	**-909.1934**
applied V	kN	400	400	400	**400**
applied N	kN	1650	1650	1650	**1650**
Amax	g	0.5	0.5	0.5	**0.5**
B	m	2	2	2	**2**
L	m	10	10	10	**10**
C_0	kPa	40	40	40	**40**
G	kPa/m	5	5	5	**5**
Geom. Prmtr 1	(-)	0.36567	1.001	0.501	**0.501**
Geom. Prmtr 2	rad	0.68566	0.79281	0.80341	**0.79802**
Geom. Prmtr 3	rad	0.79798	0.81146	0	**0**

Draw Geometry of Optimal Mechanism Exit

Figure 2.74. Table de résultats.

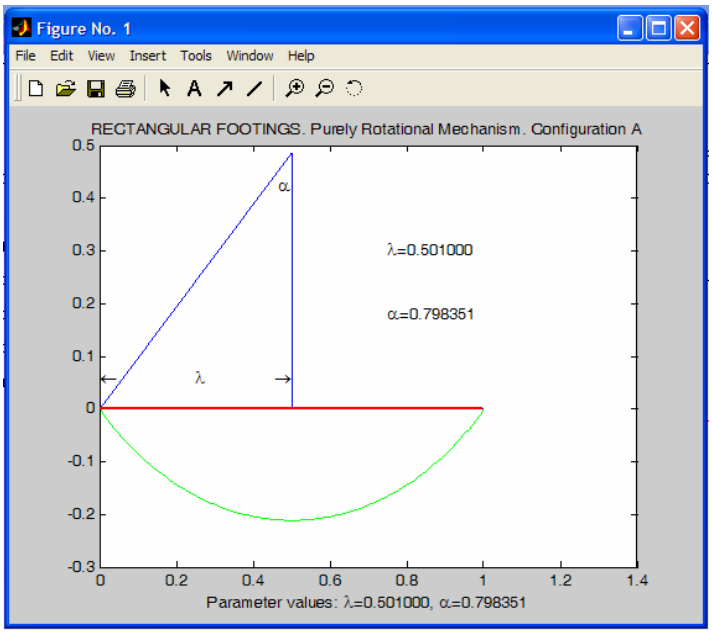


Figure 2.75. Géométrie du mécanisme optimal global.

2.7.8 Définition du Facteur de Sécurité global (Problèmes *a*.ii et *b*. iii)

La définition du facteur de Sécurité global, calculé dans les problèmes a.ii et b.iii de l'outil de calcul développé, est expliquée au moyen de la Figure 2.76. On reprend l'analyse de Salençon, 1983.

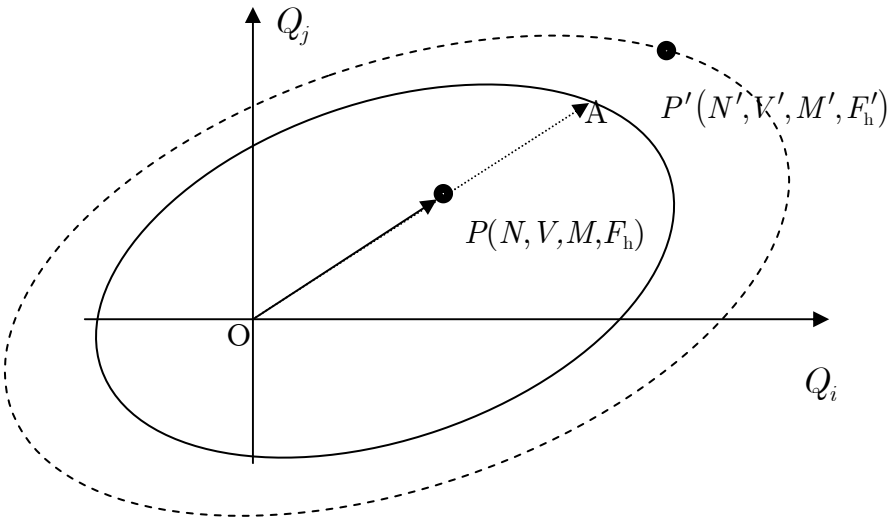


Figure 2.76. Définition du facteur de sécurité du système global.

Dans l'espace des paramètres de chargement $\underline{Q} = (N, V, M, F_{\mathrm{h}})$ on trace le point P qui correspond au chargement appliqué sur la semelle. Le facteur de sécurité global FS est défini comme le rapport :

$$FS = \frac{|OA|}{|OP|}$$

où $\underline{OA}$ est l'extension du vecteur $\underline{OP}$ jusque la surface ultime.

Si le point du chargement se trouve en dehors du domaine de portance du système (*eg*. le point P'), le facteur de sécurité est $FS < 1$.

La définition ci dessus sous-entend une homothétie uniforme (réduction ou agrandissement) de la surface ultime par un facteur κ, telle que la surface modifiée contient le point qui correspond au chargement actuel de la semelle. On a :

$$FS = \frac{1}{\kappa}$$

Chapitre 3

Approche expérimentale

En bref…

Ce chapitre présente une série d'expériences qui ont été planifiés dans le cadre de cette thèse en collaboration avec le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées – Centre de Nantes. L'objectif des essais est l'étude de la capacité portante sismique d'une configuration similaire à celle étudiée dans le Chapitre 2. À cette fin, trois séances d'essais ont été planifiés dans la Centrifugeuse du LCPC ; la première est consacrée à la détermination de la capacité portante d'une semelle circulaire qui repose à la surface d'un sol purement cohérent et est soumise à un chargement vertical centré. La deuxième séance concerne la détermination de la capacité portante de la même configuration soumise à une force inclinée et excentrée. Finalement, la troisième séance d'essais porte sur la détermination de la capacité portante sismique de la configuration examinée. Cette séance n'a pas pu avoir lieu dans le cadre de la thèse. Une vraie rupture sismique sera reproduite dans la centrifugeuse au moyen d'une table vibrante, spécialement conçue pour être utilisée dans la nacelle de la centrifugeuse.

On présente ici les résultats de la première et de la deuxième séance d'essais, qui forment un ensemble de résultats pertinents pour la capacité portante du système sous chargements quasi-statiques monotones. On donne dans le premier paragraphe du chapitre un bref état de l'art ainsi que les premiers éléments de conception des essais. On présente le profil du sol choisi pour les essais, profil qui sera retenu pour toutes les séances. On définit l'accélération centrifuge et la dimension de la fondation circulaire à tester. Ensuite, on donne une description détaillée des essais effectués pendant les deux séances.

Lors de la première séance d'essais deux semelles circulaires ont été testées sous une force verticale centrée. Les essais ont été exécutés de manière identique afin d'étudier l'importante propriété de répétitivité des résultats. On décrit la configuration expérimentale installée dans la nacelle de la centrifugeuse. On insiste sur la procédure de consolidation, nécessaire pour que le sol atteigne les propriétés de résistance et de rigidité souhaitées. Il s'agit d'une procédure extrêmement délicate qui requiert un niveau d'expertise très élevé si l'on souhaite avoir une répétitivité dans l'obtention du profil de sol prescrit. Ici, la consolidation a été effectuée partiellement à 1g ***et partiellement en vol. Le profil de cohésion obtenu a été déterminé en vol au moyen d'un pénétromètre miniature installé, lui aussi, dans la nacelle. Les***

résultats des essais sont présentés à travers des diagrammes obtenus en temps réel. La répétitivité des résultats est très satisfaisante. Les résultats mettent en évidence une forte influence du poids propre de la semelle sur la capacité portante. C'est une conséquence du sol choisi qui est très mou et de la consolidation effectuée en vol : le poids propre de la semelle conduit après consolidation à un profil de cohésion plus résistant que celui mis en évidence par les essais pénétrométriques.

Pour les essais de la deuxième séance, une superstructure métallique est conçue et fabriquée. Il s'agit d'un tube cylindrique mince fermé par-dessus et par dessous qui permet l'application d'une force horizontale à mi-hauteur, créant ainsi une force inclinée et excentrée sur l'interface sol-superstructure. Trois essais sont exécutés : deux essais identiques sous force inclinée et excentrée et un essai sous force verticale centrée. Les essais mettent en évidence un autre aspect du comportement, particulièrement important pour les sols mous : c'est l'effet $P-\delta$***, identifié d'emblée par les branches décroissantes sur les diagrammes force – déplacement.***

Une comparaison des résultats avec la solution théorique établie au Chapitre 2 montre que la solution théorique (capacité portante sous une force inclinée et excentrée) est acceptable à condition que l'effet $P-\delta$ ***soit négligeable. Ainsi, la solution théorique établie au Chapitre 2 doit être utilisée avec grande précaution lorsque les applications en question concernent des sols de faible rigidité comme les sols mous, etc.***

3 Approche expérimentale

3.1 Préparation des expériences

3.1.1 Besoin d'une approche expérimentale

Dans le chapitre précédent, on a appliqué l'approche cinématique du Calcul à la Rupture afin de calculer des bornes supérieures pour la capacité portante sismique d'une semelle circulaire reposant sur la surface d'un sol purement cohérent hétérogène. La méthode nous a permis d'établir une évaluation par excès de toutes les combinaisons ultimes possibles pour les paramètres de chargement considérés, à savoir, la force et le moment résultants sur la semelle, ainsi que les forces d'inertie horizontales dans le volume du sol. Afin de mettre en œuvre la méthode de résolution choisie, il a été nécessaire d'adopter une série d'hypothèses simplifiant la procédure du calcul. On peut en noter les plus importantes :

- ***Concernant la résistance du matériau constitutif (sol et interface) du système :*** le domaine de résistance du sol a été décrit par deux paramètres de résistance : la cohésion du sol à la surface C_0 et le gradient vertical de cohésion G. Même s'il s'agit de paramètres qui sont introduits par les normes de conception des fondations (*cf. Eurocode 8*) et ont été systématiquement utilisés par les solutions théoriques précédentes (*cf.* Salençon & Matar, 1982), leur détermination pour un sol réel n'est pas toujours facile. Il s'agit, en fait, de paramètres numériques obtenus par régression linéaire sur des données expérimentales ou par des essais sur site. De plus, pour plusieurs types de sol (*eg.* sols surconsolidés), l'approximation du profil de cohésion par une relation linéaire n'est pas satisfaisante. Une hypothèse supplémentaire a été introduite par rapport à la cohésion de l'interface : elle a été prise égale à la cohésion du sol à la surface C_0.

- ***Concernant le processus de chargement du système :*** les charges ont été considérées comme provenant de l'excitation d'une superstructure à un degré de liberté. De plus, les forces inertielles dans le volume du sol ont été considérées uniformes dans l'espace : hypothèse dont la validité ne peut être assurée que pour des semelles de dimension faible par rapport à la profondeur de la couche du sol de fondation.

- ***Concernant la méthode théorique de résolution du problème :*** l'approche théorique adoptée est une ***approche directe*** d'évaluation des charges ultimes, qui ne fait aucune référence aux déplacements du système (par l'introduction d'une loi de comportement pour le sol). La seule information exigée est la connaissance du domaine de résistance du sol et de l'interface. Or, l'état limite ultime du système, c'est-à-dire l'état de rupture décrit dans l'approche théorique par les mécanismes virtuels de rupture considérés, peut se manifester en réalité par un tassement ou une rotation excessif, sans apparition évidente d'un mécanisme de rupture. Tel est le cas, par exemple, pour les sols mous. Ajoutons que les charges ultimes sont évaluées par excès, ce qui signifie que les résultats théoriques obtenus ne sont pas conservatifs.

L'approche expérimentale pour l'évaluation de la capacité portante sismique des fondations superficielles peut fournir à la fois une validation des résultats théoriques, une évaluation de l'importance de chaque hypothèse adoptée dans le calcul et finalement une compréhension plus profonde du problème. Même si le présent travail se place du point de vue théorique et s'attache essentiellement au traitement «règlementaire» du problème, sa juxtaposition avec des résultats expérimentaux est essentielle.

3.1.2 Travaux expérimentaux existants – Définition des objectifs des essais

Le traitement expérimental de la capacité portante sismique des fondations superficielles met en évidence principalement deux grandes difficultés :

- D'un côté il faut que l'on puisse reproduire dans les essais les effets d'un séisme sur le système sol – fondation. Cela peut être effectué au moyen d'une table vibrante afin de transmettre une excitation vibratoire spécifique sur le système sol – fondation. Habituellement, le sol et la structure sont placés dans un conteneur et la table vibrante transmet la sollicitation sismique au niveau de la base du conteneur. Un défaut intrinsèque de cette procédure est dû aux dimensions finies du modèle testé, qui entraînent des phénomènes de bords dans le massif du sol (diffractions/réflexions d'ondes *etc.*).

- De l'autre coté, les propriétés du sol sont fonctions de l'état de contraintes, ce qui signifie que les modèles à échelle réduite sont *a priori* exclus pour la modélisation du comportement d'ouvrages réels. Par conséquent, on est obligé soit de travailler avec des modèles à l'échelle réelle, soit d'effectuer des essais en centrifugeuse.

On a déjà cité les travaux expérimentaux de Zeng & Steedman (1998), Maugeri *et al.* (2000), Knappett *et al.* (2006) ainsi que le projet de recherche européen CAMUS (Crémer, 1999a, 1999b). Le Tableau suivant présente un bref état de l'art sur le traitement expérimental de la capacité portante sismique de fondations superficielles.

Tableau 3.1 – Traitement expérimental de la capacité portante sismique de fondations superficielles

Référence	Ans	Sol	Type d'essai	Géométrie
Zeng & Steedman	1998	sable sec et sable saturée	Essais sur table vibrante en centrifugeuse	Semelles rectangulaires sous conditions de déformation plane
Projet CAMUS IV (Crémer 1999a, 199b)	1999	sable sec	Essais sur table vibrante en échelle réelle	Semelle carrée sous conditions de déformation plane
Maugeri *et al.*	2000	sable sec	Essais sur table vibrante en échelle réduite (Gravité $1g$)	Semelle rectangulaire soumise à une force inclinée.
Gazan *et al.*	2005	Sable sec & argile marine	Essais statiques, cycliques et sur table vibrante en centrifugeuse	Semelle rectangulaire sous conditions de déformation plane
Knappett *et al.*	2006	sable sec	Essais sur table vibrante en échelle réduite (Gravité $1g$)	Semelle rectangulaire sous conditions de déformation plane. Champ de vitesses lors de l'essai

Il est à noter que tous les travaux mentionnés concernent des semelles rectangulaires sous conditions de déformation plane afin que les résultats soient comparables avec les solutions théoriques existantes, qui, comme on l'a vu, ont jusqu'à présent été limitées au cas du problème plan. La description qualitative du phénomène est satisfaisante : ses caractéristiques essentielles, telles qu'elles étaient mises en évidence par les observations sur site, ont été reproduites dans les essais et avec le travail de Knappett *et al*. (2006) le champ de vitesse dans le sol lors de la rupture a été identifié. Cela a offert un lien direct avec l'approche cinématique du calcul à la rupture, qui utilise des champs de vitesse virtuels pour estimer la capacité portante du système. Néanmoins, la description quantitative du phénomène, surtout en ce qui concerne l'effet des forces d'inertie dans le sol, y est restée incomplète.

Une limitation plus importante concerne le fait que tous les travaux mentionnés (à l'exception de Gajan *et al.* et Zeng & Steedman) ont été effectués sur des sables secs. Il est évident que l'utilisation d'un sable sec est dictée par la facilité de la préparation du massif du sol et par le besoin d'éviter l'apparition de la liquéfaction lors du chargement sismique. Cependant, les observations sur site ont manifestement mis en évidence que les sols concernés par la perte de capacité portante lors d'un séisme sont principalement les sols argileux faibles, l'exemple le plus frappant étant le cas du séisme de Guerrero-Michoacán (Mexique, 1985), (*cf.* Mendoza & Auvinet, 1988, Romo & Auvinet, 1991, Pecker *et al.,* 1996). En revanche, à notre connaissance, les ruptures sismiques par perte de capacité portante dans des sables secs sont extrêmement rares.

Les observations précédentes donnent la motivation pour la planification d'une série d'essais ayant comme objectifs les points suivants :

- ***Sols cohérents.*** Visant à la plus grande cohérence avec les observations sur site, on choisit de tester des fondations superficielles sur des sols non frottants de faible cohésion. La possibilité d'apparition de liquéfaction est réduite par la cohésion du sol.
- ***Semelles circulaires.*** Les fondations testées sont des semelles circulaires reposant sur la surface du sol. Le mécanisme de rupture attendu est un mécanisme tridimensionnel. Cette configuration a l'avantage de n'exiger aucun soin supplémentaire par rapport à des effets de bords pour la fondation. Il faut simplement assurer que le conteneur du massif du sol soit assez grand pour que le mécanisme de rupture puisse être développé sans obstacle et sans interaction avec les bords du conteneur.
- ***Solution théorique.*** La sélection d'une semelle circulaire sur un sol cohérent correspond aux configurations traitées dans la solution théorique, il est alors important de procéder à une description quantitative du phénomène pour une comparaison directe des deux approches. La conception des essais doit permettre la détermination des charges sur la semelle ainsi que des forces d'inertie dans le sol lors de la rupture. Comme la solution théorique n'est pas du côté de la sécurité, une comparaison quantitative avec les résultats expérimentaux peut servir à l'évaluation de son facteur d'erreur.
- ***Mécanisme de rupture.*** Les essais doivent mettre en évidence le mécanisme de rupture par perte de capacité portante lors de la sollicitation sismique. Il est alors possible de comparer non seulement la force portante mesurée et prédite mais aussi le mécanisme de rupture lui-même.

3.1.3 Planification des essais

Dans le cadre de ces objectifs, une série d'essais en centrifugeuse a été planifiée en collaboration avec le *Laboratoire Central de Ponts et Chaussées* (LCPC) – *Centre de Nantes* et plus précisément avec la *Section d'Essais en Centrifugeuse*. Sandra Escoffier a fourni l'expertise technique pour la conception des essais et Gérard Rault a été le responsable pour l'exécution des essais. La planification des essais a comporté trois séances d'essais :

1. ***Première séance d'essais*** : Pendant la première séance d'essais, la capacité portante statique d'une fondation circulaire sous *une charge verticale centrée* est étudiée. L'objectif est de calibrer les paramètres de résistance du système G et C_0 pour un profil de cohésion donné (le même profil de cohésion a été retenu pour tous les essais) et d'étudier la répétitivité dans la procédure d'obtention du profil de cohésion choisi ainsi que dans l'essai de chargement de la semelle.

2. ***Deuxième séance d'essais*** : Pendant la deuxième séance d'essais, la capacité portante statique de la fondation sous *une charge inclinée et excentrée* est étudiée. L'objectif est de produire une rupture sous charge inclinée et excentrée sans forces d'inertie dans le volume du sol. Cela peut permettre l'estimation du facteur d'erreur de la solution théorique dans le cas : $F_{\mathrm{h}} = 0$.

3. ***Troisième séance d'essais*** : Finalement, pendant la troisième séance d'essais, la capacité portante sismique de la fondation sera étudiée. L'objectif est de mettre en évidence l'effet des forces d'inertie dans le sol, la réduction de la capacité portante par rapport aux résultats de la deuxième séance et, parallèlement, d'identifier le mécanisme de rupture lors de la sollicitation sismique. La troisième séance d'essais sera réalisée dans le futur.

La difficulté principale des essais envisagés concerne la préparation du massif du sol de fondation. Comme il s'agit d'un massif de sol argileux, il faut prévoir une période de consolidation du massif assez longue avant l'exécution des essais pour obtenir le profil de cohésion souhaité.

Parallèlement, il est essentiel de garantir la répétitivité de la procédure de consolidation du massif pour avoir le même profil de cohésion dans tous les essais. Cela nécessite une méthode rigoureuse de mesure du rapport de consolidation dans le massif et du profil de cohésion lors de l'essai en centrifugeuse.

3.1.4 Premiers éléments d'élaboration des essais

On décrit dans ce paragraphe les premiers éléments qui ont été précisés dans la conception des essais. Ces éléments seront retenus pour tous les essais.

Accélération centrifuge. La valeur de l'accélération centrifuge choisie pour l'exécution des essais est :

$$\begin{gathered}\text{Accélération centrifuge: } a = \lambda g \\ \text{avec: } \lambda = 40,\ g = 9.81[\mathrm{m} \times \mathrm{sec}^{-2}]\end{gathered} \tag{3.1}$$

Ainsi pour une grandeur physique donnée X, on définit les valeurs en échelle prototype et en échelle modèle par la relation :

(3.2) $$X_{\text{prototype}} = f(\lambda)\, X_{\text{modèle}}$$

où $f(\lambda)$ est le facteur de similitude, fonction du multiplicateur λ. Le Tableau 3.2 récapitule la valeur du facteur de similitude pour les grandeurs physiques pertinentes pour le problème étudié. Il donne aussi les unités utilisées pour les grandeurs physiques à l'échelle du prototype et à l'échelle du modèle.

Tableau 3.2 – Facteurs de similitude des grandeurs physiques pertinentes pour les essais effectuées

Définition	Symbole	Symbole de grandeur	Facteur de Similitude	Unité utilisée PROTOTYPE	Unité utilisée MODÈLE
Accélération de la gravite	g	lt^{-2}	λ^{-1}	$\mathrm{m} \times \mathrm{sec}^{-2}$	$\mathrm{m} \times \mathrm{sec}^{-2}$
Amplitude de l'accélération sismique	$a_{\max}$	lt^{-2}	λ^{-1}	$\mathrm{m} \times \mathrm{sec}^{-2}$	$\mathrm{m} \times \mathrm{sec}^{-2}$
Angle	θ	-	*1*	rad	rad
Cohésion	c	$ml^{-1}t^{-2}$	*1*	kPa	kPa
Densité	ρ	ml^{-3}	*1*	$\mathrm{kg} \times \mathrm{m}^{-3}$	$\mathrm{g} \times \mathrm{cm}^{-3}$
Énergie	$\mathcal{W}$	$ml^{2}t^{-2}$	λ^{3}	kJ	J
Force	F	mlt^{-2}	λ^{2}	kN	N
Fréquence	f	t^{-1}	λ^{-1}	Hz	Hz
Gradient vertical de cohésion	G	$ml^{-2}t^{-2}$	λ^{-1}	kPa/m	kPa/cm
Longueur (dimension de la semelle, tassement)	l	l	λ	m	cm
Masse	m	m	λ^{3}	kg	g
Moment	M	$ml^{2}t^{-2}$	λ^{3}	kNm	Ncm
Poids propre	γ	$ml^{-2}t^{-2}$	λ^{-1}	$\mathrm{kN} \times \mathrm{m}^{-3}$	$\mathrm{N} \times \mathrm{cm}^{-3}$
Pression hydrostatique	p	$ml^{-1}t^{-2}$	*1*	kPa	kPa
Temps (de la diffusion, *eg.* consolidation)	t_{con}	t	λ^{2}	h	sec
Temps (dynamique)	t	t	λ	h	sec
Vitesse (de Darcy)	U_{Dar}	lt^{-1}	λ^{-1}	$\mathrm{m} \times \mathrm{sec}^{-1}$	$\mathrm{cm} \times \mathrm{sec}^{-1}$
Vitesse (dynamique)	U	lt^{-1}	*1*	$\mathrm{m} \times \mathrm{sec}^{-1}$	$\mathrm{cm} \times \mathrm{sec}^{-1}$

Dimension de la fondation. La valeur de l'accélération centrifuge étant fixée à $40g$, on a choisi une fondation circulaire de $12\,\mathrm{cm}$ de diamètre en échelle modèle. C'est une valeur qui est suffisamment grande pour ne pas poser des difficultés lors de la fabrication de la semelle et suffisamment petite par rapport aux conteneurs disponibles, afin de permettre l'exécution de

plusieurs essais sur le même massif du sol. Pour la valeur choisie de $12\,\mathrm{cm}$, on obtient une fondation en échelle prototype de diamètre :

(3.3)
$$D_{\text{prototype}} = \lambda D_{\text{modèle}}$$
$$\Rightarrow D_{\text{prototype}} = 40 \times 12 = 480\mathrm{cm} = 4.8\mathrm{m}$$

C'est une valeur qui correspond à l'ordre de grandeur des semelles d'ouvrages conventionnels.

Profil de cohésion. Le sol utilisé pendant les essais est l'argile standardisée « speswhite » (kaolinite) (*cf.* Garnier, 2001). Les facteurs qui ont guidé la sélection du profil de cohésion ont été principalement :

- Il fallait que le profil de cohésion soit relativement faible afin d'être en accord avec l'observation que la perte de capacité portante sous séisme touche principalement les sols cohérents de faible résistance.
- Il fallait que la répétitivité sur la reproduction du profil soit garantie. Ce critère pouvait être assuré par la maîtrise acquise au LCPC sur les essais d'argiles en centrifugeuse.
- Il fallait que le profil de cohésion choisi permette la réalisation des essais envisagés (n'être ni très faible ni très résistant).

Le profil de cohésion retenu peut être approximé par un profil linéaire :

(3.4)
$$c = C_0 + Gz$$

avec (échelle prototype) :

$$C_0 = 1.36 \text{ à } 2.4\,[\mathrm{kPa}]$$

$$G = 0.8 \text{ à } 1.06\,[\mathrm{kPa/m}]$$

L'objectif pendant la phase de consolidation était donc d'arriver à un profil de cohésion avec les caractéristiques mentionnées.

Dans le cadre de la thèse, on va décrire les essais qui ont eu lieu pendant la première et la deuxième séance d'essais et qui portent sur la capacité portante de la semelle ***sous chargement quasi-statique***. La troisième séance d'essais, portant sur la capacité portante sismique, ne sera pas incluse dans cette présentation.

3.2 Première séance d'essais

La première séance d'essais a été consacrée à la détermination de la force portante d'une semelle circulaire sous une charge verticale centrée.

3.2.1 Description de la configuration testée

La configuration testée est présentée sur la Figure 3.1.

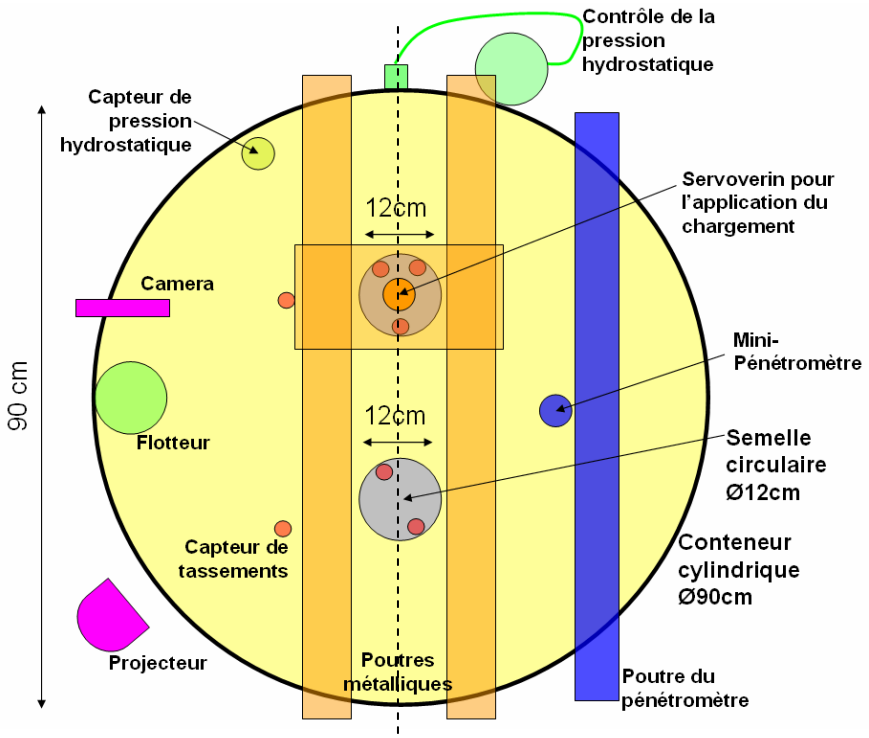
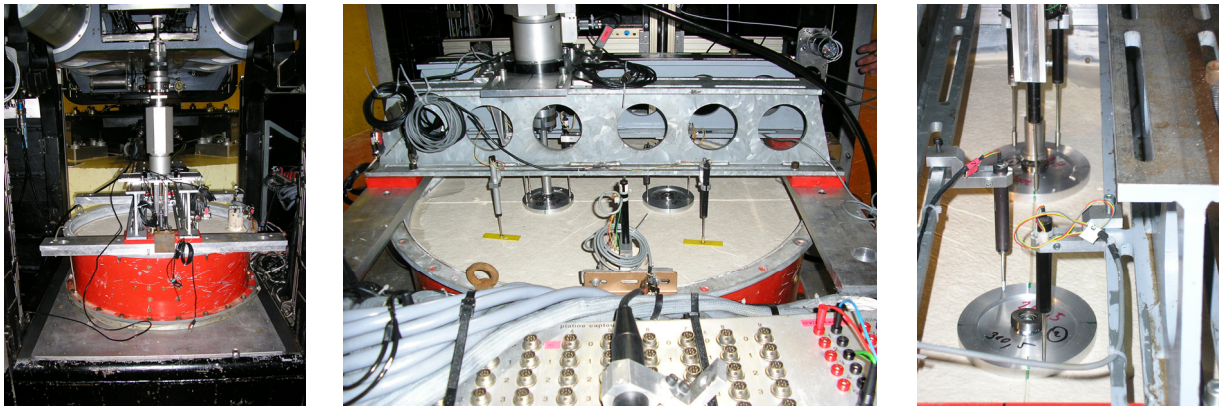


Figure 3.1 – Configuration testée pendant la première séance des essais

Conteneur cylindrique, semelles circulaires et massif du sol

Le massif de sol est d'abord consolidé dans un conteneur cylindrique de $90\,\mathrm{cm}$ de diamètre par l'application d'une pression uniforme sur la surface du sol. Cela était la première phase de consolidation effectuée à $1g$. Après la fin de la première phase de consolidation, deux semelles circulaires de $12\,\mathrm{cm}$ de diamètre ont été posées sur la surface du sol. La dimension du conteneur était assez grande pour permettre l'exécution de deux essais avec le même massif du sol et ainsi étudier l'importante propriété de répétitivité dans les essais. Les semelles circulaires ont été placées sur le diamètre du conteneur qui était aligné avec l'axe de rotation de la centrifugeuse. La distance entre les deux semelles et entre chaque semelle et le bord le plus proche du conteneur était égale à un tiers du diamètre du conteneur, c'est-à-dire : $90/3 = 30\,\mathrm{cm}$. Le massif de sol a été consolidé, pendant la première phase de consolidation, en deux couches successives dont l'épaisseur totale lors de l'application du chargement sur les semelles était à peu près de $25\,\mathrm{cm}$. Cette épaisseur était suffisante pour qu'il n'y ait pas d'interaction entre la semelle et la base rigide

du conteneur circulaire. Une couche mince de matériau granulaire a été placée entre la base du conteneur et le massif du sol pour assurer le drainage lors de la consolidation. Les semelles ont été fabriquées en aluminium. Leur masse était égale à $0.3\,\mathrm{kg}$ en échelle modèle. Les bords des semelles avaient une épaisseur plus grande que la partie centrale afin d'augmenter leur rigidité en flexion. Le conteneur cylindrique et les semelles circulaires sont présentés sur la Figure 3.2.



(a) (b) (c)

Figure 3.2 – (a) *Conteneur cylindrique contenant le massif de sol ;* (b) *Semelles circulaires reposant sur la surface du sol ;* (c) *Détail des semelles circulaires avec renforcement des bords et rotule métallique*

Application du chargement

Pour l'application du chargement vertical sur les semelles circulaires, un servoverin hydraulique a été utilisé. Deux poutres métalliques assuraient le support du servoverin qui était positionné exactement au dessus du centre de la semelle pour l'exécution du premier essai. Les deux poutres métalliques étaient alignées avec le diamètre défini par les deux semelles (*cf.* Figure 3.1). Ainsi, pour l'exécution du deuxième essai il a simplement suffi d'arrêter la centrifugeuse et de déplacer le servoverin sur les poutres métalliques en le positionnant au dessus de la deuxième semelle. Le servoverin hydraulique utilisé est présenté sur la Figure 3.3(a). Le système d'acquisition de données du servoverin comportait un capteur de force et un capteur de déplacement vertical pour le contrôle/mesure direct de la courbe force – déplacement obtenue lors de l'essai. Une rotule métallique placée entre la semelle et le servoverin permettait la rotation libre de la semelle lors du chargement (*cf.* Figure 3.2(c)) et ainsi le maintien de la verticalité de la force appliquée.

Instrumentation

L'instrumentation de la configuration testée devait assurer la mesure complète des grandeurs suivantes :

- **a.** Tassements du sol et des deux semelles
- **b.** Pression interstitielle dans le massif du sol
- **c.** Profil de cohésion obtenu dans le massif du sol

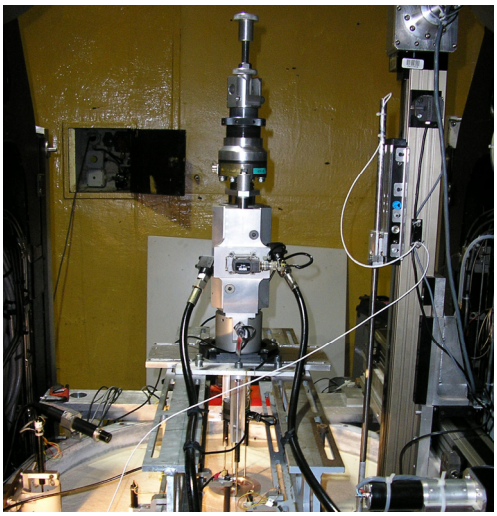
Tassements. Pour la mesure des tassements du sol et des deux semelles, plusieurs capteurs de déplacements ont été utilisés. Plus précisément, il y a eu :

- Deux capteurs de déplacements pour mesurer le tassement vertical du sol lors de la phase de consolidation. Les deux capteurs étaient fixés sur les poutres métalliques à une distance importante des deux semelles afin que leur réponse ne soit pas influencée par le chargement vertical des semelles.

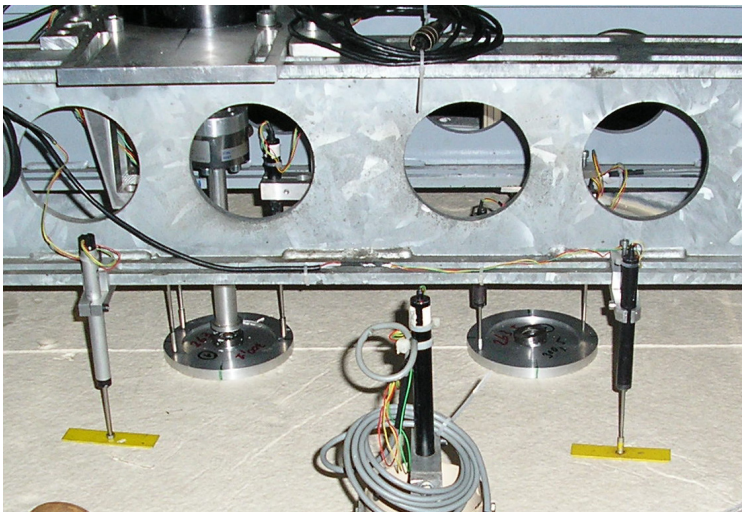
- Trois capteurs de déplacements sur la semelle testée. Cela a permis la mesure du tassement vertical de la semelle ainsi que sa rotation par rapport à deux axes orthogonaux lors de l'essai. Les trois capteurs étaient solidaires d'une platine dédiée au servoverin et ont été déplacés au dessus de la deuxième semelle avec le servoverin pour l'exécution du deuxième essai.

- Deux capteurs de déplacement sur la deuxième semelle pour mesurer sa réponse (tassement – rotation) lors du chargement de la première semelle. Pour le deuxième essai, ces deux capteurs ont été retirés et le servoverin avec les trois capteurs a été déplacé exactement au dessus de la deuxième semelle.

Les capteurs de déplacements utilisés sont présentés sur la Figure 3.3(b).



(a)



(b)

Figure 3.3 – (a) *Servoverin hydraulique pour l'application du chargement ;* (b) *Capteurs de déplacements pour la mesure des tassements verticaux du sol et des deux semelles. On peut voir le servoverin exactement au dessus du centre de la semelle à gauche.*

Pression interstitielle. Pour le contrôle et la mesure de la pression interstitielle dans le massif du sol les moyens suivants ont été utilisés :

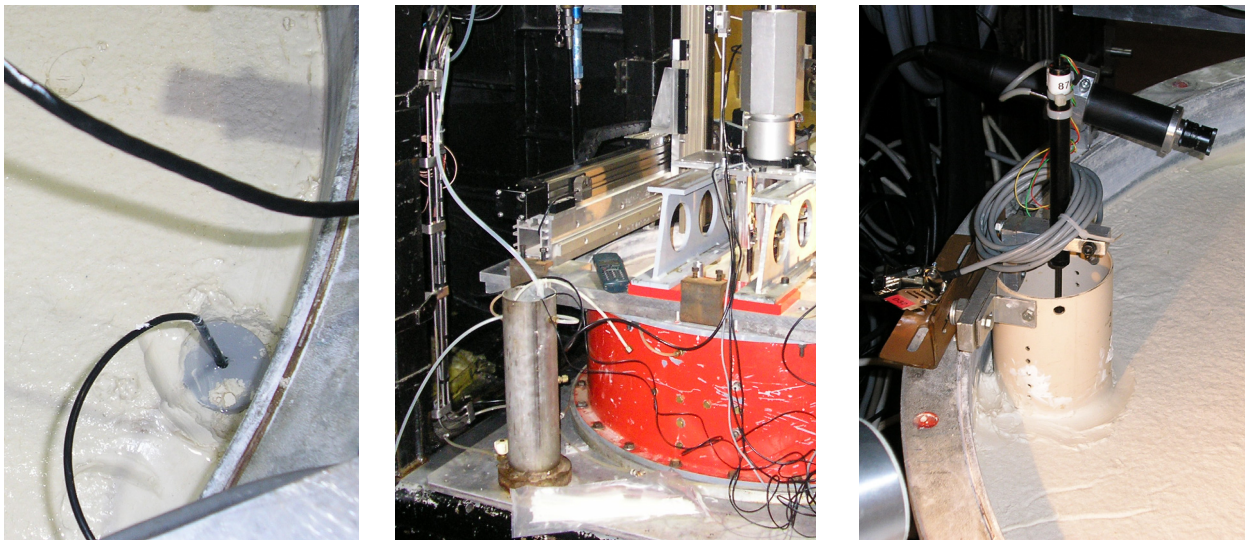
- Deux capteurs de pression dans le massif du sol. Le premier à une profondeur de $5.5\,\mathrm{cm}$ et le seconde à $15.5\,\mathrm{cm}$ de la surface du sol. Ces capteurs ont été utilisés pour la mesure de la pression interstitielle lors de la phase de la consolidation.

- Un tube contenant de l'eau a été placé juste à côté du conteneur cylindrique dans la nacelle de la centrifugeuse et une liaison hydraulique a été établie entre le tube et le massif du sol au moyen d'un petit tuyau. Le rôle du tube et de la liaison hydraulique était d'imposer les conditions hydrostatiques à la fois à la base et en surface du massif. La cote de l'eau dans le tube était

maintenue constante par une alimentation extérieure contrôlée. Un capteur de pression placé à la base du tube permettait le contrôle du niveau de nappe.

- Comme mesure supplémentaire, un flotteur a été placé dans le massif pour vérifier que le massif reste toujours saturé. Cette information a été doublée par le capteur de pression placé au niveau de la nappe à la surface du sol.

Les éléments pour le contrôle et la mesure de la pression interstitielle sont présentés sur la Figure 3.4.



(a) (b) (c)

Figure 3.4 – (a) *Capteur de pression interstitielle ;* (b) *Tube contenant de l'eau et liaison hydraulique pour le contrôle de la pression hydrostatique dans le massif ;* (c) *Flotteur*

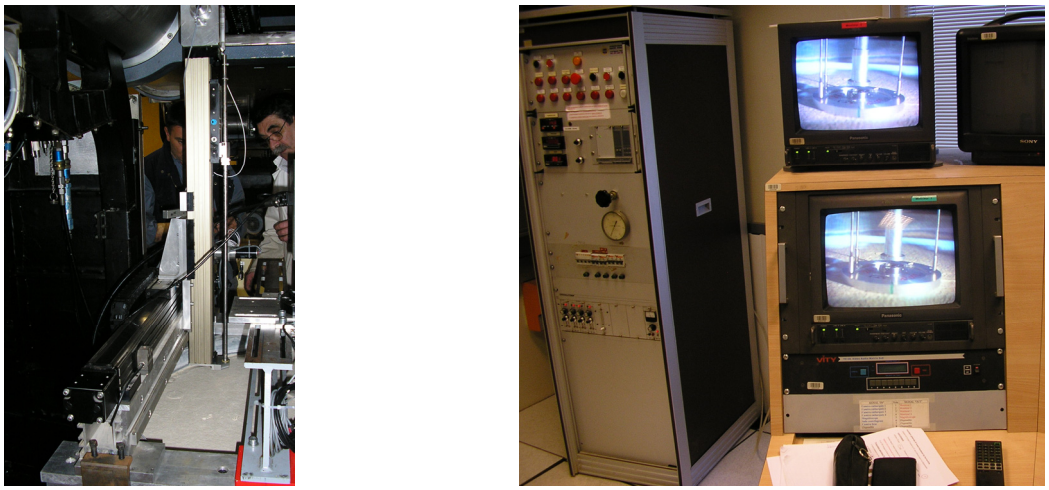
Profil de cohésion. La détermination du profil de cohésion du sol a été effectuée au moyen d'essais pénétrométriques, exécutés en vol. Un pénétromètre miniature, spécialement conçu pour des essais en centrifugeuse a été utilisé. Le pénétromètre était fixé sur une poutre de support parallèle aux deux poutres métalliques supports du servoverin (*cf.* Figure 3.1). Un système automatique permettait de déplacer le pénétromètre sur la poutre support. Ainsi, il était possible d'effectuer plusieurs essais pénétrométriques sans arrêter la centrifugeuse. Lors d'un essai pénétrométrique, le pénétromètre était enfoncé dans le sol et la résistance de pointe q_c était mesurée. La cohésion de l'argile était obtenue à travers la corrélation suivante, amplement utilisée et vérifiée au sein du LCPC :

$$c = \frac{q_c}{18.5} \tag{3.5}$$

Un capteur de déplacement horizontal était attaché au pénétromètre pour le contrôle de sa position horizontale. Un deuxième capteur de déplacement vertical contrôlait l'enfoncement du pénétromètre dans le massif du sol. Le pénétromètre miniature utilisé dans les essais est présenté sur la Figure 3.5(a).

Salle de contrôle d'essais

La centrifugeuse, le servoverin, le pénétromètre miniature et tous les capteurs installés dans la configuration à tester ont été contrôlés depuis la salle de contrôle d'essais. Pour faciliter le suivi de l'essai depuis la salle de contrôle, une camera et un projecteur de lumière étaient placés sur le conteneur. La Figure 3.5(b) présente la vue obtenue par la camera depuis la salle de contrôle et le Tableau 3.3 récapitule les capteurs utilisés dans les essais.



(a) (b)

Figure 3.5 – (a) *Pénétromètre miniature du LCPC ;* (b) *Vue obtenue par la camera depuis la salle de contrôle. L'armoire à gauche est utilisé pour le pilotage du servoverin.*

Tableau 3.3 – Paramètres à suivre et diapositifs expérimentaux

Quantité mesurée	Capteurs utilisés	Nombre de capteurs
Tassement du sol	Capteurs de déplacements verticaux	2
Tassement / rotation de la semelle testée	Capteurs de déplacements verticaux	3
Tassement / rotation de la seconde semelle	Capteurs de déplacements verticaux	2
Servoverin	Capteur de déplacement vertical	1
	Capteur de force	1
Pénétromètre	Capteur de déplacement vertical	1
	Capteur de déplacement horizontal	1
	Capteur de force	1
Pression interstitielle	Capteurs de pression (Massif du sol)	2
	Capteurs de pression (Tube extérieur)	1
Niveau de la nappe	Flotteur (Capteur de déplacement vertical)	1
	Flotteur (Capteur de pression)	1
	NOMBRE TOTAL DE CAPTEURS	**17**

3.2.2 Présentation des résultats

Après la fin de la consolidation du sol à $1g$ et l'installation de la configuration à tester dans la nacelle de la centrifugeuse, les essais ont été exécutés en effectuant les phases suivantes :

1. *Montée en accélération centrifuge* $40g$. La centrifugeuse a été démarrée et la valeur prescrite de $40g$ au niveau du massif du sol a été atteinte. L'augmentation de l'accélération centrifuge a été effectuée avec des pas de $10g$ et à la fin de chaque pas, l'équilibre de la centrifugeuse était testé. Avant le démarrage de la centrifugeuse une mince couche d'eau était ajoutée dans le conteneur pour que le sol reste partout saturé.

2. *Achèvement de la procédure de consolidation avant le premier essai.* Comme il a été expliqué, la procédure de consolidation a été effectué partiellement à $1g$ et partiellement à $40g$ afin de réduire le temps de consolidation nécessaire pour obtenir le profil de cohésion choisi. Pendant la poursuite de la consolidation en centrifugeuse, la pression interstitielle et les tassements du sol ont été mesurés en détail. La méthode empirique d'Asaoka (Magnan & Deroy, 1980) a été utilisée pour déterminer le degré de consolidation ; la consolidation était considérée terminée lorsque le degré de consolidation a dépassé la valeur de 85%. La mesure de la pression interstitielle offrait un deuxième moyen de contrôle de l'évolution de la consolidation. À la fin de la consolidation selon les critères choisis, un essai pénétrométrique a été effectué. Le profil de cohésion mesuré a été retenu comme le profil de cohésion lors du premier essai.

3. *Exécution du premier essai.* Dès que la phase de consolidation était terminée et le profil de cohésion du sol mesuré, l'essai de chargement de la première semelle a été effectué. Le chargement appliqué par le servoverin était asservi en déplacements. Un déplacement vertical supérieur à 10% du diamètre de la semelle a été imposé à la semelle et la force de réaction au servoverin a été mesurée par le capteur de force du servoverin.

4. *Ralentissement de la centrifugeuse jusqu'à l'arrêt.* Une fois le premier essai exécuté, la centrifugeuse a été ralentie jusqu'à l'arrêt afin de préparer le deuxième essai.

5. *Préparation du deuxième essai.* Il a été nécessaire d'arrêter la centrifugeuse pour déplacer le servoverin au dessus de la deuxième semelle et retirer les capteurs qui n'étaient plus nécessaires. Pendant le temps de préparation le sol était déchargé puisque la gravité a été réduite à $1g$. Par conséquent, le sol a commencé à gonfler. C'est pour cela que la première action après l'arrêt de la centrifugeuse était le retrait de la couche mince d'eau avec un aspirateur. Ensuite, la configuration pour le deuxième essai a été préparée le plus vite possible et à la fin, une nouvelle couche mince d'eau a été rajoutée dans le conteneur.

6. *Montée en gravité* $40g$ *et consolidation avant le deuxième essai.* L'expérience des essais d'argiles en centrifugeuse indiquait que pour retrouver l'état du sol avant l'arrêt de la machine, il fallait tourner pendant une durée égale à trois fois le temps d'arrêt. L'évolution de la consolidation a été contrôlée par la même technique que dans la phase avant le premier essai. À la fin de la consolidation, le profil de cohésion a été mesuré par un essai pénétrométrique.

7. *Deuxième essai.* L'essai sur la deuxième semelle a été exécuté de manière semblable au premier essai.

8. *Arrêt de la centrifugeuse et mesures supplémentaires.* Après la fin des deux essais, la machine a été arrêtée. Un prélèvement par carrotage sur toute la hauteur du massif a été réalisé : il permet d'obtenir un profil de la teneur en eau et de la densité du sol.

Dans ce qui suit, les résultats obtenus dans les essais sont présentés. Le premier groupe de résultats se réfère à la phase de la consolidation. Le deuxième se réfère aux profils de cohésion mesurés et le troisième aux essais de chargement des deux semelles.

3.2.2.1 Résultats pertinents pour la phase de consolidation

Les résultats sont présentés sur les diagrammes de la Figure 3.6. Sur le premier diagramme on présente le tassement du sol mesuré par les deux capteurs de déplacements posés loin des deux fondations. Ce sont les capteurs CS1 et CS2. Le tassement est représenté en fonction du temps. Le temps $t = 0$ correspond au démarrage de la centrifugeuse. Toutes les phases sont incluses jusqu'à l'arrêt définitif de la machine après le deuxième essai. Pendant la phase de montée à $40g$ (*phase **1***) l'augmentation du tassement est quasi – linéaire ; c'est la phase de chargement du sol par la gravité croissante. Lorsque la valeur de $40g$ est atteinte, l'accélération centrifuge est gardée constante et la consolidation du sol a lieu (*phase **2***). Le tassement du sol continue à augmenter avec un taux qui diminue graduellement. L'essai de chargement de la première semelle (*phase **3***) ne produit aucun effet sur les tassements du sol loin des deux semelles. Pendant la phase de ralentissement de la centrifugeuse (*phase **4***) le sol gonfle ; c'est une phase de déchargement puisque la gravité diminue. Le gonflement du sol continue pendant la phase de préparation du deuxième essai (*phase **5***). Avec le redémarrage de la centrifugeuse le même comportement est obtenu pendant les phases de rechargement (*phase **6***), du deuxième essai (*phase **7***) et du déchargement définitif (*phase **8***).

Le deuxième diagramme présente le tassement de la semelle lors de la phase de consolidation. Les diagrammes contiennent les mesures obtenues par les trois capteurs de déplacements CF1, CF2 et CF3, qui sont solidaires du servoverin. Les phases de chargement des deux semelles ne sont pas incluses sur le diagramme. Pendant les *phases **1*** et ***2*** les capteurs sont avec le servoverin au dessus de la première semelle. Pendant la *phase **6*** ils sont déplacés au dessus de la deuxième semelle. Une observation importante concerne le fait que le tassement des semelles est supérieur au tassement du sol. Par exemple, à la fin de la *phase **2*** le tassement moyen du sol est $1{,}1\,\mathrm{mm}$ alors que celui de la semelle est $1{,}5\,\mathrm{mm}$. Cette différence est due au poids propre de la semelle qui amplifie le phénomène de consolidation localement au dessous de la semelle. La conséquence de cette amplification locale de la consolidation est que le profil de cohésion localement au dessous de la semelle *sera plus résistant que celui mesurée loin de la semelle*. Il faudra alors corriger le profil de cohésion mesuré par les essais pénétrométriques, afin de prendre en compte l'augmentation de la cohésion localement au dessous de la fondation, due au poids propre de la semelle.

Le troisième diagramme présente la variation de la pression interstitielle mesurée par les deux capteurs de pression P1 et P2 dans le massif du sol. On peut noter la stabilisation de la pression à la fin de la *phase **2*** (courbe P2) qui signale la dissipation de la pression interstitielle en excès.

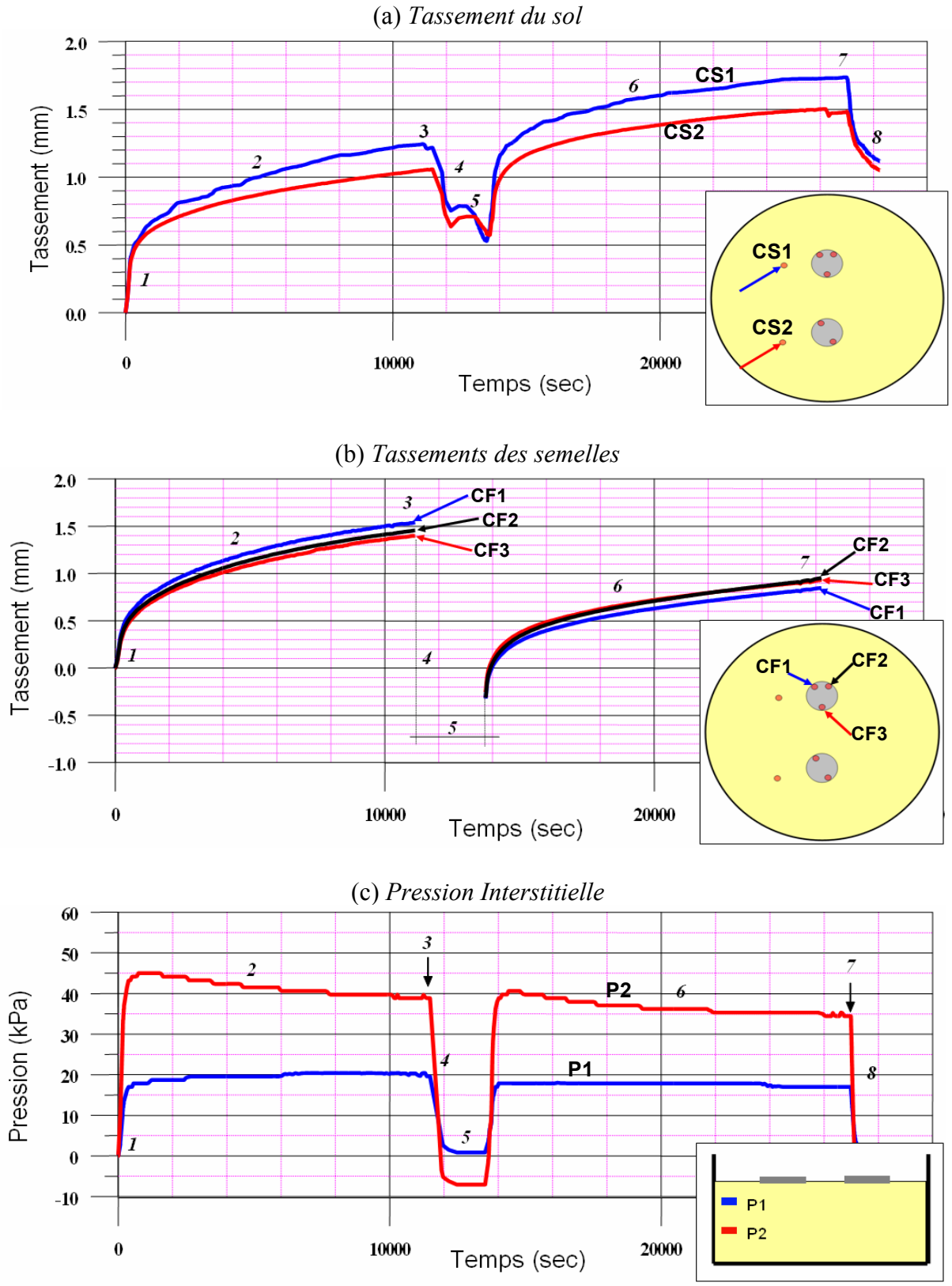
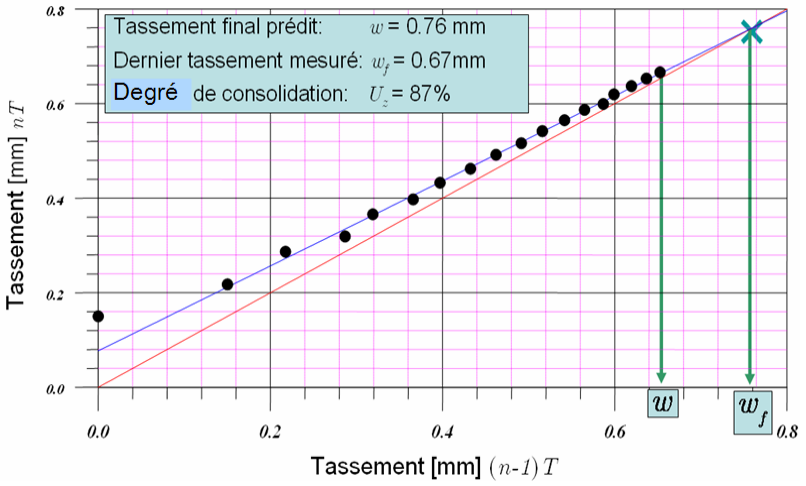


Figure 3.6 – Résultats des essais pertinents pour la consolidation du sol. Phases des essais : **1.** *Montée à 40g.* **2.** *Phase de consolidation.* **3.** *Premier essai.* **4.** *Arrêt de la centrifugeuse.* **5.** *Préparation du deuxième essai.* **6.** *Montée à 40g et deuxième phase de consolidation.* **7.** *Deuxième essai.* **8.** *Arrêt de la centrifugeuse.*

Détermination de la fin de consolidation – la méthode d'Asaoka (Magnan & Deroy, 1980)

Les diagrammes de la Figure 3.6 offrent une première estimation de l'évolution de la consolidation mais il n'est possible ni d'en extraire une évaluation précise du degré de consolidation ni de décider si le profil de cohésion choisi est atteint. Pour avoir une estimation précise et rapide du degré de consolidation, on utilise la méthode empirique d'Asaoka. La méthode consiste à mesurer périodiquement les tassements à la surface du sol. Comme mesure des tassements on utilise la valeur moyenne des mesures des deux capteurs. Les mesures sont représentées dans un diagramme où l'abscisse désigne les mesures aux instants $(n-1)T$ alors que l'ordonnée correspond aux mesures nT, où T est la période d'enregistrement des mesures. Les mesures sont approximées par régression linéaire et la ligne obtenue est prolongée jusqu'à son intersection avec la bissectrice. Le rapport de la dernière mesure divisée par la valeur qui correspond au point d'intersection avec la bissectrice donne le degré de consolidation actuel du massif du sol. Les résultats sont présentés sur la Figure 3.7.

(a) *Avant le premier essai*



(b) *Avant le deuxième essai*

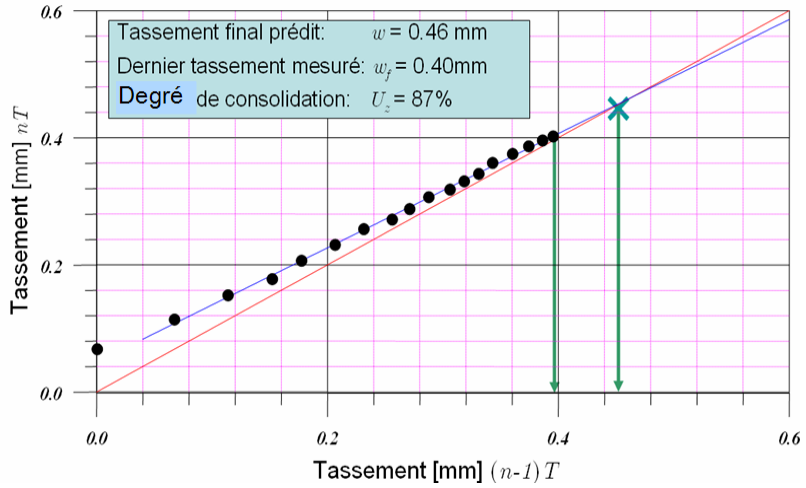


Figure 3.7 – La méthode empirique d'Asaoka pour la détermination du degré de consolidation ;
(a) *Mesures de tassements avant le premier essai et* (b) *Mesures de tassements avant le deuxième essai.*

Les mesures sont enregistrées avec une période : $T = 10\,\mathrm{min}$. Le critère pour la fin de la consolidation est atteint pour un degré de consolidation $U_z > 85\%$. Pour des valeurs plus élevées, la durée de consolidation exigée devient trop grande. Ainsi, en se référant au diagramme de la Figure 3.7(a), on obtient après la 17ème mesure du tassement :

(3.6) $$U_z = \frac{w}{w_f} = \frac{0.67}{0.76} = 87\%$$

3.2.2.2 Profils de cohésion

À la fin de la phase de consolidation on effectue un essai pénétrométrique pour déterminer le profil de cohésion qui a été atteint dans le sol. C'est le profil de cohésion avec lequel les essais de chargement des deux semelles seront effectués. Dès que l'essai pénétrométrique est terminé, l'essai de chargement est immédiatement exécuté. Les profils de cohésion après la fin de la consolidation et juste avant les deux essais sont présentés sur la Figure 3.8.

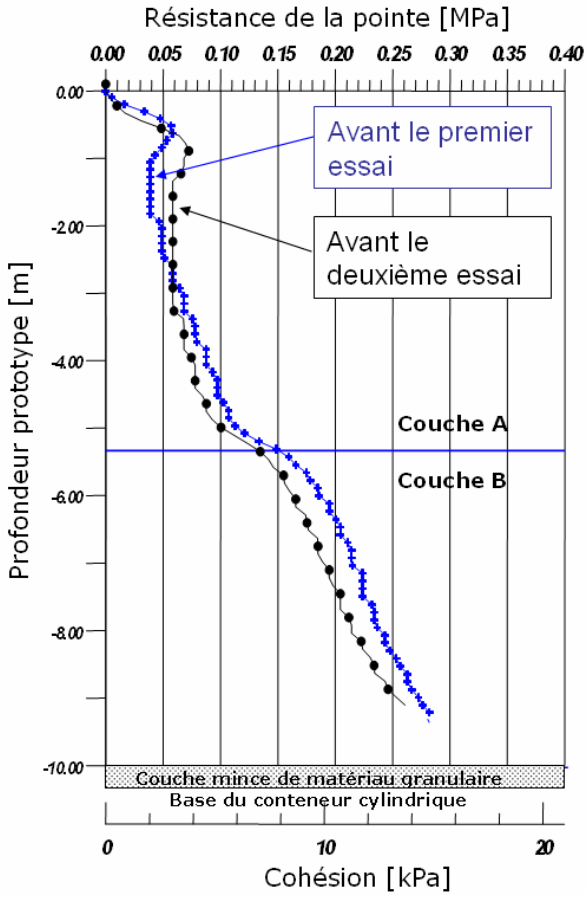


Figure 3.8 – Profils de cohésion déterminés avant les essais de chargement de deux semelles

On peut noter que la répétitivité sur l'obtention du profil de cohésion est très satisfaisante. Les deux profils de cohésion mettent en évidence l'interface entre les deux couches d'argile, qui ont été utilisées pour la reconstitution du massif lors de la consolidation à $1g$. Le fait que le profil

n'est pas totalement linéaire montre que l'on n'est pas arrivé jusqu'à la consolidation complète. De plus, on peut noter que la couche supérieure semble avoir l'allure de profil de cohésion d'un sol surconsolidé ; cela est expliqué par le fait qu'une charge sur la surface du sol a été utilisée pendant la consolidation à $1g$. Par contre, la couche profonde semble avoir pris la forme linéaire attendue du profil de cohésion ; dans cette couche, l'effet de la «surconsolidation» est moins important.

On rappelle que les profils de cohésion *juste au dessous* de la semelle ne sont pas identiques aux profils de la Figure 3.8. Le poids propre de la semelle conduit à une augmentation de la cohésion, qui est plus importante aux cotes supérieures du massif. Une procédure approximative pour corriger le profil de cohésion juste au dessous de la semelle est présentée sur l'Appendice 3.A. Il est essentiel d'avoir une estimation précise du profil au dessous de la semelle pour être capable d'avoir une bonne prédiction de la force portante mesurée sur la semelle.

3.2.2.3 Essais de chargement des semelles - résultats

Le chargement des semelles a été effectué au moyen du servoverin hydraulique juste après l'essai pénétrométrique pour la mesure du profil de cohésion du sol. Un déplacement vertical a été imposé au centre de la semelle et la réaction de la semelle a été mesurée. Les résultats sont présentés sur la Figure 3.9 et la Figure 3.10. Chaque Figure contient trois diagrammes :

- ***Le premier diagramme*** représente l'histoire du chargement appliqué sur la semelle ; il s'agit d'un déplacement vertical transmis par le servoverin au centre de la semelle. Le diagramme contient quatre courbes : la première est obtenue avec le capteur de déplacements du servoverin et les autres avec les trois capteurs de déplacements sur la semelle. Les capteurs sur la semelle donnent une réponse presque identique, ce qui signifie que la rotation de la semelle pendant l'essai est négligeable. Il y a un écart entre la courbe du servoverin et les courbes des capteurs dû à l'étalonnage des capteurs. Le déplacement vertical sur la semelle est augmenté jusqu'à peu près la valeur de $18\,\mathrm{mm}$ avec une vitesse de $0.22\,\mathrm{mm}/\mathrm{sec}$. La durée totale de chaque essai est environ $80\,\mathrm{sec}$.
- ***Le deuxième diagramme*** présente la variation de la force de réaction mesurée par le capteur de force du servoverin au cours de l'essai. Le poids de la semelle n'est pas inclus dans ces mesures. La force augmente de manière continue sans l'apparition d'un mécanisme de rupture brusque, puisque le sol est très mou. La rupture est alors définie *au moyen d'un critère de déplacements*, c'est-à-dire la force portante est celle qui s'obtient pour un déplacement égal à 10% du diamètre de la semelle. Au-delà de cette valeur, l'hypothèse des petites déformations ne peut plus être acceptée. Les flèches sur les trois diagrammes indiquent selon ce critère, la force portante mesurée.
- ***Le troisième diagramme*** représente la courbe force – déplacement obtenue dans les essais. Aux valeurs de la force de réaction, mesurées par le capteur du servoverin, on a ajouté le poids propre de la semelle afin d'obtenir la force totale exercée sur l'interface sol – semelle.

Les résultats de deux essais sont récapitulés au Tableau 3.4.

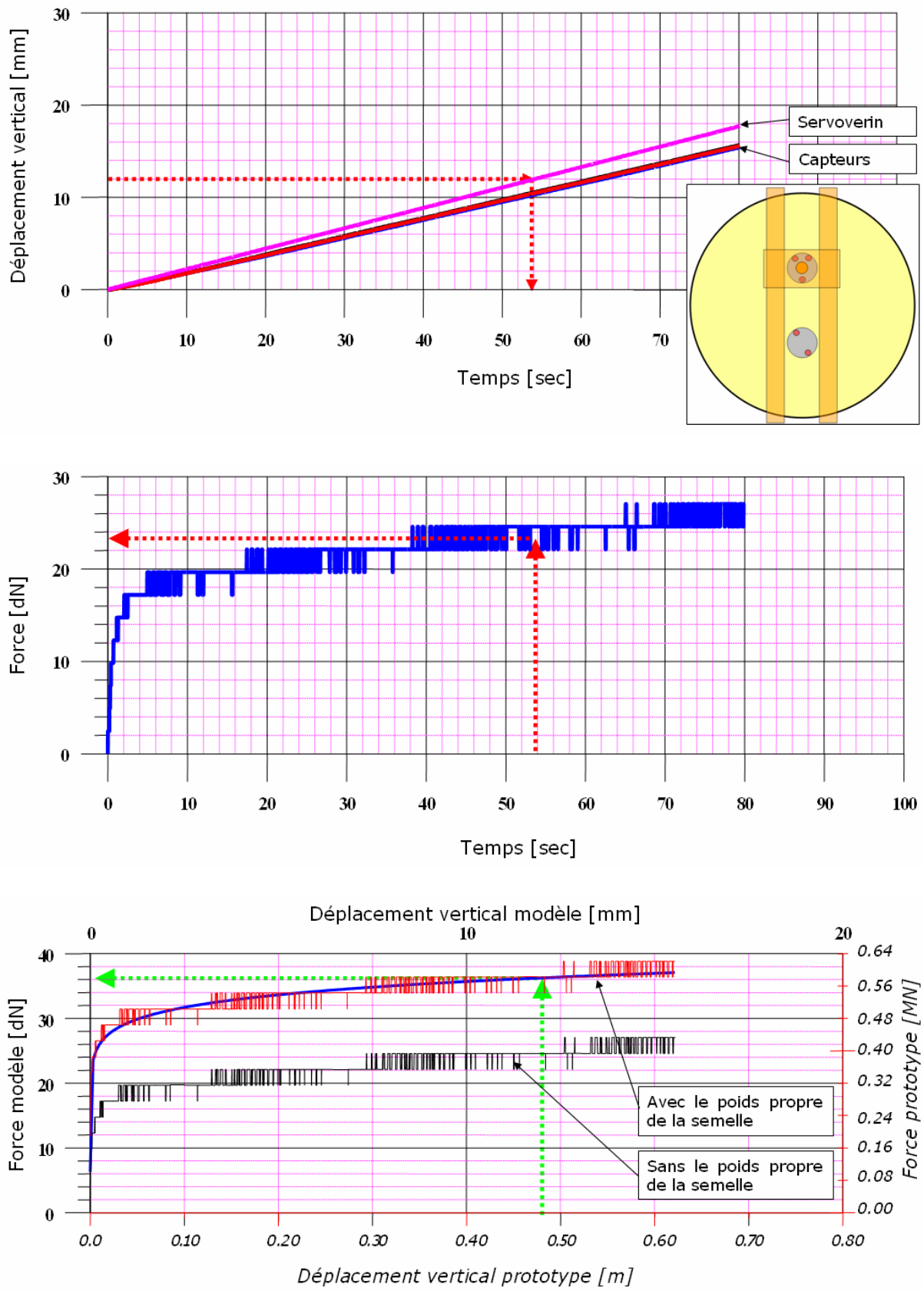


Figure 3.9 – Premier essai de chargement de semelle sous force verticale centrée

NOTE. Les sauts répétés qui apparaissent sur le diagramme sont dus à des valeurs de force qui sont proches de la précision du capteur.

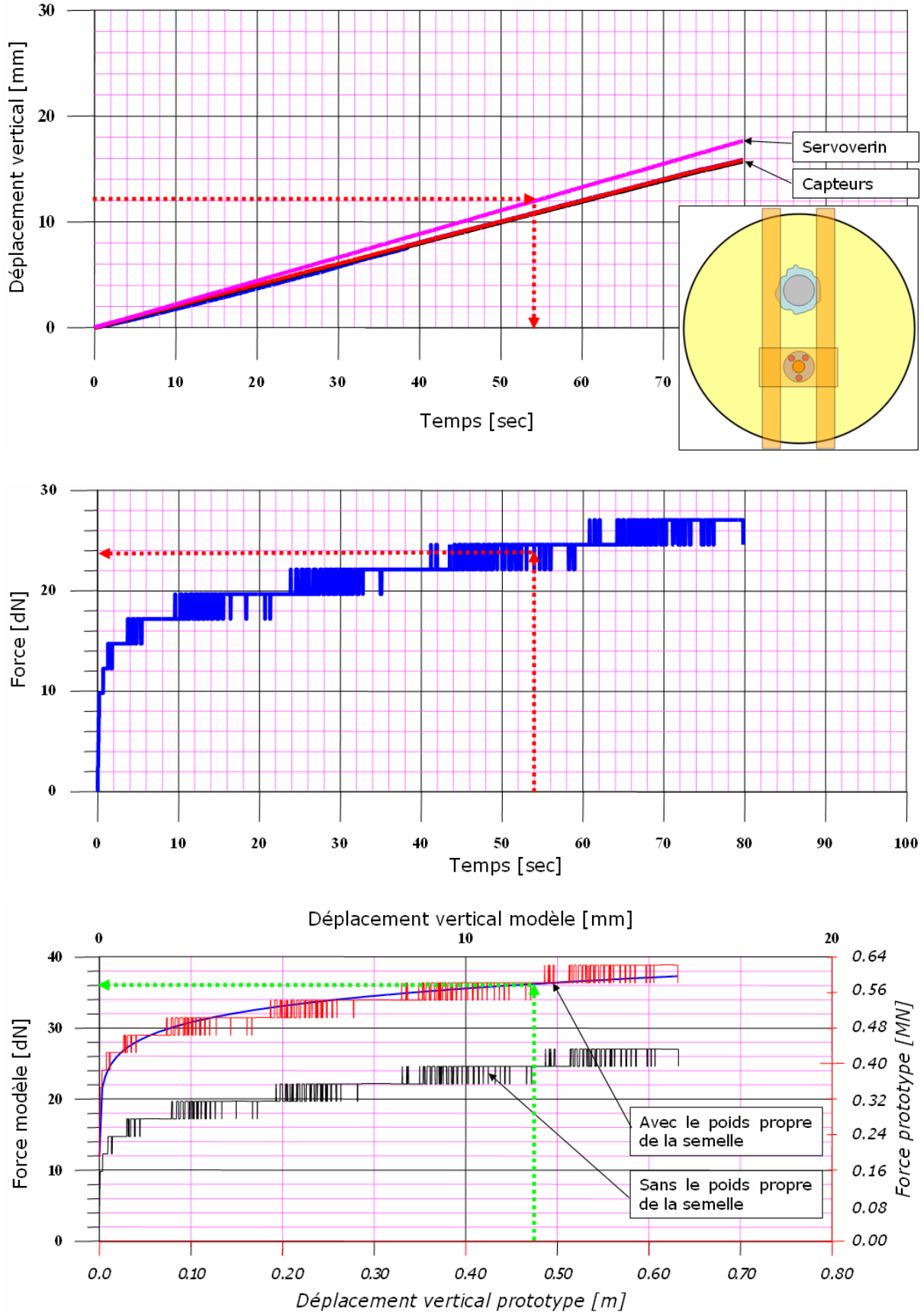


Figure 3.10 – Deuxième essai de chargement de semelle sous force verticale centrée

Tableau 3.4 – Résumé des résultats de la première séance d'essais

GRANDEUR PHYSIQUE	UNITÉ	ESSAI 1	ESSAI 2	MOYEN
MODÈLE				
Gravité centrifuge	[g]	**40.00**		
Rayon de la fondation	[cm]	**6.00**		
Masse de la fondation	[kg]	**0.30**		
Réaction maximale mesurée	[N]	**238.00**	**239.00**	**238.50**
PROTOTYPE				
Rayon de la fondation	[m]	**2.40**		
Réaction maximale prototype	[kN]	**380.80**	**382.40**	**381.60**
Poids de la fondation prototype	[kN]	**188.35**	**188.35**	**188.35**
Force portante prototype	[kN]	**569.15**	**570.75**	**569.95**
Pression ultime prototype	[kPa]	**31.45**	**31.54**	**31.50**
Pression exercée par la fondation seule	[kPa]	**10.41**	**10.41**	**10.41**
Cohésion uniforme équivalente	[kPa]	**5.20**	**5.21**	**5.21**

La répétitivité entre les deux essais est très satisfaisante. Si l'on considère la solution théorique exacte $N_{\max} = 6.06 C_0 \pi r^2$ pour un sol homogène on peut évaluer la cohésion uniforme équivalente du sol qui est à peu près $5.2[\mathrm{kPa}]$ (valeurs prototypes). Cette valeur est considérablement plus grande que celle mise en évidence sur les profils de la Figure 3.8. Cette différence est due à l'augmentation de cohésion créée par le poids propre de la semelle, qui représente presque un tiers de la force portante mesurée.

3.3 Deuxième séance d'essais

Les essais effectués pendant la deuxième séance avaient comme objectif la détermination de la capacité portante d'une fondation circulaire sous un chargement incliné et excentré.

3.3.1 Configurations testées

Le programme de la deuxième séance comportait trois essais : deux essais sous force inclinée et excentrée et un essai sous force verticale centrée.

Il a été décidé d'effectuer deux essais sous chargement incliné et excentré de manière exactement identique afin d'examiner la répétitivité des résultats. L'essai sous force verticale centrée a été effectué afin de mesurer la force verticale maximale supportée par la semelle. Cela était nécessaire afin d'avoir une estimation précise de cette quantité, car les essais de la première séance avaient mis en évidence que la résistance du sol localement au dessous de la superstructure (et par conséquent, la capacité portante du système) dépendaient fortement du poids de la superstructure à travers la procédure de consolidation.

Les essais ont été effectués pendant deux jours. Lors du premier jour, le premier essai sous chargement incliné et excentré a été effectué ainsi que l'essai sous chargement vertical centré. La configuration installée dans la nacelle de la centrifugeuse pour les essais du premier jour est présentée sur la Figure 3.11(a). Lors du deuxième jour, le deuxième essai sous chargement incliné et excentré a eu lieu. La configuration de l'essai est présentée sur la Figure 3.11(b).

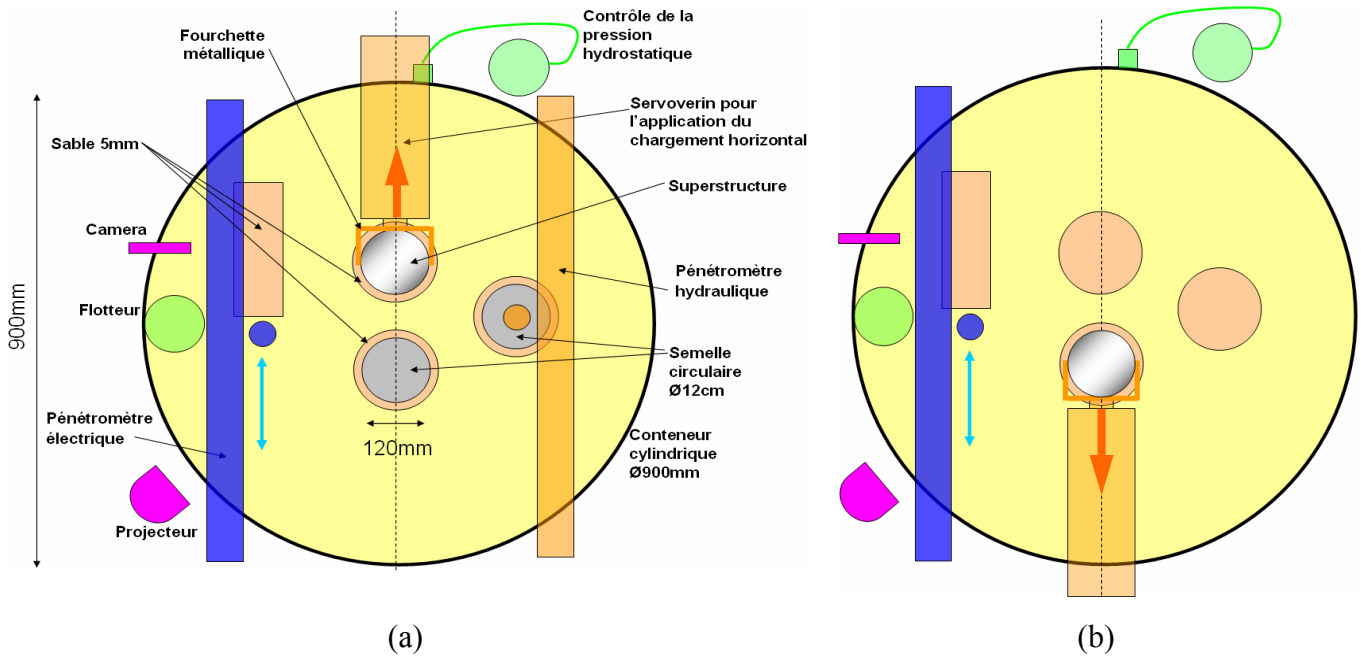


Figure 3.11 – Configurations testées pendant la deuxième séance d'essais : (a) *Lors du premier jour et* (b) *Lors du deuxième jour. Les flèches indiquent le sens du chargement appliqué.*

Conteneur cylindrique et massif du sol

Le conteneur cylindrique de $90\mathrm{cm}$ a été utilisé et la même procédure de préparation du massif de sol a été suivie comme pour la première séance d'essais afin d'assurer que le sol possède les mêmes propriétés de rigidité et de résistance. Le conteneur cylindrique avec le massif du sol, avant son positionnement dans la nacelle de la centrifugeuse, est présenté sur la Figure 3.12(a).

Superstructure pour les essais sous force inclinée et excentrée

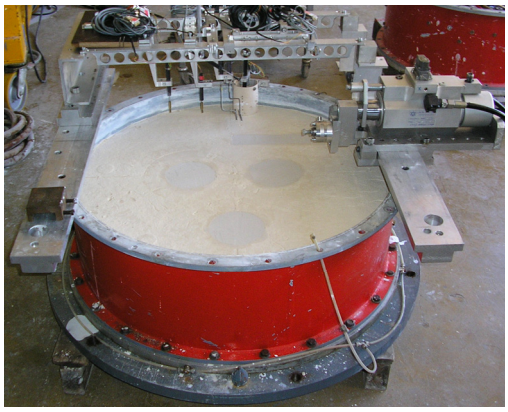
Pour l'exécution des essais sous force inclinée et excentrée une superstructure-modèle métallique a été conçue et fabriquée[1]. Il s'agit d'un cylindre fermé (par dessous et par dessus) de $12\mathrm{cm}$ de diamètre et de hauteur $h = 2D = 24\mathrm{cm}$. Le poids de la superstructure (modèle) était $679,7\mathrm{g}$. La superstructure a été conçue de manière que la force horizontale soit appliquée exactement à mi-hauteur au moyen du servoverin hydraulique (le même qui a été utilisé pendant la première séance d'essais) (*cf.* Figure 3.12(a)). Ainsi, le poids propre de la superstructure combinée avec le couple force horizontale – moment ont créé une force résultante inclinée et excentrée développée sur l'interface sol - superstructure. La superstructure-modèle est présentée sur la Figure 3.12(b). On peut y noter les petites pièces métalliques collées sur la face supérieure et à mi-hauteur du cylindre. Les premières aident à la liaison des capteurs qui suivront les déplacements de la superstructure lors de l'essai. Les deuxièmes sont destinées à permettre l'application du chargement horizontal par le servoverin hydraulique au moyen d'une fourchette métallique. En partie basse du corps du cylindre, quatre petits trous ont été ouverts afin de permettre la pénétration de l'eau dans le cylindre et ainsi annihiler la poussée d'Archimède lors de l'ajout d'une couche d'eau à la surface du sol avant l'exécution des essais.

Semelles circulaires, pénétromètres

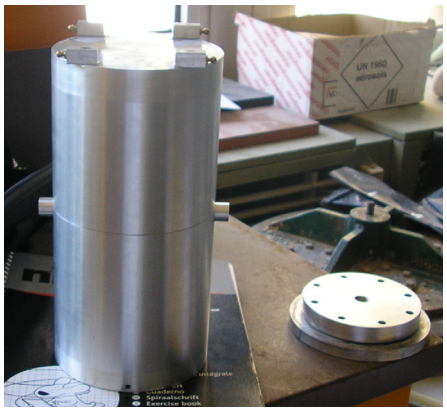
Comme pour les essais de la première séance, une partie de la procédure de consolidation a été effectuée en vol. Il était nécessaire de garantir que le sol suive le même trajet de chargement, notamment aux endroits où la superstructure serait placée. À cette fin, lors de l'exécution du premier essai une semelle circulaire de $12\mathrm{cm}$ de diamètre et de poids identique à celui de la superstructure à été placée à la position de la superstructure envisagée pour le deuxième essai. La semelle utilisée est présentée sur la Figure 3.12(b) : il s'agit de la semelle utilisée pendant la première séance d'essais, sur laquelle on a ajouté le poids supplémentaire nécessaire. Pour l'exécution du deuxième essai la semelle a été retirée et la superstructure a été placée à la position envisagée. En parallèle, le servoverin hydraulique a été placé à la position diamétralement symétrique sur les parois du conteneur, comme il est présenté sur la Figure 3.11(b). Une deuxième semelle identique (même poids, même diamètre) a été utilisée pour l'exécution de l'essai sous force verticale centrée. L'application du chargement vertical centré a été effectuée par le pénétromètre hydraulique du LCPC. La puissance de l'appareil était suffisante pour garantir le bon déroulement de l'essai. En outre, le pénétromètre électrique a été utilisé pour la mesure de la cohésion du sol. Le pénétromètre hydraulique est présenté sur la Figure 3.13(a) et le pénétromètre électrique sur la Figure 3.13(b).

---

[1] Comme une troisième séance d'essais est déjà planifiée et porte sur la détermination de la capacité portante ***sismique***, la même superstructure sera utilisée comme bâtiment-modèle pour la reproduction d'une vraie rupture sismique au niveau de la fondation.

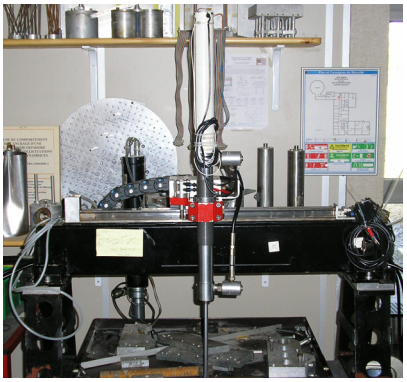


(a)

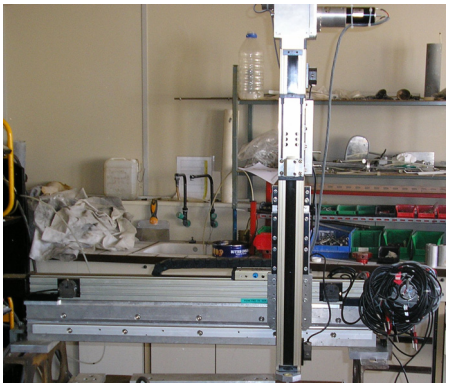


(b)

Figure 3.12 – (a) *Conteneur cylindrique et massif de sol. À droite, le servoverin hydraulique pour l'application du chargement horizontal.* (b) *Superstructure modèle de forme cylindrique. On peut noter les petites pièces métalliques pour l'application du chargement et l'attachement des capteurs ainsi que le trou à la base du cylindre. À droite, la semelle circulaire de la première séance d'essais avec le poids supplémentaire.*



(a)



(b)

Figure 3.13 – (a) *Pénétromètre hydraulique utilisé pour l'exécution de l'essai sous force verticale centrée* (b) *Pénétromètre électrique pour la détermination du profil de cohésion du sol.*

Couches minces de sable et contrôle de la pression hydrostatique

Afin que les résultats des essais sous force inclinée et excentrée soient comparables avec la solution théorique établie, il fallait que les configurations testées permettent le décollement de la superstructure sans aucune force d'adhésion sur l'interface sol-structure. À cette fin, une excavation de $5\mathrm{mm}$ de profondeur a été faite aux positions envisagées pour les trois essais et une couche mince de sable y a été placée. Cela est représentée sur la Figure 3.11(a) et sur la Figure 3.12(a). La même configuration a été reproduite dans une partie du trajet du pénétromètre électrique (*cf.* Figure 3.11(a)) afin de permettre une évaluation de l'effet de la mince couche de sable sur le profil de cohésion du sol. Le contrôle de la pression interstitielle dans le massif de sol a été effectué de la même manière qu'à la première séance.

Instrumentation

Le niveau de complexité assez élevé des essais a exigé un nombre de capteurs plus important que pour les essais de la première séance. La Figure 3.14 présente schématiquement les différents capteurs qui ont été utilisés lors des essais ainsi que leurs positions.

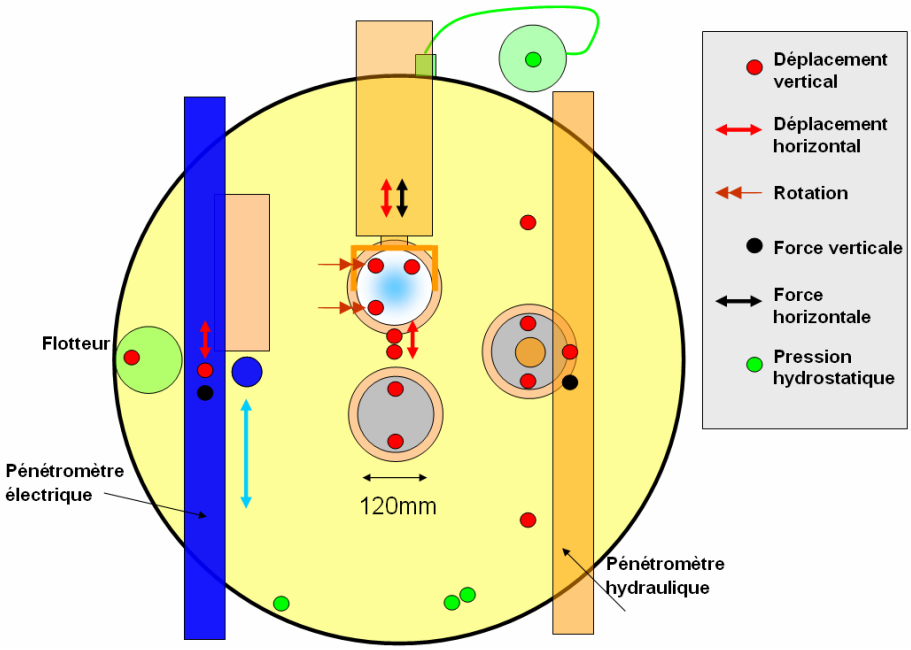


Figure 3.14 – Instrumentation pour les essais de la deuxième séance

Capteurs de déplacement. Un nombre important de capteurs de déplacement a été utilisé. Plus précisément, il y a eu :

- Deux capteurs de déplacement vertical pour le suivi du tassement du sol lors de la phase de consolidation en vol.

- Trois capteurs de déplacement vertical et un capteur de déplacement horizontal attachés au sommet de la superstructure.

- Deux capteurs de déplacement vertical placés juste derrière la superstructure. Leur objectif était de mesurer le tassement ou soulèvement du sol lors des essais sous force horizontale dus au mécanisme de rupture induit et à l'affaiblissement du sol.

- Deux capteurs de déplacement vertical sur la semelle qui se trouvait à la position envisagée de la superstructure pour le deuxième essai. Ils étaient destinés à mesurer la différence de tassement du sol entre la surface libre et un point sous la semelle.

- Deux capteurs de déplacement vertical sur la semelle qui a été soumise à la force verticale centrée.

- Un capteur de déplacement vertical et un capteur de déplacement horizontal pour le suivi du mouvement du pénétromètre électrique.

- Un capteur de déplacement vertical pour le suivi du pénétromètre hydraulique.

- Un capteur de déplacement vertical dans le flotteur pour le contrôle de la pression interstitielle dans le massif.

- Un capteur de déplacement horizontal contrôlait l'application du chargement par le servoverin hydraulique.

Capteurs de rotation. Deux capteurs de rotation ont été utilisés pour la mesure de la rotation de la superstructure. Ils étaient attachés au sommet de la superstructure aux endroits indiqués sur la Figure 3.14.

Capteurs de force. Un capteur de force verticale a été placé sur le pénétromètre électrique et un autre au pénétromètre hydraulique. Un capteur de force horizontale a été utilisé sur le servoverin hydraulique.

Capteurs de pression. Deux capteurs de pression interstitielle ont été placés à deux cotes différentes dans le massif de sol. Un troisième a été placé dans le tube cylindrique à côté du conteneur cylindrique, utilisé pour imposer une pression hydrostatique contrôlée à la base et à la surface du massif de sol. Finalement, un quatrième capteur de pression a été placé à la surface pour vérifier la présence de la nappe

Le Tableau 3.5 présente les capteurs utilisés dans les essais de la deuxième séance.

Tableau 3.5 – Paramètres à suivre et diapositifs expérimentaux - Deuxième séance

Quantité mesurée	Capteurs utilisés	Nombre de capteurs
Tassement du sol	Capteurs de déplacement vertical	2
Déplacements de la Superstructure-modèle	Capteurs de déplacement vertical Capteurs de déplacement horizontal Capteurs de rotation	3 1 2
Tassement / rotation de la seconde semelle	Capteurs de déplacements verticaux	2
Déplacements verticaux du sol derrière la superstructure	Capteurs de déplacement vertical	2
Tassement de la semelle (essai force verticale centrée)	Capteurs de déplacement vertical	2
Servoverin hydraulique	Capteur de déplacement horizontal Capteur de force	1 1
Pénétromètre hydraulique	Capteur de déplacement vertical Capteur de force	1 1
Pénétromètre électrique	Capteur de déplacement vertical Capteur de déplacement horizontal Capteur de force	1 1 1
Pression interstitielle	Capteurs de pression (Massif du sol) Capteurs de pression (Tube extérieure) Flotteur (Capteur de déplacement vertical) Flotteur (Capteur de pression)	2 1 1 1
	NOMBRE TOTAL DE CAPTEURS	**26**

3.3.2 Présentation des résultats

On présente dans ce paragraphe les résultats obtenus dans les essais. Les différents diagrammes qui sont présentés reflètent les phases successives qui ont eu lieu lors de l'exécution des essais.

Tout d'abord la configuration à tester a été soigneusement préparée, les capteurs calibrés et vérifiés et finalement une mince couche d'eau a été ajoutée à la surface du sol pour assurer que le sol est partout saturé. Ensuite les phases suivantes ont eu lieu :

1. Démarrage de la centrifugeuse et accélération jusqu'à ce que la valeur prescrite de $40\mathrm{g}$ soit atteinte.

2. Première phase de consolidation : La rotation de la centrifugeuse a été maintenue pour que la procédure de consolidation se produise dans le sol sous l'effet de la gravité amplifiée.

3. Lors de la première phase de consolidation un problème a été observé au point d'attache de la fourchette métallique sur le servoverin hydraulique. La centrifugeuse a été arrêtée immédiatement afin de résoudre ce problème. L'instrumentation utilisée et le suivi soigneux de l'essai en temps réel ont permis de mettre en évidence le problème avant qu'il ne compromette l'essai.

4. Après la résolution du problème, la procédure de consolidation a été reprise. La fin de la consolidation a été déterminée par la méthode empirique d'Asaoka.

5. Le premier essai sous force inclinée et excentrée a été effectué à la fin de la procédure de consolidation. Il a été suivi par l'essai sous force verticale centrée. En parallèle, deux essais pénétrométriques ont été effectués pour la mesure du profil de cohésion du sol.

6. La centrifugeuse a été ralentie jusque l'arrêt définitif. La configuration à tester pour le deuxième essai sous force inclinée et excentrée a été préparée. Le deuxième essai a été exécuté le lendemain.

7. La centrifugeuse a été redémarrée et la phase de consolidation a été effectuée pour le deuxième essai.

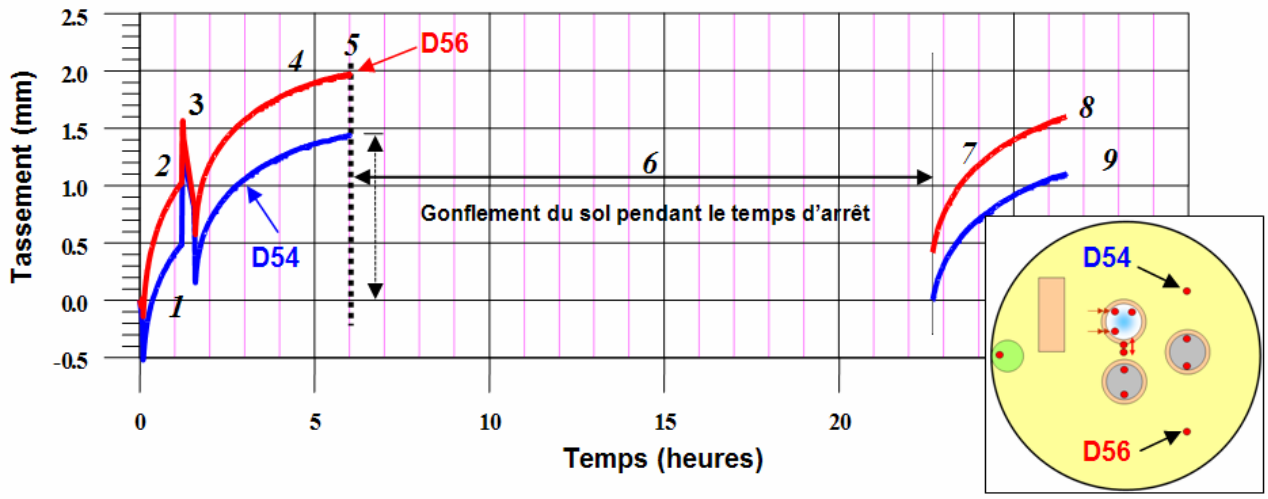
8. À la fin de la procédure de consolidation (méthode d'Asaoka), trois essais pénétrométriques ont été exécutés ainsi que l'essai sous force inclinée et excentrée.

9. Après l'achèvement des essais la centrifugeuse a été définitivement arrêtée. De nombreuses mesures (teneur en eau, poids propre *etc*.) ont été effectués sur le massif de sol.

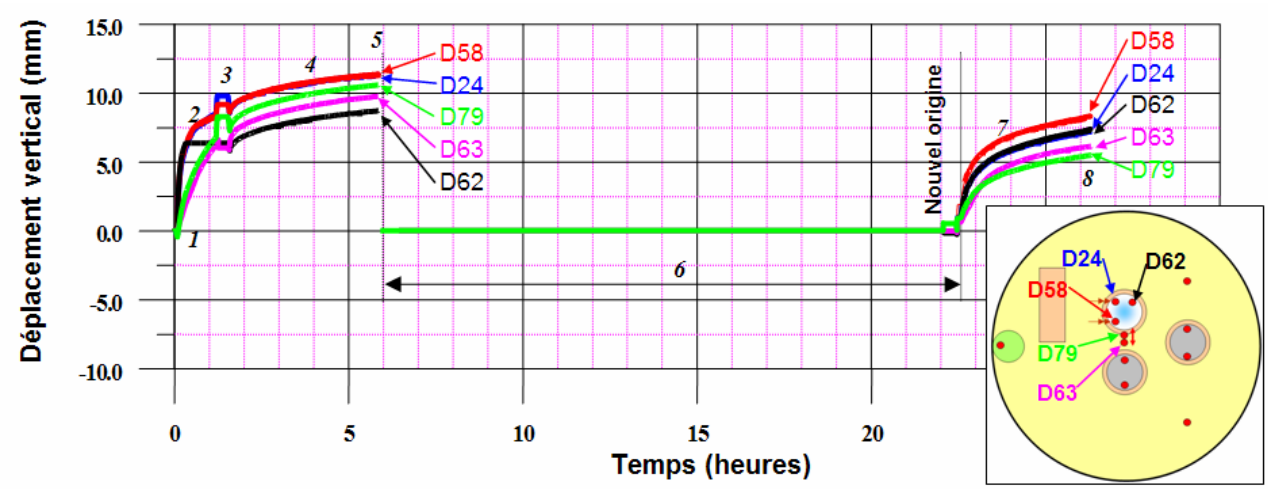
3.3.2.1 Résultats pertinents pour la phase de consolidation

On présente initialement les résultats qui portent sur la phase de consolidation avant les deux essais. Les résultats sont présentés sur la Figure 3.15. La Figure comporte trois diagrammes : a) tassement du sol – temps, b) tassements de la superstructure – temps et c) variation de la pression interstitielle – temps. L'échelle de temps couvre la durée totale des deux essais (26 heures). Le diagramme (a) met en évidence un comportement similaire à celui de la première séance : le tassement maximal du sol est de l'ordre de $1.1\mathrm{mm}$. (L'origine doit être considérée au point de redémarrage après la résolution du problème rencontré).

(a) *Tassement du sol*



(b) *Tassements de la superstructure*



(c) *Pression Interstitielle*

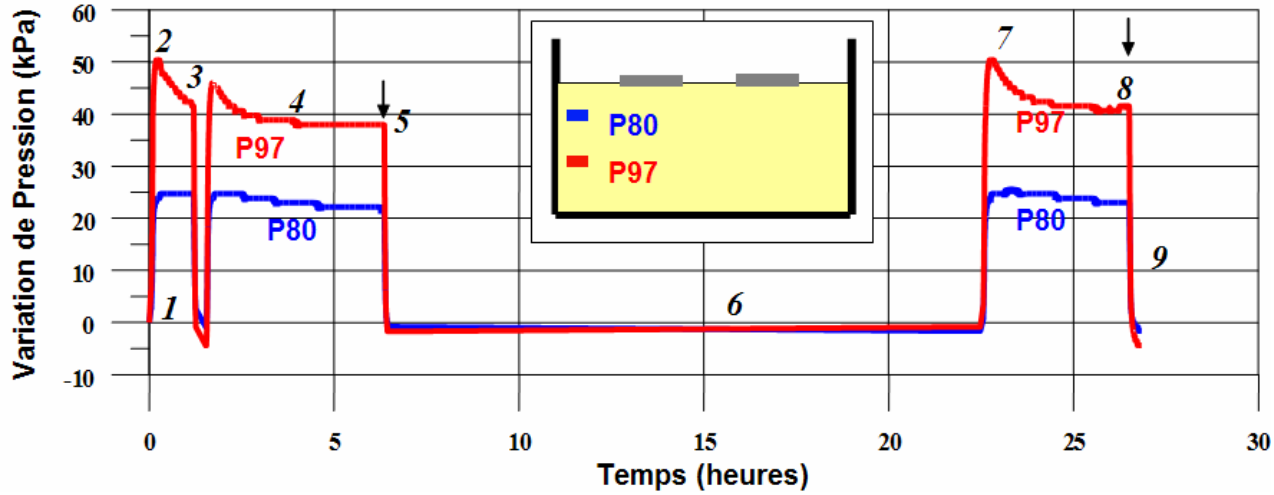
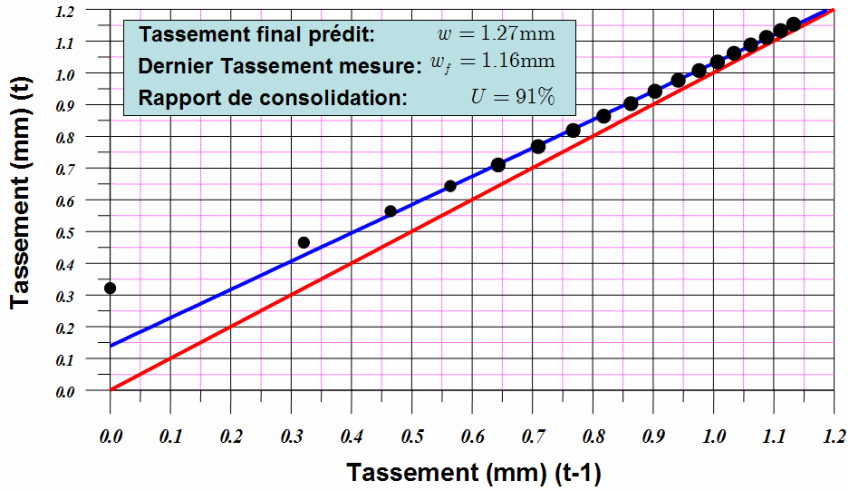


Figure 3.15 – Deuxième séance d'essais. Résultats pertinents pour la consolidation du sol. **1.** *Montée à 40g.* **2.** *Phase de consolidation.* **3.** *Problème rencontré – arrêt.* **4.** *Reprise de la phase de consolidation.* **5.** *Premier essai sous force horizontale, essai sous force verticale.* **6.** *Arrêt – préparation du deuxième essai.* **7.** *Deuxième phase de consolidation.* **8.** *Deuxième essai sous force horizontale.* **9.** *Arrêt définitif.*

Par contre, le diagramme (b) met en évidence un tassement de la superstructure beaucoup plus important que le tassement du sol. Lors de la première phase de consolidation, un tassement de l'ordre de $7.5\mathrm{mm}$ a été mesuré par les capteurs de déplacements. De plus, le capteur **D62** a présenté un problème, comme cela est clairement mis en évidence par le diagramme (b) de la Figure 3.15. La centrifugeuse a été arrêtée et on a trouvé que la fourchette métallique n'était pas convenablement attachée au servoverin. Ainsi, une partie de son poids propre était appliquée sur la superstructure. Cela a été identifié comme la raison du tassement excessif observé. Le problème a été réglé et la consolidation a été reprise. Lors de la deuxième phase de consolidation, le tassement moyen de la superstructure était $7\mathrm{mm}$. La fin de la consolidation a été déterminée par la méthode d'Asaoka de la même manière qu'à la première séance. Les résultats sont présentés sur la Figure 3.16.

(a) *Avant le premier essai*



(b) *Avant le deuxième essai*

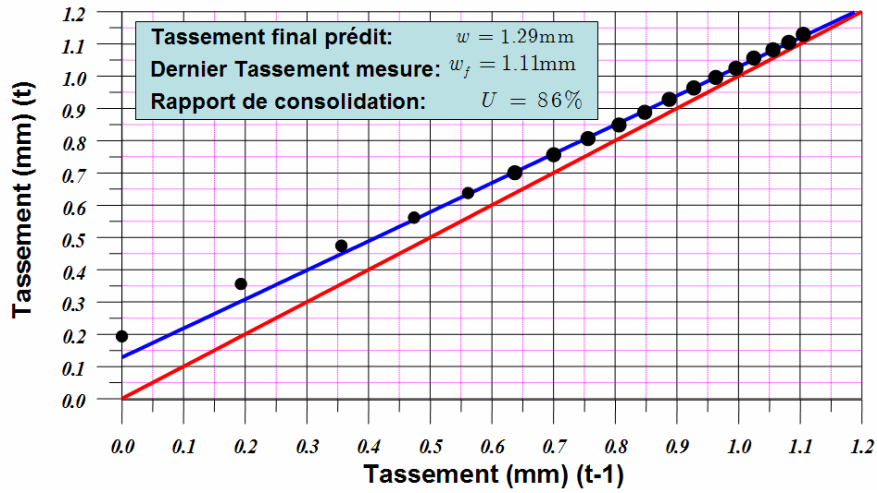


Figure 3.16– Deuxième séance d'essais : La méthode empirique d'Asaoka pour la détermination du rapport de consolidation ; (a) Mesures de tassements avant le premier essai et (b) Mesures de tassements avant le deuxième essai.

3.3.2.2 Profils de cohésion

Les profils de cohésion ont été déterminés au moyen d'essais pénétrométriques effectués en vol et par utilisation de la corrélation (3.5). Deux essais ont été effectués à la fin de la première phase de consolidation et trois essais à la fin de la deuxième phase de consolidation. Les profils déterminés sont présentés sur la Figure 3.17. L'importante propriété de répétitivité sur l'obtention du profil de cohésion est très satisfaisante et permet ainsi la comparaison des résultats des différents essais. On note aussi que les profils de cohésion sont semblables (un peu plus faibles) aux profils obtenus pendant la première séance d'essais (*cf.* Figure 3.8). Les profils mettent en évidence un gradient vertical de cohésion entre $1.20\,[\mathrm{kPa/m}]$ et $1.35\,[\mathrm{kPa/m}]$ (valeurs prototype).

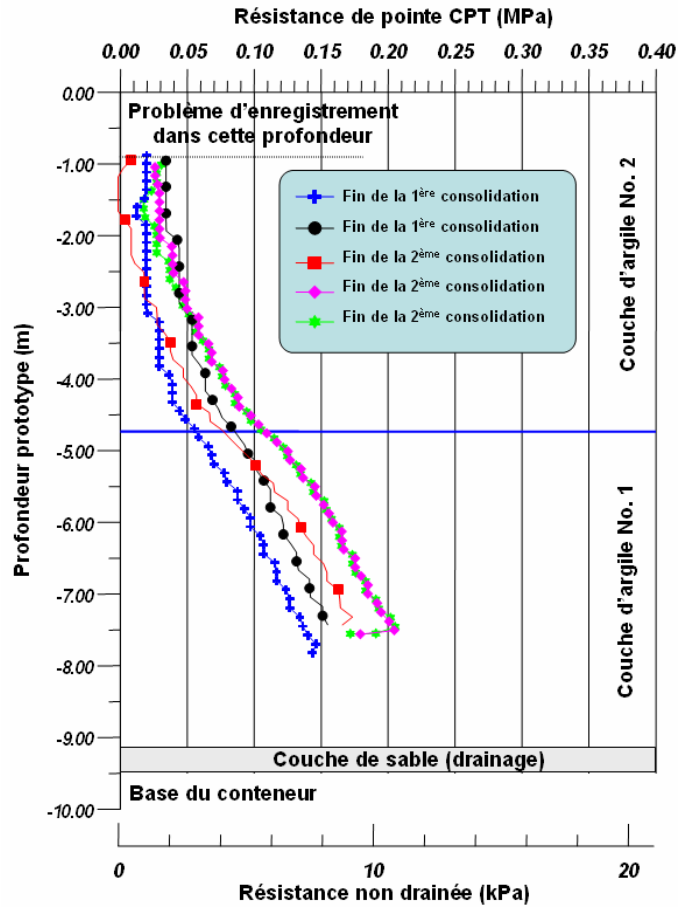


Figure 3.17– Profils de cohésion déterminés à la fin des deux phases de consolidation

3.3.2.3 Essai sous force verticale centrée

La Figure 3.18 présente les résultats de l'essai sous force verticale centrée. Trois diagrammes sont présentés : a) déplacement vertical – temps, b) force réaction – temps et c) force – déplacement vertical. L'essai a été effectué en augmentant le déplacement vertical de la semelle avec une vitesse de $0.22\,\mathrm{mm/sec}$. Les diagrammes mettent en évidence quatre phases dans l'exécution de l'essai :

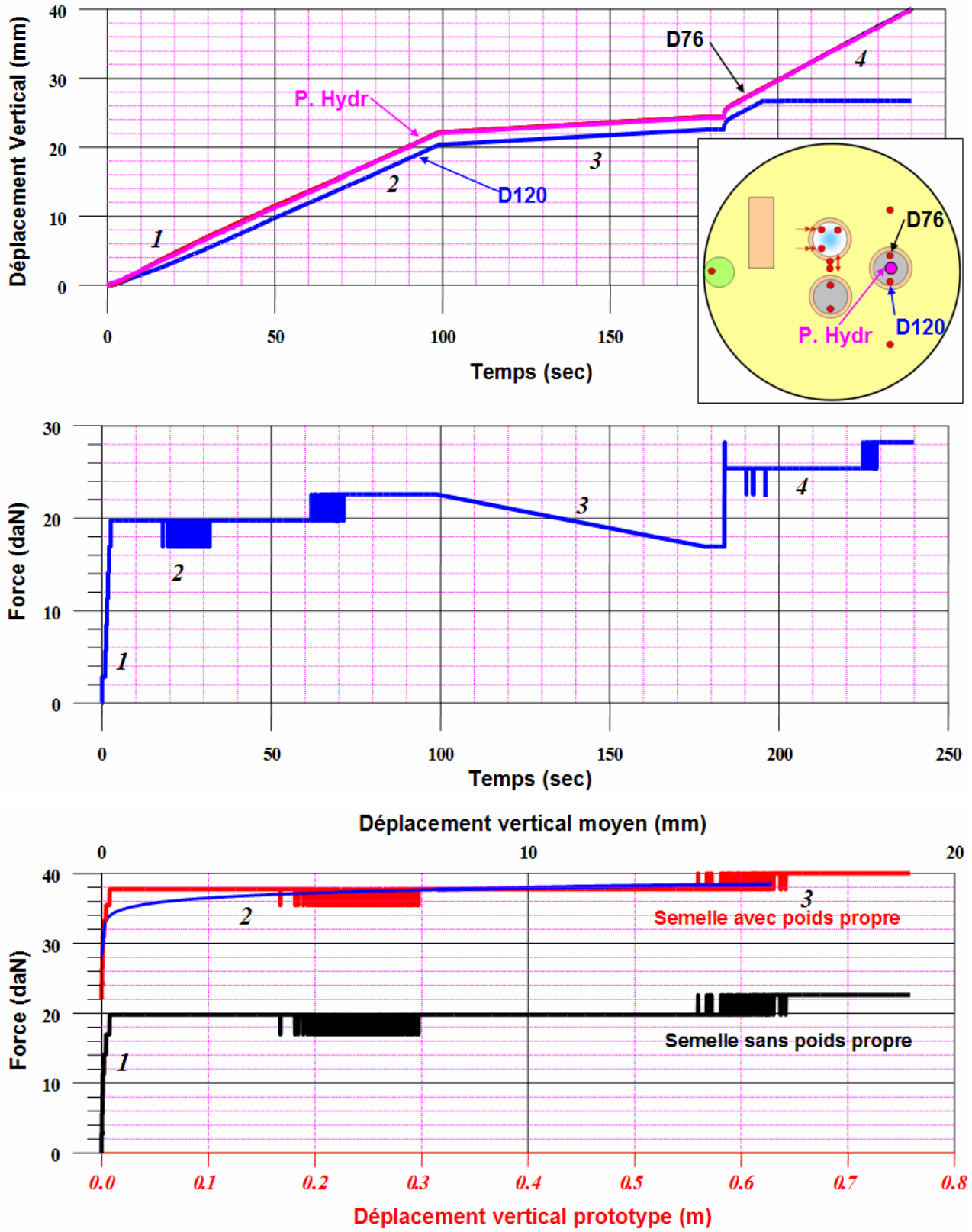


Figure 3.18 – Essai sous force verticale centrée. (a) *Diagramme déplacement vertical – temps,* (b) *Diagramme force réaction – temps et* (c) *Diagramme force – déplacement vertical.*

1. Démarrage de la centrifugeuse.

2. Chargement monotone : augmentation du déplacement vertical à une vitesse constante et égale à $0.22\,\mathrm{mm/sec}$.

3. Problème rencontré sur l'alimentation pneumatique du pénétromètre hydraulique.

4. Problème réglé et fin de l'essai.

Même s'il y a eu un problème sur l'alimentation pneumatique du pénétromètre hydraulique, cela n'a pas influencé l'essai. Le diagramme force – déplacement de la Figure 3.18 met en évidence que la fondation est arrivée très vite dans un état de rupture. La capacité portante mesurée est $38\,\mathrm{daN}{=}380\mathrm{N}$ (valeur modèle).

3.3.2.4 Essais sous force inclinée et excentrée

Les Figures 3.19 – 3.22 présentent les résultats des deux essais sous force inclinée et excentrée. Les essais ont été pilotés en déplacements : un déplacement horizontal a été appliqué par le servoverin à vitesse constante égale à $0.05\,\mathrm{mm/sec}$. Pour chaque essai, on présente six diagrammes :

(a) Diagramme force réaction (mesurée par le capteur de force du servoverin hydraulique) – temps. Il s'agit du capteur **F55**.

(b) Diagramme déplacement vertical du sol derrière la superstructure – temps. Il s'agit de mesures obtenues par les deux capteurs de déplacements positionnés juste derrière la superstructure. Ce sont les capteurs **D79** et **D63**.

(c) Diagramme déplacement (horizontal et vertical) – temps. Le diagramme présente les mesures acquises par les capteurs qui ont été attachés au sommet de la superstructure. Il y a trois capteurs de déplacement vertical (**D62**, **D24**, **D58**) et un capteur de déplacement horizontal (**D37**). Le diagramme présente aussi le déplacement horizontal mesuré par le capteur du servoverin et qui se réfère au centre de gravité (mi-hauteur) de la superstructure.

(d) Diagramme force horizontal – déplacement horizontal. Deux courbes sont présentées : la première a trait au déplacement horizontal au niveau du sommet de la superstructure (capteur **D37**). La deuxième se réfère au déplacement horizontal mesuré par le capteur du servoverin.

(e) Diagramme déplacement vertical – force horizontale. Les mesures du capteur de force (**F55**) sont juxtaposées aux mesures des cinq capteurs de déplacement vertical (**D62**, **D24**, **D58** sur le sommet de la superstructure et **D79**, **D63** derrière la superstructure).

(f) Diagramme moment de renversement - angle de rotation.

La remarque essentielle que l'on peut extraire des résultats est qu'il y a un effet $P-\delta$ assez important : cela est clair sur les diagrammes (a), (d), (e) et (f) pour les deux essais. La force horizontale (et le moment de renversement) arrivent à une valeur maximale et suivent ensuite une branche décroissante quasi-linéaire. Pour le premier essai (où il y avait un effet d'encastrement de la structure à cause du tassement excessif) la valeur maximale de la force horizontale mesurée était $48\mathrm{N}$. Pour le deuxième essai, la valeur maximale de la force horizontale était considérablement plus faible et ne dépassait pas la valeur de $34\mathrm{N}$.

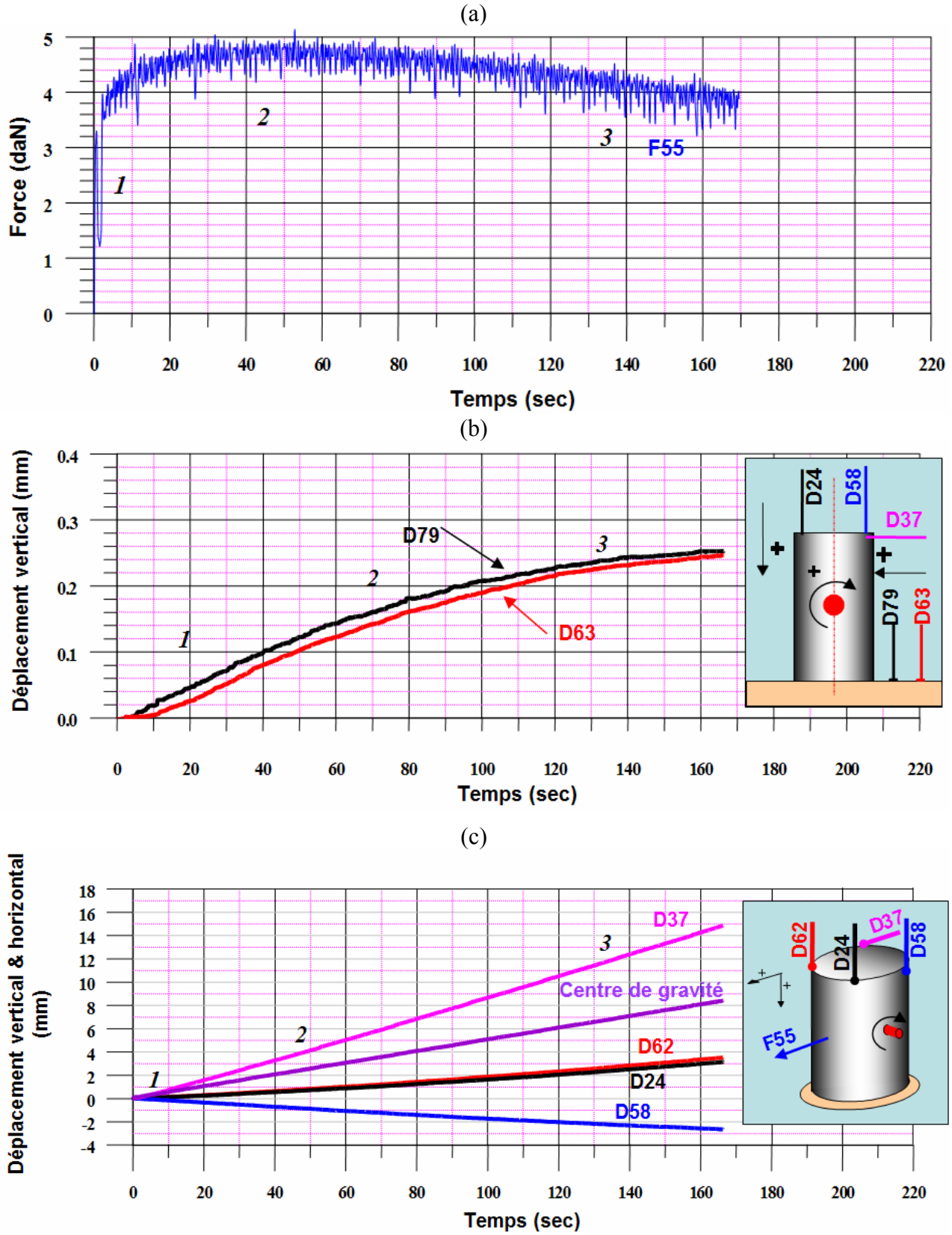


Figure 3.19 – Premier essai sous chargement incliné et excentré: (a) *Diagramme force horizontale – temps,* (b) *Diagramme déplacement vertical derrière la semelle – temps,* (c) *Diagramme déplacements (verticaux et horizontaux) de la superstructure – temps.*

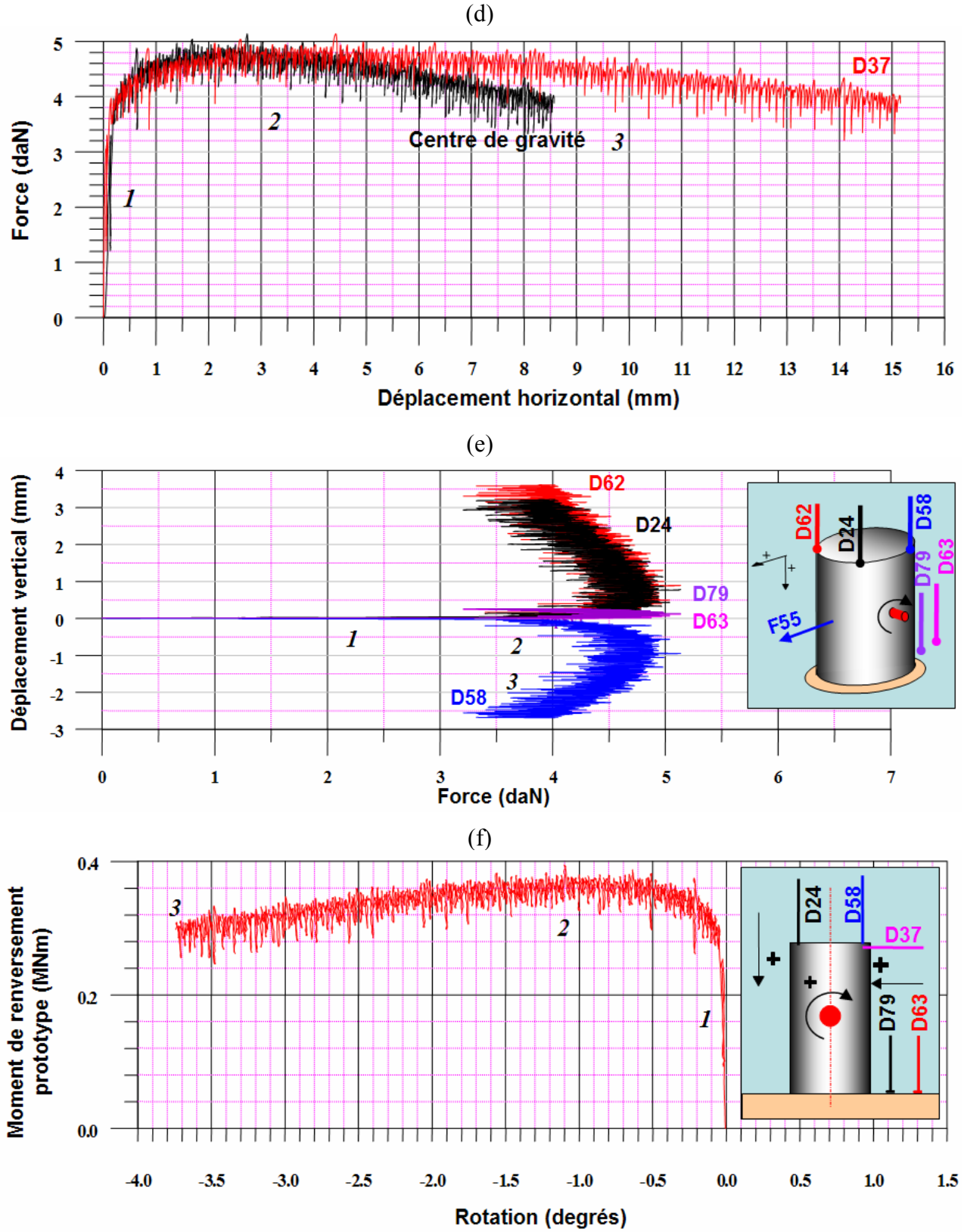


Figure 3.20 – Premier essai sous chargement incliné et excentré: (d) *Diagramme force horizontale – déplacement horizontal,* (e) *Diagramme déplacement vertical – force horizontale,* (f) *Diagramme rotation – moment de renversement.*

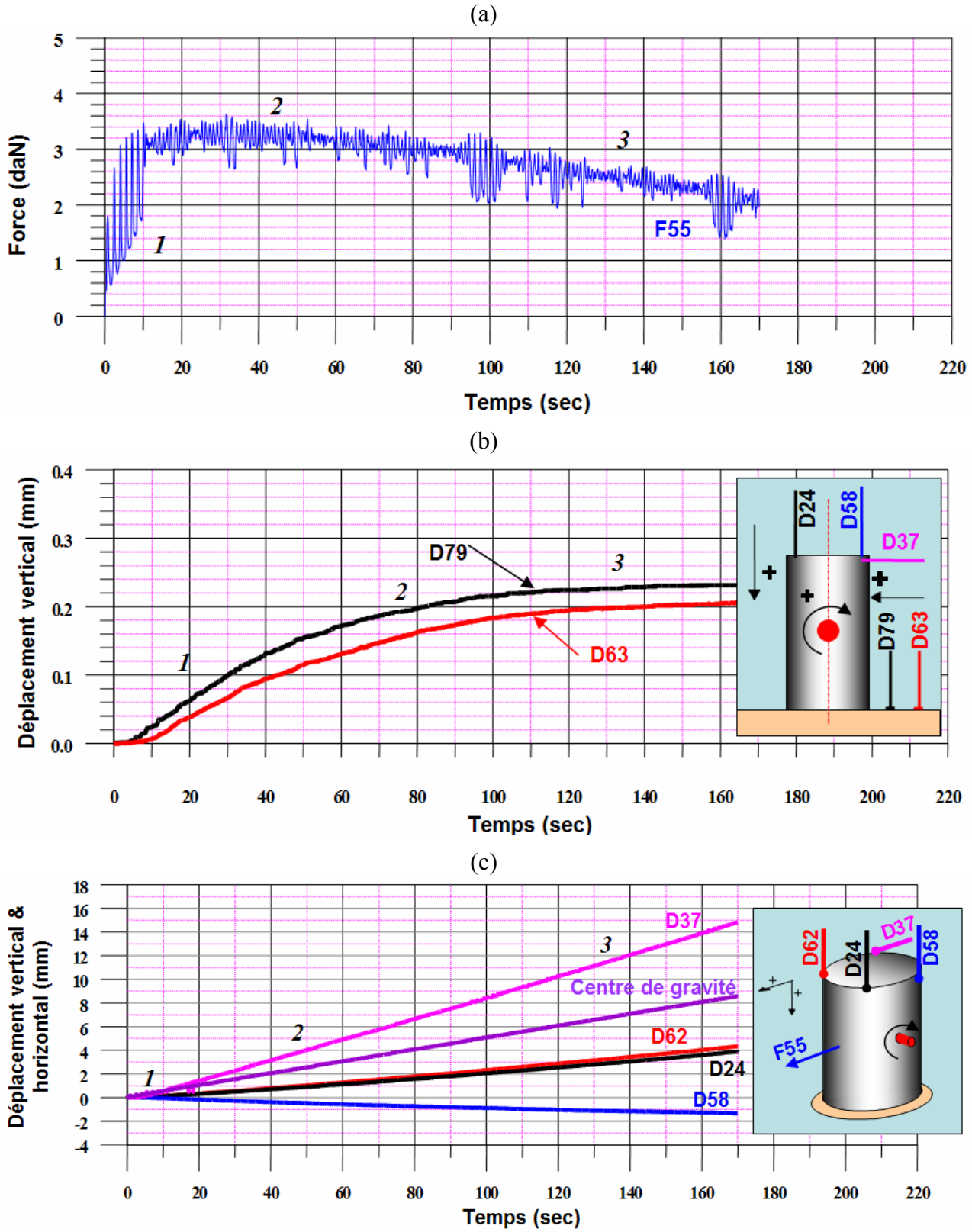
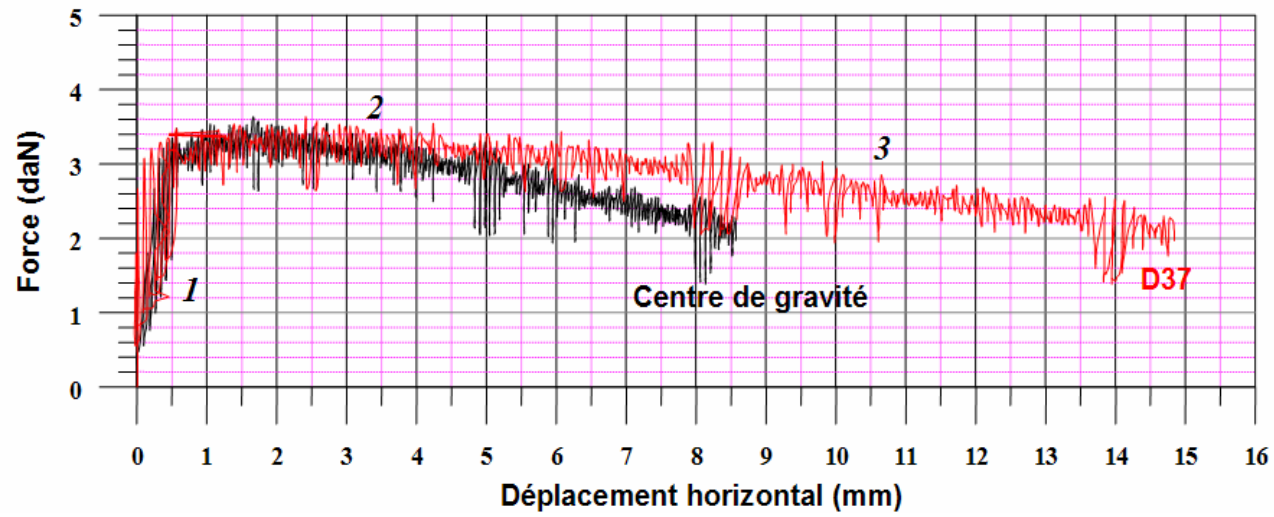
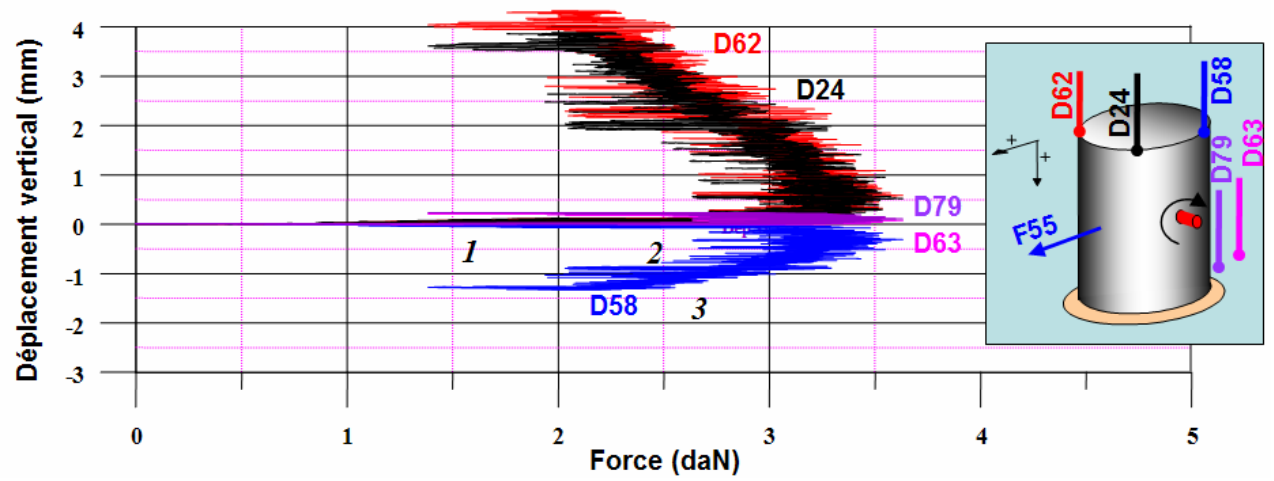


Figure 3.21 – Deuxième essai sous chargement incliné et excentré: (a) *Diagramme force horizontale – temps,* (b) *Diagramme déplacement vertical derrière la semelle – temps,* (c) *Diagramme déplacements (verticaux et horizontaux) de la superstructure – temps.*

(d)



(e)



(f)

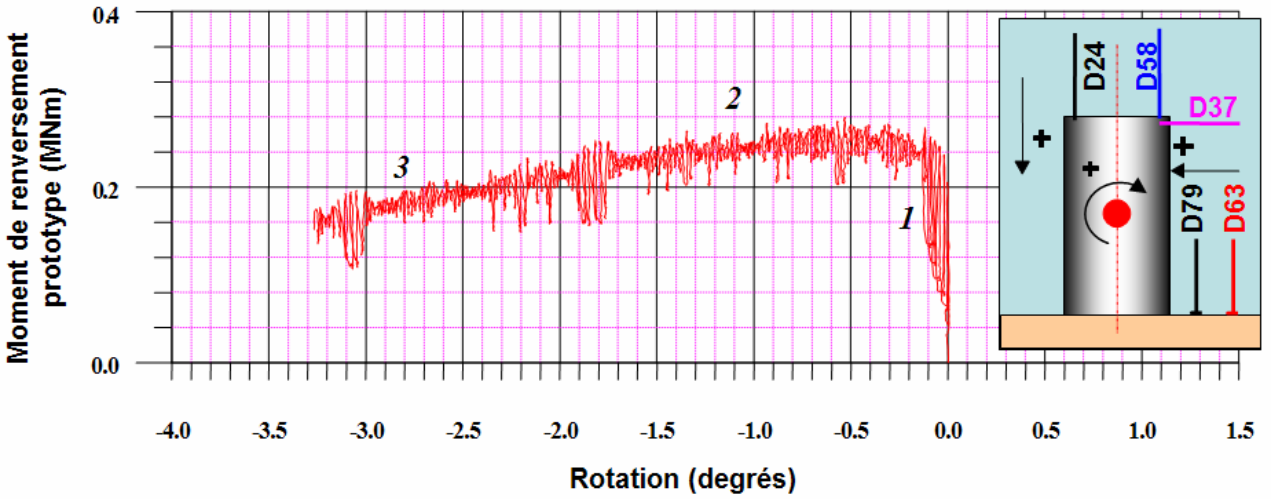


Figure 3.22 – Deuxième essai sous chargement incliné et excentré: (d) *Diagramme force horizontale – déplacement horizontal,* (e) *Diagramme déplacement vertical – force horizontale,* (f) *Diagramme rotation – moment de renversement.*

Le diagramme (b) représentant les déplacements du sol juste derrière la superstructure met en évidence un faible tassement du sol lors de l'essai de chargement. Cela peut être attribué à l'affaiblissement du sol dans le voisinage de la superstructure. Il semble que le sol est si faible que le mécanisme de rupture est produit par un tassement général autour de la superstructure.

Le Tableau 3.6 récapitule les résultats de la deuxième séance d'essais.

Tableau 3.6 – Résumé des résultats de la deuxième séance d'essais

ÉCHELLE MODÈLE				
GRANDEUR PHYSIQUE	**UNITÉ**	**VERTICAL**	**HORIZONTAL 1**	**HORIZONTAL 2**
Gravité centrifuge	[g]	40,00		
Rayon modèle	[cm]	6,00		
Masse de la fondation	[kg]	0,68		
Force horizontale mesurée	[N]	-	**48,00**	**34,00**
Moment mesuré	[Nm]		**5,76**	**4,08**
Force Réaction Mesurée	[N]	**200,00**	-	-

ÉCHELLE PROTOTYPE				
Rayon prototype	[m]	2,40		
Force réaction prototype	[kN]	320,00	-	-
Poids de la fondation prototype	[kN]	426,74	426,74	426,74
Capacité portante prototype	[kN]	746,74	746,74	746,74
Rapport poids/portance	[-]	0,57	0,57	0,57
Pression ultime prototype	[kPa]	41,27	41,27	41,27
Pression exercée par la fondation seule	[kPa]	23,58	23,58	23,58
Cohésion uniforme équivalente	[kPa]	6,82	6,82	6,82
Force horizontale mesurée	[kN]	-	76,80	54,40
Moment mesuré	[kNm]	-	368,64	261,12

Les résultats permettent une comparaison entre les expériences et deux solutions théoriques : a) l'équation de l'Eurocode 8 modifiée pour les semelles circulaires sur sols homogènes et b) les bornes supérieures pour la capacité portante sismique. Les deux approches sont amplement décrites au Chapitre 2. Les résultats sont présentés sur le **Error! Reference source not found.**.

La comparaison entre les résultats expérimentaux et les solutions théoriques montrent une réduction considérable de la capacité portante due à l'effet $P-\delta$. Cela est particulièrement évident pour le deuxième essai. Le premier essai donne des résultats qui se comparent bien avec la solution théorique en dépit de la présence de l'effet $P-\delta$. Ce comportement doit être attribué à

l'encastrement de la superstructure à cause du tassement excessif qui a été produit lors de la première phase de consolidation (problème d'attache de la fourchette métallique au servoverin).

Tableau 3.7 – Chargement d'une semelle circulaire sous force inclinée et excentrée. Comparaison entre les expériences et les solutions théoriques (Eurocode 8 – Bornes Supérieures).

SOLUTION THÉORIQUE				ESSAIS EXPÉRIMENTAUX	
GRANDEUR PHYSIQUE	UNITE	EUROCODE	BORNES SUPÉR.	HORIZONTAL 1	HORIZONTAL 2
Force Horizontale Prototype	[kN]	82,14	89,88	76,80	54,40
Moment prototype	[kNm]	394,27	431,43	368,64	261,12
Force horizontale modèle	[N]	**51,34**	**56,18**	**48,00**	**34,00**
Moment modèle	[Nm]	6,16	6,74	5,76	4,08

3.3.3 Conclusion

Les essais présentés ont surtout montré les grands défis rencontrés dans la simulation du problème de la capacité portante en laboratoire. Les résultats, qui ont porté sur la capacité portante d'une semelle circulaire sous chargement quasi-statique, ont mis en évidence les points suivants :

- La résistance et la rigidité faibles du sol de fondation choisi pour les essais ont joué un rôle primordial dans le comportement observé. Lors de la première séance, la faible résistance du sol a conduit à une forte influence du poids propre de la semelle sur le profil de cohésion obtenu localement sous la semelle. Lors de la phase de consolidation en vol, le poids propre de la semelle augmentait les contraintes sous la semelle et produisait une résistance plus importante que celle mise en évidence par les essais pénétrométriques. Ainsi, le profil de cohésion pertinent pour la portance de la fondation était mieux approximé par un profil homogène (gradient de cohésion nul). La même observation est restée vraie pour les essais sous force inclinée et excentrée et a conduit au besoin d'effectuer un essai sous force verticale centrée lors de la deuxième séance.

- Lors de la deuxième séance d'essais, la faible rigidité du sol a conduit à une diminution considérable de la capacité portante (sous force inclinée et excentrée) à cause de l'effet $P-\delta$, élément qui n'est pas inclus dans la solution théorique. On note que l'effet $P-\delta$ a été produit parce que les déplacements induits sur la superstructure étaient déjà importants pour des valeurs de la force appliquée plus faibles que la portance du système.

- Une observation similaire concerne l'effet d'encastrement de la superstructure qui augmente la capacité portante, élément qui n'est pas inclus non plus dans la solution théorique. La grande majorité des configurations de fondations superficielles mettent en évidence une (probablement très faible, mais présente) profondeur d'encastrement. Dans le cas de la structure testée l'effet d'encastrement a été produit par le tassement de la structure sous son poids propre puisque le sol de fondations était très mou.

- Le profil de sol a été choisi en fonction de l'expérience acquise au sein du LCPC et il a garanti une répétitivité très satisfaisante des résultats des essais. On rappelle qu'une des raisons qui ont conduit à la sélection du sol était l'observation que les ruptures sismiques

au niveau de la fondation touchent principalement les sols cohérents faibles. Ainsi, une interprétation plus concrète du rôle du profil de sol choisi sera possible lors de la troisième séance d'essais.

- La comparaison des résultats expérimentaux avec la solution théorique a montré que la solution théorique peut donner une prédiction satisfaisante de la capacité portante à condition que l'effet $P-\delta$ et l'effet d'encastrement de la fondation soient négligeables. Par conséquent, la solution théorique doit être utilisée avec précaution dans le cas de sols mous, sols qui entraînent des déplacements importants.

La mise en œuvre des expériences a mis l'accent sur un aspect du comportement du système qui a été « caché » par le traitement théorique dans le cadre du Calcul à la Rupture : il s'agit de l'aspect des déplacements de la fondation et de la manière dont ils influencent la capacité portante du système. Dans le chapitre suivant, on va tenter de lier les déplacements et les efforts du système sol-fondation dans un modèle global : c'est l'idée de macroélément pour le système sol-fondation.

Chapitre 4

Développement du macroélément

En bref…

Ce chapitre est consacré au développement du macroélément comme un outil pratique pour l'évaluation de l'interaction dynamique sol-structure. Après la grande parenthèse que l'on a ouverte pour le traitement du problème de la capacité portante sismique des fondations superficielles, on revient au problème posé à la fin du Chapitre 1 et on propose une nouvelle formulation pour le macroélément. On rappelle que le macroélément peut être vu comme l'élément de liaison qui est placé à la base de la superstructure et dont l'objectif est de reproduire les non-linéarités qui se produisent au niveau de la fondation et qui influencent considérablement la réponse du système structure-fondation-sol.

Le chapitre commence avec une présentation des travaux antérieurs sur le problème. On se réfère aux travaux initiaux de Nova & Montrasio, qui ont introduit le terme « macroélément » dans la problématique des fondations superficielles et ont formulé le premier macroélément pour une fondation filante sur sol frottant afin d'avoir un outil d'évaluation des déplacements de la semelle sous un chargement généralisé. On décrit comment le domaine d'application a été étendu aux problèmes du génie parasismique avec les travaux de Paolucci et surtout de Crémer, qui a formulé le macroélément le plus avancé comportant un modèle pour la description de la non-linéarité matérielle du système (plasticité) et un modèle concernant la non-linéarité géométrique (décollement), élément essentiel des applications parasismiques. On insiste sur le fait que tous les modèles antérieurs ont utilisé la surface ultime du système sol-fondation comme la surface de charge pour le modèle de plasticité, caractéristique qui a parfois posé des problèmes tant pour la formulation du modèle de plasticité que sur le traitement numérique du problème.

On présente ensuite une nouvelle structure pour le macroélément qui part de l'hypothèse que la surface ultime du système coïncide avec la surface de charge du modèle de plasticité. Par contre, on attribue à la surface ultime sa vraie signification (en termes du Calcul à la Rupture) qui est le domaine des chargements supportables par le système. Cela nous permet de formuler les modèles de plasticité et de décollement de manière indépendante de la surface ultime mais de telle façon que les états de chargement obtenus pour le système soient contenus à l'intérieur de la surface ultime.

La formulation de macroélément proposée contient alors deux modèles couplés : le premier est le modèle de plasticité, qui vise à décrire la non-linéarité matérielle du système et à

reproduire la partie irréversible et dissipative de la réponse du système. Un modèle associé est formulé pour être cohérent avec le comportement non drainé des sols, puisque les chargements sismiques sont de durée très courte. Le modèle appartient à la classe de « modèles hypoplastiques à surface d'appui », particulièrement adapté pour la description du comportement des sols sous chargements cycliques.

Le deuxième est le modèle de décollement décrivant la partie réversible et non dissipative de la réponse du système. Pour celui-ci on formule un modèle élastique non-linéaire qui respecte le caractère non dissipatif du phénomène et décrit de manière phénoménologique les effets du décollement sur la réponse du système. Le couplage entre les deux modèles est obtenu de manière naturelle, sans l'introduction de paramètres supplémentaires, en laissant les paramètres du modèle de décollement être fonctions des paramètres de chargement (forces) du système.

Le modèle est résolu numériquement avec un schéma régi par les déplacements dont les avantages sont la simplicité et la flexibilité. Ainsi, il est facile d'incorporer le modèle dans la structure classique des codes éléments finis et de l'utiliser pour l'analyse dynamique non-linéaire de structures réelles. On présente quelques résultats obtenus avec le modèle qui portent sur le comportement du système sous chargements quasi-statiques monotones et cycliques et on donne finalement une application du macroélément dans l'analyse dynamique non-linéaire d'une pile de pont réel.

4 Développement du macroélément

4.1 Introduction et état de connaissances

4.1.1 Généralités

Après la grande parenthèse que l'on a ouverte pour le traitement du problème de la capacité portante sismique des fondations superficielles, on revient maintenant aux objectifs posés à la fin du Chapitre 1. Ainsi, le présent chapitre est consacré au développement du macroélément pour l'évaluation de l'interaction dynamique sol – structure. Les résultats du Chapitre 2 serviront, entre autres, pour les développements suivants.

On donne initialement une brève description des travaux antérieurs sur le concept du macroélément, ce qui permettra de souligner les apports de notre modèle. Comme on l'a vu, le macroélément peut être conçu comme un élément de liaison entre la superstructure et le système sol – fondation. On a vu que, pour les besoins de la méthode de conception parasismique des fondations basée sur les déplacements, cet élément doit être muni d'une « loi de comportement » ***non-linéaire***. Ainsi, il est possible d'évaluer les déplacements résiduels qui sont produits au niveau de la fondation lors d'un séisme.

Une loi de comportement non-linéaire est alors, d'emblée, la caractéristique essentielle d'un modèle de macroélément. Les premiers modèles de macroéléments ont été développés pour la description du comportement non-linéaire de fondations sous chargements quasi-statiques monotones et cycliques. Ces modèles ont été appliqués surtout à la prédiction des tassements de structures sous un chargement généralisé (force inclinée et excentrée sur la fondation), problème particulièrement important pour le dimensionnement des fondations dans l'industrie off-shore. Suivant la description du comportement non-linéaire sous chargements quasi-statiques, le concept du macroélément a été introduit dans des applications du génie parasismique, dont l'étude présente.

4.1.2 Développements initiaux

Roscoe & Schofield (1956, 1957) sont les premiers à suggérer une analyse du comportement non-linéaire des fondations superficielles dans le cadre de la théorie de la plasticité. L'idée de base consiste à remplacer le tenseur de contraintes et le tenseur de déformations par les forces résultantes sur la semelle et les déplacements généralisés correspondants. Une loi de comportement élastoplastique est introduite afin de relier les incréments des forces aux incréments des déplacements.

Cette idée simple a servi de principe pour la modélisation des fondations superficielles par macroélément. En acceptant cette idée, la modélisation par macroélément suit les développements de la théorie de plasticité. Une fois un nouveau modèle de plasticité établi, rien n'empêche de l'appliquer dans le contexte de modélisation par macroélément ; il suffit simplement de le reformuler en termes de forces et de déplacements généralisés.

La question immédiate est alors : quelle doit être ***la fonction de charge*** et ***le potentiel plastique*** pour ce modèle élastoplastique ? La première pensée afin de répondre à cette question, consistait à ***supposer*** que l'écoulement plastique (pour le modèle élastoplastique du macroélément) est produit lorsque l'on a un dépassement de la capacité portante de la semelle. Cette hypothèse a été liée avec l'idée de représenter la capacité portante d'une fondation sous forme d'une surface dans l'espace des paramètres de chargement du système (*cf.* §2.3.3). Les surfaces ultimes pouvaient alors être utilisées comme surfaces de charge pour le modèle de macroélément, ce qui nous amène au problème de l'évaluation de la capacité portante. On a amplement discuté les divers aspects de ce problème dans le Chapitre 2.

Cependant, la seule connaissance de la surface ultime ne suffit pas pour assurer une description satisfaisante du comportement non-linéaire du système sol-fondation. Comme le comportement des sols est fortement non-linéaire même pour des déformations très faibles (ce qui motive l'introduction de différents types ***d'écrouissage*** dans les modèles élastoplastiques), des déplacements résiduels pour la semelle apparaissent, même avant la rupture par perte de capacité portante. Il est alors essentiel de déterminer, non seulement la surface ultime, mais aussi l'évolution de sa forme et de sa position dans l'espace des paramètres de chargement en fonction du trajet de chargement imposé.

Du point de vue expérimental, cela a été effectué par la technique de « swipe test » (*cf.* §2.1.3.1) permettant ainsi de tracer une approximation de la surface de charge du système dans l'espace des paramètres de chargement. De plus, la technique de « swipe test » met en évidence que le système ne peut pas être décrit par un ensemble d'éléments élastoplastiques pour chaque degré de liberté, puisqu'il y a des couplages entre les différents degrés de liberté. Considérons par exemple, un « swipe test » typique comportant deux phases : dans la première phase, on applique un déplacement vertical à la semelle. Cela amène le système à un niveau de plastification. Ensuite, on applique un déplacement horizontal en gardant le déplacement vertical inchangé. On observe typiquement une augmentation de la force horizontale et une ***diminution*** de la force verticale (*cf.* Figure 2.3, p. 40). Cette caractéristique du comportement ne peut pas être décrite par un modèle de deux ressorts découplés (un ressort en direction horizontale et un ressort en direction verticale), même si les ressorts sont munis d'une loi de comportement élastoplastique.

4.1.3 Les premiers modèles de macroélément

4.1.3.1 Le modèle de Nova & Montrasio

En ce qui concerne l'étude des fondations superficielles, le terme « ***macroélément*** » est introduit pour la première fois par Nova & Montrasio (1991), dans leur étude sur l'évaluation des tassements d'une fondation superficielle, reposant sur un sol frottant et soumise à l'action d'une charge inclinée et excentrée.

Nova & Montrasio (1991) formulent un modèle de plasticité pour le système sol-semelle en se basant sur les deux principes suivants :

a) La fondation et le sol peuvent être considérés comme un ***macroélément*** sur lequel le chargement est appliqué sous la forme de paramètres d'efforts généralisés. Les déplacements et les rotations de la semelle sont les paramètres cinématiques généralisés correspondants.

b) La loi de comportement du macroélément, c'est-à-dire la relation entre les efforts et les déplacements généralisés est une loi élastoplastique à ***écrouissage isotrope*** avec une loi ***d'écoulement non – associée.***

Le modèle a été développé pour une semelle filante sur un sable peu dense. Une série d'expériences a été effectuée afin de déterminer les éléments nécessaires pour le développement du modèle. Les résultats comportaient les éléments suivants :

Comportement sous force verticale centrée. La courbe force – déplacement pour une force verticale centrée est représentée approximativement par la formule suivante, proposée initialement par Butterfield (1980) :

$$\frac{N}{N_{\max}} = 1 - \exp\left(-\frac{R_0 u_z}{N_{\max}}\right) \tag{4.1}$$

où u_z représente le déplacement vertical du centre de la semelle, R_0, la pente initiale de la courbe force – déplacement et $N_{\max}$, la force verticale centrée maximale (force portante de la semelle).

Diagramme d'interaction $N - V$: Il a été trouvé que la surface ultime est indépendante de la densité du sable et des trajets de chargements suivis. Pour le diagramme d'interaction entre la force verticale N et la force horizontale V, la relation suivante a été proposée :

$$f(N, N_{\max}, V) \equiv \frac{V}{\mu N_{\max}} - \frac{N}{N_{\max}}\left(1 - \frac{N}{N_{\max}}\right)^{\beta} = 0 \tag{4.2}$$

Dans (4.2), le paramètre μ est le coefficient de frottement sol – fondation alors que le paramètre β est un paramètre à calibrer par rapport aux résultats expérimentaux. Ce paramètre contrôle la valeur de la force verticale pour laquelle on obtient la force horizontale maximale supportée par le système.

Diagramme d'interaction $N - M$: De façon similaire, le diagramme d'interaction $N - M$ est représenté par la formule approchée :

$$f(N, N_{\max}, M) \equiv \frac{M}{\psi B N_{\max}} - \frac{N}{N_{\max}}\left(1 - \frac{N}{N_{\max}}\right)^{\beta} = 0 \tag{4.3}$$

où ψ est un paramètre adimensionnel. Ce paramètre représente la pente du diagramme d'interaction $N - M$ pour $N = 0$.

En se basant sur les données expérimentales obtenues, Nova & Montrasio développent leur modèle de macroélément. Tout d'abord, ils définissent les forces généralisées, appliquées au centre de la semelle, ainsi que les paramètres cinématiques correspondants (déplacements généralisés). C'est en termes de ces quantités que la loi de comportement du macroélément est écrite. La semelle est considérée comme parfaitement rigide.

Paramètres de chargement généralisés. Les paramètres de chargement généralisés sont assemblés dans le vecteur suivant :

$$\underline{Q} = (Q_N, Q_V, Q_M) = \frac{1}{N_{\max}}\left(N, \frac{V}{\mu}, \frac{M}{\psi B}\right) \tag{4.4}$$

On note que les paramètres de chargement généralisés sont normalisés par la force verticale centrée maximale $N_{\max}$.

Paramètres cinématiques correspondants. Nova & Montrasio ont proposé les paramètres cinématiques correspondants (cf. Figure 4.1):

(4.5) $$\underline{q} = (q_N, q_V, q_M) = N_{\max}\left(u_z, \mu u_x, \psi B \theta_y\right)$$

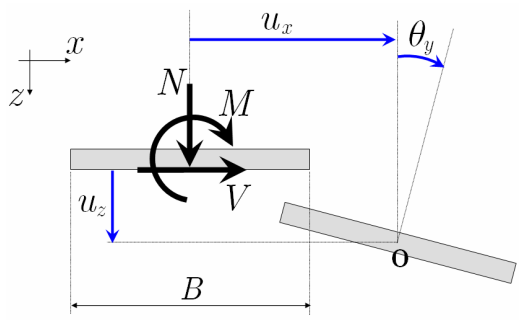


Figure 4.1 – Paramètres de chargement et paramètres cinématiques correspondants dans le modèle de Nova & Montrasio

La parfaite rigidité de la semelle permet de décrire totalement son déplacement à partir des déplacements du centre de la semelle **O** .

Dans les expressions (4.4) et (4.5), on utilise les indices N, V, M pour désigner la force généralisée et le paramètre cinématique correspondant qui sont associés respectivement à la force verticale, à la force horizontale et au moment.

On note que Nova & Montrasio, suivant Prager (1955), définissent les paramètres cinématiques généralisés, de manière que la puissance des efforts extérieurs soit préservée entre le système réel et le modèle :

$$\underline{Q} \cdot \underline{q} = N u_z + V u_x + M \theta_y$$

C'est pour cette raison que les déplacements de la semelle sont multipliés par $N_{\max}$ dans (4.5).

Surface ultime. En combinant les équations (4.2) et (4.3) et en introduisant par les paramètres de chargement généralisés, on obtient une expression pour la surface ultime du système :

(4.6) $$f\left(\underline{Q}\right) \equiv \left(Q_V\right)^2 + \left(Q_M\right)^2 + \left(Q_N\right)^2 \left(1 - Q_N\right)^{2\beta} = 0$$

Cette surface, tracée dans l'espace des paramètres de chargement a la forme d'un « ballon de rugby ». Une forme de surface ultime très similaire est introduite dans l'Eurocode 8 pour les sols frottants (*cf.* §2.3.5 et Figure 2.17(b)).

Surface de charge. Le modèle de plasticité adopté par Nova & Montrasio est un modèle rigide-plastique avec ***écrouissage isotrope***. Il possède une surface de charge qui s'évolue suivant le trajet de chargement. La surface de charge proposée est donnée par la relation suivante :

(4.7) $$f\left(\underline{Q},\rho_c\right) \equiv \left(Q_V\right)^2 + \left(Q_M\right)^2 + \left(Q_N\right)^2 \left(1 - \frac{Q_N}{\rho_c}\right)^{2\beta} = 0$$

Il s'agit d'une surface homothétique de la surface ultime par rapport à l'origine. La taille de la surface de charge est contrôlée par le paramètre d'écrouissage isotrope ρ_c, qui est donné par l'expression :

(4.8) $$\rho_c = \rho_c\left(\underline{q}\right) = 1 - \exp\left\{-\frac{R_0}{N_{\max}^2}\sqrt{\left(q_N\right)^2 + \left(\frac{\alpha q_V}{\mu}\right)^2 + \left(\frac{\gamma q_M}{\psi}\right)^2}\right\}$$

Lorsque $\rho_c = 1$ la surface de charge coïncide avec la surface ultime. Dans le cas du chargement vertical, l'expression (4.8) se réduit à (4.1). Dans la phase de déchargement – rechargement, les déplacements observés sont si faibles qu'ils peuvent être négligés.

Potentiel plastique. La loi d'écoulement proposée est une loi non – associée. Le potentiel plastique est donné par la relation :

(4.9) $$g\left(\underline{Q}\right) = \left(\lambda Q_V\right)^2 + \left(\chi Q_M\right)^2 + \left(Q_N\right)^2 \left(1 - \frac{Q_N}{\rho_g}\right)^{2\beta} = 0$$

Le paramètre ρ_g est un facteur qui contrôle la taille de la surface du potentiel plastique.

Dans l'équation (4.9), on définit les paramètres suivants :

$$\lambda = \mu / \mu_g < 1$$

$$\chi = \psi / \psi_g < 1$$

Il s'agit de paramètres du modèle qui sont déterminés expérimentalement.

Commentaire. Le macroélément de Nova & Montrasio (1991) exige la définition de 9 paramètres numériques : $N_{\max}, R_0, \alpha, \beta, \gamma, \mu, \psi, \mu_g, \psi_g$, qui sont déterminés au moyen de calibrations sur des résultats expérimentaux. La sélection d'une loi d'écoulement ***non-associée*** est dictée par les observations expérimentales et elle est justifiée par le fait que le sol considéré (sable) obéit aussi à une telle loi. Le comportement du modèle est très bon pour des chargements quasi-statiques monotones appliqués à la semelle. Le comportement pour des chargements cycliques n'est pas satisfaisant ; il est limité par l'adoption d'un modèle d'écrouissage purement isotrope.

4.1.3.2 Extension aux chargements cycliques

Afin d'améliorer le comportement du macroélément pour des chargements cycliques, Pedretti (1998) a remplacé le modèle rigide-plastique avec écrouissage isotrope de Nova & Montrasio par un modèle appartenant à la catégorie des modèles génériques ***hypoplastiques***. L'hypoplasticité[1]

---

[1] Comme le note Dafalias (1986), la caractéristique distincte de ***l'hypoplasticité*** est le fait que le taux de déformations plastiques dépend explicitement ***de la direction*** du taux de contraintes. Ainsi, on peut écrire : $\dot{\varepsilon}_{ij}^{\mathrm{p}} = f\left(\sigma_{kl}, a_n, \dot{\sigma}_{rs}, \dot{\sigma}_{rs} / \left\|\dot{\sigma}_{rs}\right\|\right)$ et $a_n = g\left(\sigma_{kl}, \dot{\sigma}_{rs}, \dot{\sigma}_{rs} / \left\|\dot{\sigma}_{rs}\right\|\right)$, où on a explicitement écrit la dépendance de $\dot{\varepsilon}_{ij}^{\mathrm{p}}$ sur $\dot{\sigma}_{rs} / \left\|\dot{\sigma}_{rs}\right\|$. Les paramètres scalaires a_n sont les paramètres internes du système.

(Dafalias 1986, Kolymbas 1999) est une branche de la théorie de plasticité, particulièrement adaptée pour la description du comportement cyclique des sols. On va présenter dans la suite les notions de théorie d'hypoplasticité, nécessaires pour notre modèle.

La formulation hypoplastique utilisée par Pedretti est celle ***de la plasticité de surface d'appui*** (traduction du terme : « bounding surface plasticity »), initialement introduite par Dafalias & Hermann (1982). La surface de charge est remplacée par une surface, dite surface d'appui (« bounding surface ») dont le rôle principal est la ***définition du module plastique.*** Chaque point P à l'intérieur de cette surface est associé avec un point I_P ***sur*** la surface, dit point image de P, au moyen d'une règle spécifique. Ensuite, le module plastique est défini comme une fonction continue de la distance entre les points I_P et P. Plus le point actuel P s'approche de son point image I_P, plus le module plastique diminue, et vice versa. Il peut y avoir plusieurs variantes du modèle. Par exemple, il est possible de définir une surface d'appui fixée dans l'espace des paramètres de chargement. Dans ce cas, la surface d'appui peut être identifiée comme la surface ultime du système. Lorsque le point actuel arrive sur la surface, le module plastique devient nul et on obtient un écoulement plastique. Il est possible aussi de définir une surface d'appui qui évolue selon une loi d'écrouissage. Dans ce cas, la formulation hypoplastique gouverne la réponse en déchargement – rechargement, alors que la réponse en premier chargement est gouvernée par le modèle d'écrouissage. Ainsi, Pedretti utilise la deuxième possibilité et combine une loi d'écrouissage isotrope avec une formulation hypoplastique. En chargement premier, son modèle est identique à celui de Nova & Montrasio. En déchargement – rechargement, la surface de charge devient une surface d'appui et donne une variation continue du module plastique.

Un des avantages de cette formulation est sa grande simplicité et sa flexibilité. Le modèle établit une continuité entre le comportement élastique et plastique, surtout lors des phases de déchargement – rechargement. De plus, la fonction de variation du module plastique reste à définir selon les particularités du problème, ce qui renforce la flexibilité du modèle. Le modèle de Pedretti a été validé au moyen d'essais expérimentaux sur des sables denses et lâches (Negro et al., 2000). Son comportement, surtout par rapport aux sables denses, est très satisfaisant.

Le modèle de Pedretti a été davantage développé par di Prisco et al. (2003a, 2003b) et il a été appliqué dans des analyses d'interaction sol – structure de structures de grand élancement (*c.à.d.* tours, pylônes *etc.*) soumises à l'action cyclique du vent. Une règle assez compliquée a été proposée afin d'associer chaque point à l'intérieur de la surface d'appui avec son point image. Cette règle est représentée sur la Figure 4.2.

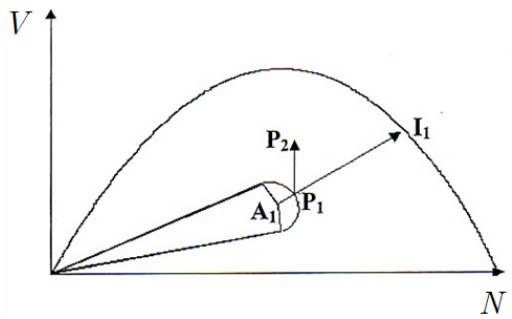


Figure 4.2 – Surface d'appui et domaine de comportement parfaitement réversible dans le modèle de macroélément de Di Prisco et al. (2003a).

La Figure 4.2 représente la surface d'appui dans le plan des paramètres de chargement $N - V$. Cette surface coïncide avec la surface de charge obtenue pendant la phase de premier chargement selon le modèle de Nova & Montrasio. Le modèle postule qu'il y a un domaine de comportement parfaitement réversible derrière le point actuel P_1 sous la forme d'un cône, comme celui présenté sur Figure 4.2. L'idée de ce cône est que, lors d'une phase de déchargement de la force verticale N, on n'obtient que des déplacements réversibles, qui peuvent être négligés par rapport aux déplacements plastiques. En parallèle, la définition du point image I_1 est effectuée à l'aide du point A_1, point qui suit le point P_1 selon une règle particulière. Cette idée a été inspirée par les modèles, dits « bubble models », comme le modèle de Al Tabbaa & Wood (1989).

Il est important de noter que la formulation du modèle de plasticité pour le macroélément est purement phénoménologique. On essaie de « choisir » et calibrer un modèle qui reproduira le comportement observé. Ainsi, pour la description du comportement cyclique, rien n'empêche d'utiliser, en dehors de l'hypoplasticité, d'autres approches comme, par exemple, la théorie de la « plasticité généralisée »[1] de Pastor et al. (1990) ou un modèle d'écrouissage isotrope et cinématique multi – surfacique (Mroz & Norris, 1982).

4.1.3.3 Application aux chargements sismiques

Paolucci (1997) présente une variation du modèle de Nova & Montrasio qui permet d'appliquer le macroélément aux chargements sismiques. Le modèle est formulé par rapport à une structure à 4 degrés de liberté, présentée sur la Figure 4.3(a).

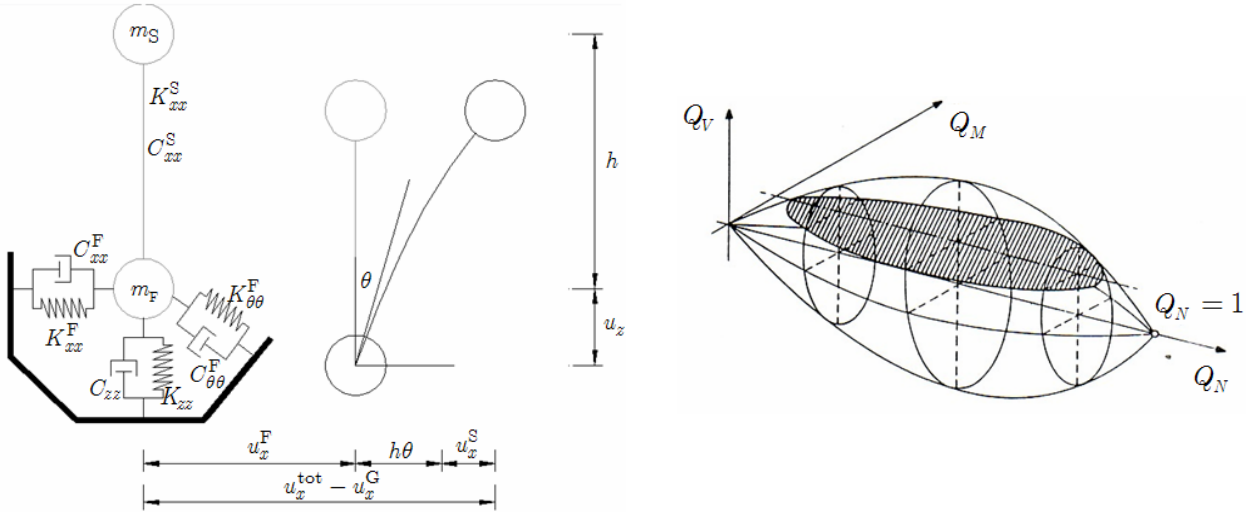
Le macroélément est lié à la base de la structure afin de reproduire les non-linéarités qui sont développées au niveau de la fondation. Il s'agit d'un modèle viscoélastique – parfaitement plastique basée sur le principe de Newmark (1965). Tous les déplacements irréversibles sont produits lorsque le chargement tend à franchir la surface ultime, ce qui correspond à une rupture de capacité portante. Les déplacements irréversibles produits avant la rupture sont considérés négligeables. La surface ultime (*cf.* Figure 4.3(b)) et la loi d'écoulement adoptées sont celles proposées par Nova & Montrasio (*cf.* équations (4.6) et (4.9)).

La partie viscoélastique du modèle est décrite par les impédances dynamiques de la fondation. Il s'agit de nombres complexes dont la partie imaginaire représente l'amortissement radiatif de la configuration. L'amortissement matériel est décrit directement par le modèle de plasticité. Un défaut du modèle est qu'il ne prend pas en compte la variation des impédances dynamiques par rapport à la fréquence de sollicitation. Ainsi, les impédances dynamiques sont prises constantes lors de l'intégration de la sollicitation sismique dans le domaine temporel. Les valeurs des impédances dynamiques qui correspondent à la fréquence fondamentale du système constituent un choix raisonnable, sans être clairement le seul choix. Le comportement de la superstructure est supposé purement linéaire. Du point de vue numérique, les équations du modèle plastique sont résolues dans chaque pas de temps avec une méthode de Newton – Raphson modifiée. L'intégration dans le domaine temporel est effectuée par un schéma de type Newmark.

---

[1] L'idée de base de la théorie de «plasticité généralisée» de Pastor et al. (1990) est d'introduire une definition directe du module plastique sans le besoin d'une surface de charge et d'un potentiel plastique. La plasticité classique ainsi que la plasticité de surface d'appui s'obtiennent comme cas speciaux de cette théorie dont l'avantage central est qu'elle facilite considérablement le traitement numérique du problème.

La réponse non-linéaire de la fondation entraîne une réduction importante de la réponse de la superstructure par rapport à une analyse linéaire. Cela est évident sur le diagramme de la Figure 4.4, qui compare l'effort tranchant obtenu par le macroélément, par un modèle purement élastique et par un modèle complet de la structure et du sol, discrétisés par éléments finis. Dans le modèle complet le sol est décrit par le modèle élastoplastique de Hujeux (1985), qui appartient à la famille des modèles multi-surfaciques. Le problème a été résolu par le code GEFDYN. La solution élastique a été obtenue par le modèle éléments finis sans prise en compte des non-linéarités. La sollicitation utilisée est un accélérogramme réel enregistré lors du séisme de Friuli (Italie, 1976).



(a) (b)

Figure 4.3 – (a) *Structure de 4 degrés de liberté pour la mise en œuvre du modèle de Paolucci (1997) et* (b) *Surface ultime adoptée pour le modèle*

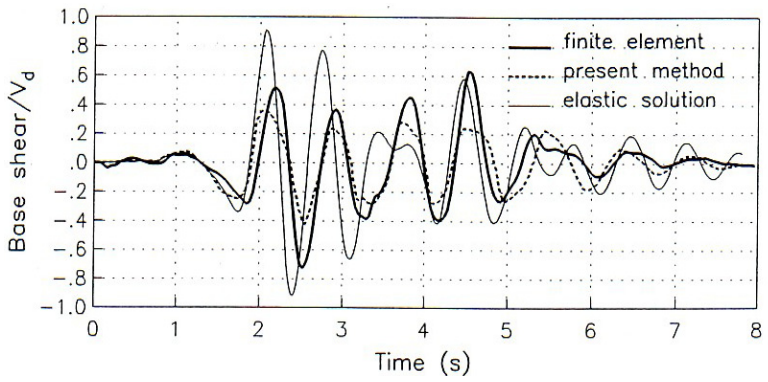


Figure 4.4 - Histoire de la force tranchante à la base de la superstructure. Comparaison des résultats obtenus par différentes méthodes, dont le macroélément.

Paolucci montre la vraie utilité du macroélément en procédant à une étude paramétrique de la réponse non-linéaire de la structure pour différents types d'excitation sismique et pour différentes valeurs de la fréquence propre du système.

4.1.4 Prise en compte du décollement à l'interface sol-fondation

4.1.4.1 Généralités

Les modèles de macroéléments précédents ont principalement insisté sur la description de la réponse non-linéaire du système sol-fondation due au comportement irréversible du sol de fondation. Or, les observations sur site mettent en évidence qu'il y a une deuxième source de comportement non-linéaire ; c'est le phénomène du décollement entre le sol et la fondation, qui entraîne une non-linéarité de nature géométrique.

Le problème du décollement met l'accent sur un aspect du système qui est souvent négligé ou insuffisamment décrit dans les divers modèles de macroéléments. C'est ***le critère de résistance de l'interface*** entre le sol et la semelle. Comme on l'a vu dans le Chapitre 2, le critère de résistance de l'interface est combiné avec le critère du sol pour la définition du critère de résistance globale sur le plan juste au dessous de la semelle (*cf.* Figure 2.35). Si le critère du sol est le plus restrictif, le critère de l'interface ne joue aucun rôle, comme par exemple dans le cas d'un sol de type Tresca sans résistance à la traction combiné avec une interface de type Tresca également sans résistance à la traction, le sol et l'interface possédant la même cohésion. Il est possible, cependant, que le critère de l'interface impose des conditions plus restrictives que le critère du sol, comme dans le cas d'un sol de type Tresca classique combiné avec une interface frottante. Cette configuration est représentée sur la Figure 4.5.

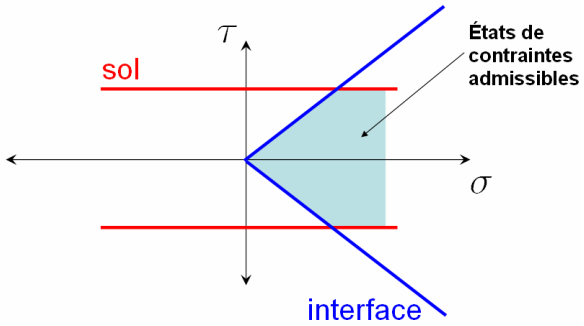


Figure 4.5- Sol de type Tresca classique et interface frottante

La définition précise du critère de résistance de l'interface est alors essentielle. On rappelle que le comportement de l'interface présente une différence fondamentale entre les applications de l'industrie off-shore, où l'on considère des interfaces résistantes à la traction, et les applications du génie parasismique, où le phénomène du décollement joue un rôle primordial dans la réponse sismique de la superstructure. Il est clair que le phénomène de décollement présuppose un critère de résistance global sur le plan à la sous face de la semelle qui met en évidence une résistance à la traction faible. On va simplifier le problème en supposant que, lorsque l'on se réfère au phénomène de décollement, la résistance à la traction sur le plan au dessous de la semelle est nulle.

Un deuxième point délicat concerne ***la nature géométrique*** du phénomène de décollement et sa description dans un modèle de macroélément. Il est clair que si l'on examine le problème à l'échelle locale du système, c'est-à-dire à l'échelle de ses matériaux constitutifs, il s'agit d'un

problème de contact unilatéral et on doit travailler dans un cadre qui permet de prendre en compte le changement de la géométrie du système, ce qui entraîne la non-linéarité du problème. Au contraire, un modèle de macroélément est incorporé dans une description globale du système superstructure-fondation-sol, où on peut considérer que les déplacements résiduels au niveau de la fondation respectent l'hypothèse des petits déplacements, c'est-à-dire que la géométrie, vue à l'échelle globale, reste inchangée. On a vu aussi que l'introduction de l'hypothèse de rigidité parfaite de la semelle, permet de considérer uniquement les forces et les déplacements au centre de la semelle, qui est le point de liaison du système sol-fondation avec la superstructure. Ainsi le système entier sol-fondation est remplacé par un seul point (le centre de la semelle) dont la configuration de référence reste inchangée, et auquel le macroélément est lié. Ainsi, le concept de macroélément lui-même est contradictoire par rapport à un traitement rationnel du décollement comme un problème de grands déplacements.

Les remarques précédentes montrent que, du point de vue du macroélément, le problème de la prise en compte du décollement est réduit à une description ***phénoménologique*** de ses effets sur les forces et les déplacements ***au point de liaison*** du macroélément. Ainsi, on peut interpréter la réduction de la surface de contact entre le sol et la semelle comme une diminution de la rigidité rotationnelle apparente de la semelle ou encore on peut noter que le décollement entraîne un ***soulèvement*** du centre de la semelle *etc*. Tout autre tentative vers une description plus rationnelle (évitant l'introduction d'hypothèses *ad hoc*) impliquerait de passer à la description de la géométrie entière de la semelle, ce qui est incompatible avec une modélisation par macroélément.

4.1.4.2 La méthode simplifiée de Wolf pour un sol élastique

Suivant la logique de description phénoménologique du décollement, Wolf (1988) a proposé une méthode simplifiée dont l'idée centrale est de remplacer la surface de contact réelle par un disque circulaire équivalent dont le centre coïncide avec le centre de gravité **S** de la surface de contact réelle (*cf*. Figure 4.6). Le rayon du disque équivalent est différent selon la condition imposée pour sa détermination. La méthode propose le calcul de *deux* rayons fictifs pour le disque équivalent ; le premier est obtenu en considérant que l'aire de contact réelle est égale à la surface du disque équivalent (cette condition correspond au degré de liberté de translation horizontale de la semelle sur le sol). Le deuxième est obtenu en considérant que le moment d'inertie de l'aire de contact réelle est égal au moment d'inertie du disque équivalent (cette condition correspond au degré de liberté de rotation de la semelle).

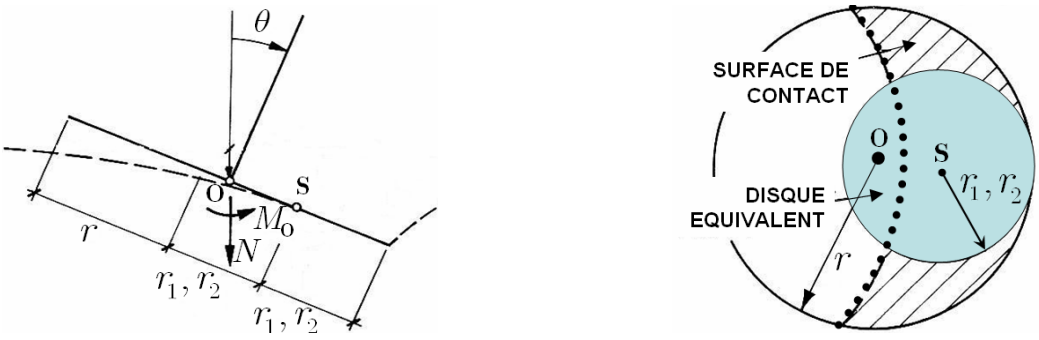


Figure 4.6- Méthode simplifiée de Wolf pour la prise en compte du décollement. Semelles circulaires sur sols élastiques

Les rayons équivalents et la position du centre $\mathbf{S}$ du disque équivalent peuvent être déterminés pour toute valeur du rapport $|M/Nr|$ *a priori*, avant l'exécution de l'analyse dynamique du problème. Wolf a proposé les relations suivantes pour une semelle circulaire. Il s'agit d'approximations analytiques à des résultats obtenus numériquement pour une semelle circulaire reposant sur un demi-espace élastique.

Tout d'abord, il définit le seuil d'initiation de décollement. Ainsi, on a décollement si :

(4.10) $$\left|\frac{M_{\mathbf{O}}}{Nr}\right| \geq \frac{1}{3}$$

Le rayon r_1 du disque équivalent pour le degré de liberté du déplacement horizontal est donné par:

(4.11) $$\frac{r_1}{r} = -1.074\left(\frac{M_{\mathbf{O}}}{Nr}\right)^2 - 0.068\left|\frac{M_{\mathbf{O}}}{Nr}\right| + 1.142$$

Pour le degré de liberté de la rotation, Wolf propose :

(4.12) $$\frac{r_2}{r} = \frac{3}{2}\left(1 - \left|\frac{M_{\mathbf{O}}}{Nr}\right|\right)$$

La position du centre $\mathbf{S}$ du disque équivalent est donnée par :

(4.13) $$\pm\frac{x_{\mathbf{S}}}{r} = \frac{3}{2}\left|\frac{M_{\mathbf{O}}}{Nr}\right| - \frac{1}{2}$$

Une condition supplémentaire est imposée pour éviter le développement de très petites aires de contact :

(4.14) $$r_1, r_2 \geq 0.1r$$

Les déplacements de la fondation sont déterminés au moyen des impédances de la fondation, qui sont exprimées comme fonctions des rayons fictifs r_1, r_2. Une procédure itérative est abordée lorsque le seuil d'initiation du décollement est dépassé. L'intégration est effectuée dans le domaine temporel.

Même si l'intérêt de la méthode de Wolf est limité par rapport au développement du macroélément, puisque la méthode se réfère à un sol élastique, elle fournit un exemple clair de description phénoménologique du phénomène de décollement. Le changement de la géométrie du système est décrit par les rayons et la position du centre des disques équivalents pour chaque degré de liberté.

4.1.5 Le macroélément de Crémer (2001)

Le macroélément de Crémer (2001) constitue le travail précurseur pour l'étude présente. Crémer a présenté le premier modèle de macroélément pour l'analyse de l'interaction dynamique sol-structure, où le comportement non-linéaire au niveau de la fondation est décrit par un modèle de plasticité ***en couplage*** avec un modèle de décollement. Ainsi, l'incrément des déplacements totaux du système est écrit (en termes de paramètres cinématiques généralisés) :

(4.15) $$\dot{\underline{q}}^{\mathrm{tot}} = \dot{\underline{q}}^{\mathrm{el}} + \dot{\underline{q}}^{\mathrm{pl}} + \dot{\underline{q}}^{\mathrm{dec}}$$

Les trois termes dans (4.15) représentent les incréments des déplacements élastiques, des déplacements plastiques et des déplacements dus au décollement.

Le modèle a été développé pour la configuration d'une semelle filante sur la surface d'un sol purement cohérent sans résistance à la traction. On en donne les éléments principaux.

a. *Paramètres de chargement généralisés – paramètres cinématiques correspondants*

$$\underline{Q} = (Q_N, Q_V, Q_M) = \frac{1}{N_{\max}}(N, V, M / B)$$
$$\underline{q} = (q_N, q_V, q_M) = \frac{1}{B}(u_z, u_x, B\theta) \tag{4.16}$$

b. Modèle de plasticité

Un modèle d'écrouissage isotrope et cinématique a été adopté.

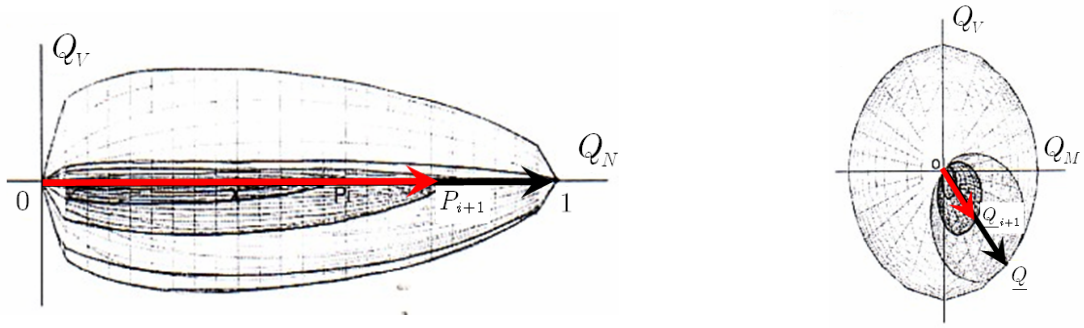
b.1 Surface ultime

$$f(\underline{Q}) = \left(\frac{Q_V}{aQ_N^c(1-Q_N)^d}\right)^2 + \left(\frac{Q_M}{bQ_N^e(1-Q_N)^f}\right)^2 - 1 = 0 \tag{4.17}$$

L'expression donne la forme habituelle de « ballon de rugby » pour la surface ultime.

b.2 Surfaces de charge

Lors de la phase d'initialisation du poids propre sous la gravité, la surface de charge se réduit à un segment de droite le long de l'axe Q_N. Sous un chargement quelconque, la surface de charge est entraînée par le point de forces $\underline{Q}$. Pendant ce temps, le point P de la surface sur l'axe Q_N se déplace de telle façon que lorsque le point $\underline{Q}$ atteint la surface de rupture, le point P atteint simultanément le point extrême de la surface de rupture, comme représenté sur la Figure 4.7.



(a) (b)

Figure 4.7- Évolution de la surface de charge dans le macroélément de Crémer (2001) : a) *Plan* $Q_V - Q_N$, *déplacement du point* P *le long de l'axe* Q_N *et* b) *Plan* $Q_V - Q_M$.

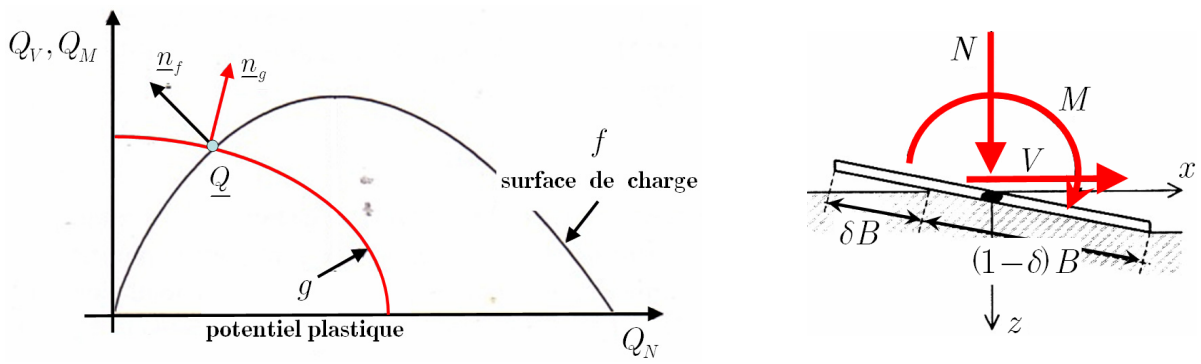
b.3 Loi d'écoulement

Un potentiel ***non-associé*** est introduit afin de modéliser correctement l'évolution des déplacements plastiques. Il s'agit d'un ellipsoïde centré à l'origine des axes (Q_N, Q_V, Q_M).

c. Modèle de décollement

Crémer introduit la quantité auxiliaire δ, qui désigne le pourcentage de l'aire de la semelle qui est décollée, comme représenté sur la Figure 4.8(b). C'est par rapport à cette quantité que le modèle de décollement est formulé.

NOTE. *Crémer introduit l'hypothèse suivante : pour des sols d'une certaine épaisseur,* ***la force horizontale ne met en évidence aucune influence sur le décollement****. Le modèle est alors élaboré dans le plan* (M,N) *pour* V *donné.*



(a) (b)

Figure 4.8 – (a) *Loi d'écoulement non-associée dans le macroélément de Crémer (2001) et* (b) *Définition de la quantité* δ

c.1 Sol élastique

Le cas d'un sol purement élastique est initialement examiné. Le modèle est formulé à partir d'un grand nombre de simulations éléments finis.

Avant l'apparition de décollement, la relation entre le moment sur la semelle et la rotation de la semelle est linéaire :

$$M = K_{\theta\theta}\theta \quad \text{pour} \quad |M| < |M_0| \tag{4.18}$$

Au moment d'initiation du décollement :

$$|M| = |M_0| \Rightarrow M_0 = K_{\theta\theta}\theta_0 \tag{4.19}$$

Dans (4.18) et (4.19), M_0 est le moment pour lequel le décollement est initié et θ_0 est la rotation correspondante à M_0. Pendant le décollement la relation $M-\theta$ est approximée par la relation suivante (*cf.* δ indiqué sur la Figure 4.8) :

$$\begin{cases} \dfrac{M}{M_0} = 2 - \dfrac{\theta_0}{\theta} \\ \theta = \dfrac{\theta_0}{1-\delta} \end{cases}, \quad \text{pour} \quad |M| > |M_0| \tag{4.20}$$

Les relations (4.18) - (4.20) permettent le calcul de la rotation θ^{dec} et du déplacement vertical u_z^{dec} du centre de la semelle dus au décollement. Pour θ^{dec}, on pose $\theta^{\mathrm{dec}} = \theta - \theta^{\mathrm{el}}$, avec $\theta^{\mathrm{el}} = M / K_{\theta\theta}$. À l'aide de (4.20), on trouve :

(4.21) $$\theta^{\mathrm{dec}} = \theta_0 \frac{\delta^2}{1-\delta}$$

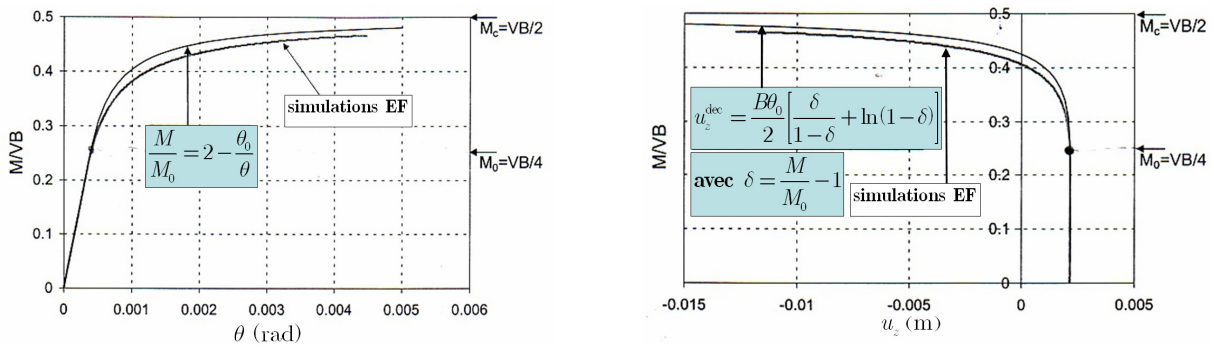
Pour le déplacement vertical u_z^{dec} on note que :

$$\mathrm{d}u_z^{\mathrm{dec}} = -\frac{B\delta}{2}\mathrm{d}\theta$$

En intégrant de θ_0 à θ, on obtient :

(4.22) $$u_z^{\mathrm{dec}} = \int_{\theta_0}^{\theta} \mathrm{d}\, u_z^{\mathrm{dec}} = -\frac{B|\theta_0|}{2}\left[\frac{\delta}{1-\delta} + \ln(1-\delta)\right]$$

Les relations (4.20) et (4.22) sont comparées avec des résultats par des analyses éléments finis sur la Figure 4.9.



(a) (b)

Figure 4.9 – Décollement sur sol élastique, Crémer (2001). Comparaison entre relations proposées et résultats obtenus au moyen d'analyses éléments finis : a) *Relation* $M - \theta$ *et* b) *Relation* $M - u_z$.

c.2 Couplage plasticité-décollement

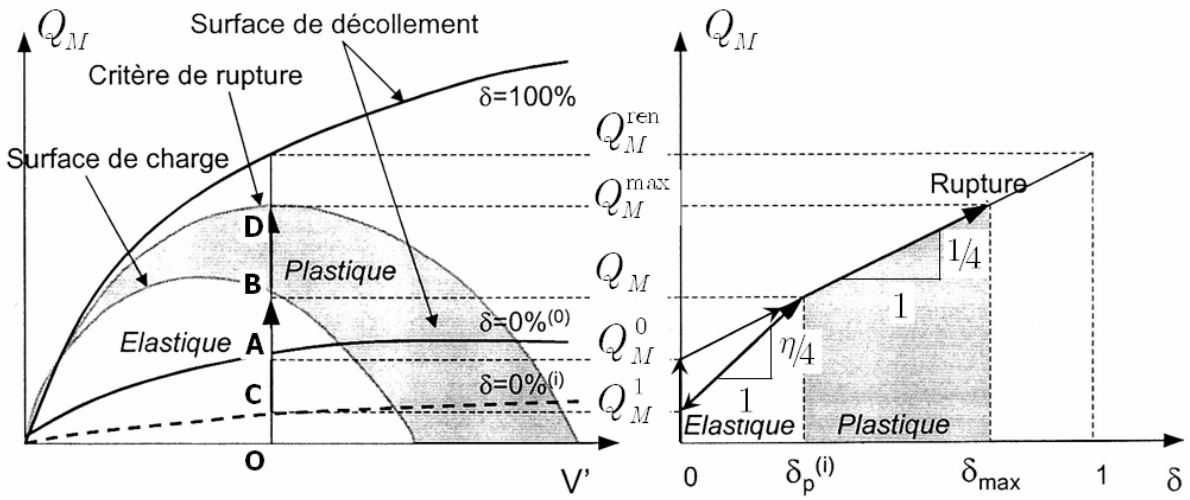
Le couplage entre le décollement et la plasticité comme introduit dans le modèle de Crémer est décrit sur la Figure 4.10. Considérons que pendant un processus de chargement, Q_N reste constant et Q_M suit le trajet suivant :

- $O \rightarrow A \rightarrow B$: Phase de premier chargement. Le décollement commence au delà du point A, pour la valeur Q_M^0, et δ augmente avec une pente constante et égale à $1/4$ (*cf.* Figure 4.10(b)). En parallèle, la surface de charge évolue jusqu'au point B.

- $B \rightarrow C \rightarrow O$: Phase de déchargement : δ est réduit avec une pente plus raide et égale à $\eta/4$ jusqu'à la reprise de contact parfait en point C. La surface de charge reste inchangée.

- $O \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D$: Phase de rechargement : le décollement est initié en point C, à une valeur $Q_M^1 < Q_M^0$. Cet écart représente ***le phénomène résiduel*** dans le mécanisme du décollement dû à son couplage avec la plasticité. À partir du point B on reprend le premier chargement. La

surface de charge est augmentée jusqu'à la rupture. Le pourcentage de décollement δ augmente jusqu'à une valeur $\delta_{\max} < 1$. Cette valeur correspond au décollement observé au moment exact de la rupture.



(a) (b)

Figure 4.10 –Évolution du décollement en fonction de M / N dans le modèle de Crémer (2001) et couplage plasticité – décollement : a) *Espace de paramètres de chargement et* b) *Relation $Q_M - \delta$*

d. Commentaire sur le modèle de Crémer

d.1 Le macroélément de Crémer a été validé pour des chargements de type cyclique et sismique. Des analyses éléments finis (chargements cyclique et sismique) ont été utilisées, ainsi que les résultats expérimentaux issus du projet CAMUS IV (chargement sismique). Crémer (2001) présente un grand nombre de diagrammes pour la comparaison du macroélément avec des méthodes différentes. La performance du modèle est très satisfaisante surtout par rapport à des valeurs modérées de la force verticale, ce qui correspond à une fondation bien dimensionnée. Par contre, les résultats ne sont pas aussi bons pour un comportement fortement plastique. Cela est attribué au modèle de plasticité choisi, qui prédit une réponse purement élastique lors des phases de déchargement – rechargement. De ce point de vue, une formulation de type plasticité de surface d'appui, dans le cadre de l'hypoplasticité, serait plus adaptée, comme le note Crémer, puisqu'elle permettrait au modèle de développer de la plasticité à l'intérieur de la surface de charge.

d.2 Du point de vue du traitement numérique, la formulation du modèle est plutôt adaptée pour une résolution du problème sous ***une combinaison d'efforts donnés***. Par contre, la formulation d'un schéma de résolution régi par les déplacements (nécessaire pour l'introduction du modèle dans un code éléments finis) est très compliquée et totalement implicite. On est obligé de faire une prédiction de l'incrément des déplacements totaux du système ainsi que de son partitionnement en composantes élastique, plastique et de décollement. Pour remédier à ce problème Crémer propose dans les améliorations perspectives de son macroélément, une reformulation du modèle selon la théorie du ***multi-mécanisme*** (Koiter, 1960, Mandel, 1965), permettant une résolution simultanée

des deux mécanismes avec des algorithmes disponibles très performants, comme l'algorithme développé par Prévost & Keane (1990).

d.3 Le modèle de décollement a été basé sur la quantité auxiliaire δ, représentant le pourcentage de largeur décollée. L'introduction de cette quantité est très convenable pour la géométrie d'une semelle filante (problème plan). Par contre, son extension à des configurations tridimensionnelles exigerait l'adoption d'hypothèses supplémentaires par rapport à la forme de la zone de contact (*eg*. disque équivalent *etc*).

d.4 Comme le note Crémer, ***la nécessité d'une loi d'écoulement non-associée est particulièrement évidente pour des chargements situés dans la zone des faibles valeurs de la force verticale***. Dans cette zone, la composante alignée avec Q_N de la normale extérieure à la surface de charge pointe toujours dans le sens des Q_N décroissants. Cela est représenté sur la Figure 4.8(a). Il en résulte que, par l'adoption d'une loi associée, même si Q_N augmente, les déplacements plastiques diminuent (la fondation se soulève), ce qui est bien sûr contraire au bon sens. Néanmoins, la sélection d'une loi d'écoulement non-associée introduit une contradiction avec le modèle de comportement ***du sol de fondation***, qui obéit au critère de Tresca sous-entendant une loi d'écoulement associée. Cela peut être compris pour les forces verticales élevées où le mécanisme de décollement ne se produit pas ; la réponse du système y est régie entièrement par le mécanisme plastique, qui est gouverné par le comportement du sol de fondation. Si le sol obéit à une loi associée, le macroélément doit lui obéir aussi. Dans les régions avec fort décollement cette interprétation n'est pas évidente, puisque ***la surface ultime adoptée***, contient/décrit également le phénomène de décollement. Cela soulève une deuxième question : le mécanisme de décollement est incorporé dans un contexte de plasticité (surface de charge → surface ultime), même s'il est de nature différente, c'est-à-dire réversible et non dissipatif.

Les remarques *d.1 – d.4* ont servi, entre autres, comme motivation pour les développements abordés dans la suite.

4.1.6 Modèles de macroéléments divers

4.1.6.1 Considérations thermodynamiques

On a vu qu'un modèle de macroélément s'inscrit essentiellement dans le cadre de la théorie de plasticité, au moins pour ce qui est de la description du comportement irréversible du sol de fondation. Il est alors nécessaire de vérifier sa cohérence du point ***de vue thermodynamique***, c'est-à-dire de vérifier que le modèle ne viole pas la première (conservation de l'énergie du système) et la deuxième (dissipation toujours positive) loi de la Thermodynamique. Dans ce contexte, la théorie d'***hyperplasticité***[1] a été développée ; son idée centrale est la dérivation de la loi de comportement élastoplastique à partir de la connaissance du potentiel énergétique du système et de

[1] Le terme ***hyperplasticité*** a été proposé comme correspondant au terme d'***hyperélasticité***, où la loi de comportement élastique est dérivée à partir d'une fonction scalaire qui représente le potentiel énergétique de déformation. La théorie a été lancée par les travaux de « l'école française » et la définition du matériau standard généralisé (*cf.* Halphen & Nguyen, 1975). Houlsby & Puzrin (2006) ont récemment présenté une synthèse des travaux antérieurs sur les principes de la théorie d'hyperplasticité avec un grand nombre d'applications à la modélisation des géomatériaux.

sa fonction de dissipation, assurant ainsi sa cohérence thermodynamique. Une application de cette approche dans la modélisation par macroélément a été présentée initialement par Le Pape *et al.* (1999) et Le Pape & Sieffert (2001). Le problème d'une semelle filante sur un sol frottant et soumise à des sollicitations sismiques a été traité. L'énergie libre de Gibbs (forme du potentiel énergétique du système) ainsi que sa fonction de dissipation ont été définies de manière que :

a. Elles soient cohérentes par rapport aux lois de la thermodynamique.

b. Elles reproduisent essentiellement la surface ultime et la loi d'écrouissage proposé par Nova & Montrasio (1991) avec une loi d'écoulement non-associée (le potentiel plastique est un ellipsoïde centré à l'origine, comme dans le modèle de Crémer). L'ajout d'une partie visqueuse est aussi proposé pour la description de l'amortissement radiatif du système, nécessaire dans le traitement de chargements sismiques.

Il s'agit alors d'un modèle de plasticité avec écrouissage isotrope et une loi d'écoulement non-associée. La décharge s'effectue suivant la raideur élastique initiale, supposée constante. La partie visqueuse du comportement est régie par une matrice d'amortissement constante aussi. Ainsi, en l'absence de la partie plastique, le modèle permet de retrouver les impédances dynamiques de la fondation (en l'absence de toute dépendance fréquentielle).

4.1.6.2 Développements dans le contexte de l'industrie off-shore

On a vu que, outre les applications du génie parasismique, la conception des fondations pour l'industrie off-shore est le deuxième domaine d'applications pour le concept du macroélément pour les fondations superficielles. La technique de « swipe test » a été amplement utilisée et plusieurs travaux ont été effectués pour différents types de sols et de configurations. En parallèle, il y a eu un effort pour exploiter le volume important de données expérimentales en formulant des modèles de macroéléments pour faciliter le processus de conception. On note que le problème de conception de fondations off-shore est en général moins compliqué que le problème sismique ; il s'agit, en fait, d'une conception sous un chargement cyclique généralisé. Ainsi, Gottardi et al. (1999) et Houlsby & Cassidy (2002) présentent deux modèles de macroéléments pour le comportement de semelles sur sable et Martin & Houlsby (2001) pour des semelles sur argile. Les modèles insistent surtout sur les particularités des fondations off-shore : profondeur d'encastrement, forme circulaire (« spud-can footings ») et sur une description très détaillée de la surface ultime. Par exemple, ils introduisent des surfaces ultimes qui ne sont pas symétriques dans le plan $M - V$. Ces surfaces ont la forme générale :

$$f = \left(\frac{M}{M_0}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 - 2\bar{e}\left(\frac{M}{M_0}\right)\left(\frac{V}{V_0}\right) - \bar{\beta}^2\left(\frac{N}{N_0}\right)^{2\beta_1}\left(1 - \frac{N}{N_0}\right)^{2\beta_2} = 0\,, \tag{4.23}$$

avec : $M_0 = m_0 D N_{\max}$, $V_0 = v_0 N_{\max}$, $\bar{e} = e_1 + e_2\left(\frac{N}{N_{\max}}\right)\left(\frac{N}{N_{\max}} - 1\right)$, $\bar{\beta} = \frac{(\beta_1 + \beta_2)^{\beta_1+\beta_2}}{\beta_1^{\beta_1}\beta_2^{\beta_2}}$

Les quantités $m_0, v_0, e_1, e_2, \beta_1, \beta_2$ sont des paramètres numériques et le terme $2\bar{e}(M/M_0)(V/V_0)$ traduit le fait de l'absence de symétrie par rapport à $\pm V$ et $\pm M$. Les lois d'écoulement sont modifiées respectivement. Une extension de l'expression générique (4.23) dans le cas de chargements purement tridimensionnels (six degrés de liberté) a été proposée par Bienen *et al.* (2006).

4.1.6.3 Développements récents

Enrichissement de la géométrie

Plus récemment Cassidy *et al*. (2004) ont présenté une synthèse des modèles de plasticité utilisés dans l'industrie off-shore pour la description du comportement global des fondations, ainsi qu'une extension dans des configurations purement tridimensionnelles, avec la prise en compte des six degrés de liberté de la fondation (vue comme bloc rigide) : trois déplacements et trois rotations (le modèle inclut aussi la torsion). L'expression générique (4.23) a été étendue en supposant qu'il n'y a pas de couplage entre directions horizontales perpendiculaires. De manière similaire, Grange *et al*. (2006) ont ré-ecrit le macroélément de Crémer pour une configuration tridimensionnelle ; ils ont présenté un modèle pour une semelle circulaire avec cinq degrés de liberté (ils ont pas pris en compte la torsion). Il s'agit du modèle de plasticité utilisé dans le macroélément de Crémer (plasticité avec écrouissage isotrope et cinématique), écrit pour cinq (au lieu de trois) paramètres généralisés comportant : la force verticale, deux forces horizontales et deux moments autant de deux directions perpendiculaires. Par contre, le macroélément de *Grange et al.* ne contient pas de modèle pour le décollement. Une raison pour cela est le fait que le modèle de décollement formulé par Crémer fait appel à la quantité auxiliaire δ, dont l'interprétation n'est possible que pour une configuration plane. Le modèle a été incorporé dans le code éléments finis FedeasLab (Filippou & Constandinides, 2004).

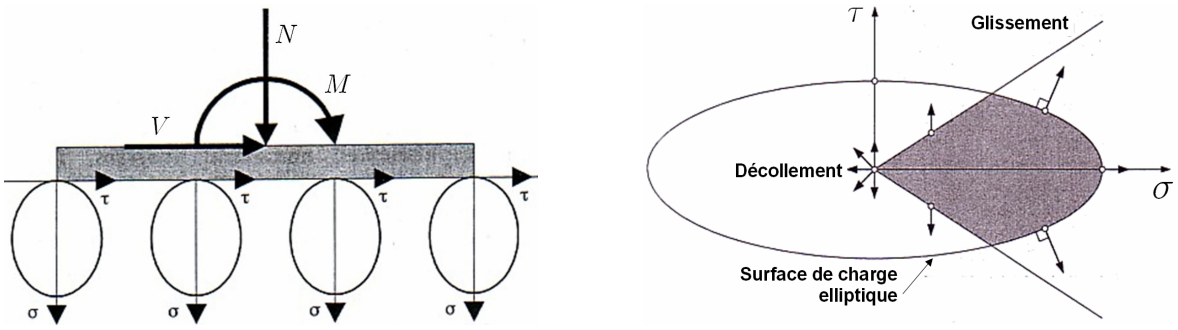
Modèles basés sur l'hypothèse de découplage de Winkler

Une approche différente a été proposée par Houlsby *et al*. (2005) et Einav & Cassidy (2005). Ils ont utilisé le formalisme de la théorie d'hyperplasticité afin d'examiner le potentiel de modélisation du comportement global d'une fondation superficielle en adoptant l'hypothèse des ressorts découplés de Winkler.

Le modèle proposé se place entre la catégorie « modèles de forces résultantes - macroéléments » et « modèles complets – éléments finis ». L'idée de base est de définir une surface de charge en termes des contraintes normales et tangentielles (σ,τ) pour chaque point de l'interface sol – fondation. C'est une généralisation de la notion de ressorts de Winkler qui définit un ***modèle local*** en tout point de l'interface. Cette idée est représentée sur la Figure 4.11(a). Le comportement global de la fondation peut être obtenu par intégration du comportement de chaque point sur toute l'interface. L'hypothèse principale du modèle est qu'il n'y a pas de couplage contraintes–déplacements entre deux points voisins sur l'interface sol – fondation. Par l'introduction des non-linéarités dans les modèles locaux, on peut partiellement contourner les limitations induites par cette hypothèse. Le grand avantage de cette hypothèse est qu'elle permet d'obtenir le comportement global de la fondation analytiquement. C'est une méthode qui a été amplement utilisée pour les pieux (*cf*. Fleming *et al*. 1985, Gerolymos & Gazetas, 2005, Beltrami *et al.*, 2006).

L'élément novateur de la méthode proposée consiste à utiliser le formalisme de la théorie de l'hyperplasticité pour l'écriture des modèles locaux du système. Ainsi la cohérence thermodynamique des modèles locaux assure également la cohérence thermodynamique globale. La configuration examinée concerne une semelle qui repose sur la surface d'un sol cohérent. L'interface sol-fondation est considérée purement frottante. Le modèle local proposé est représenté sur la Figure 4.11(b). Ce modèle est dérivé entièrement à partir de la définition de l'énergie libre de Gibbs et de la fonction de dissipation du système. Il comporte une surface de

charge elliptique avec une loi d'écoulement associée (correspondant au comportement plastique du sol) et une surface de charge conique avec une loi d'écoulement non-associée, qui reproduit le comportement de l'interface, le décollement y étant inclus. Les surfaces de charges sont fixées dans l'espace de (σ, τ), c'est-à-dire il n'y a pas d'écrouissage. Einav & Cassidy (2005) ont présenté une variante de cette méthodologie où le modèle local est un modèle de plasticité avancé (évolution de la surface de charge).



(a) (b)

Figure 4.11 – Généralisation du concept de ressorts de Winker (Houlsby et al., 2005) : (a) *Considération de modèles locaux en chaque point de l'interface sol-fondation et* (b) *Modèle local proposé pour chaque point.*

L'intégration du modèle local est présentée dans Houlsby *et al*. (2005) pour une semelle filante et une semelle circulaire. La procédure est basée sur la rigidité parfaite de la semelle.

Le modèle reproduit de manière satisfaisante le comportement cyclique de la semelle même avec un modèle local sans écrouissage, comme il est présenté sur la Figure 4.12. La méthode proposée offre l'avantage de l'obtention du comportement global de la fondation analytiquement et dans un cadre cohérent du point de vue thermodynamique. Il y a néanmoins plusieurs limitations liées à l'hypothèse de découplage de Winkler :

i. On ne peut pas calibrer le modèle pour satisfaire les conditions imposées par la force verticale et par le moment simultanément. Tel est le cas, tant pour les paramètres qui gouvernent le comportement élastique que pour les paramètres qui gouvernent le modèle plastique. Si par exemple, on essaie de calibrer les paramètres élastiques des modèles locaux afin d'obtenir la raideur élastique globale pour le déplacement vertical K_{zz}, on obtient un écart important par rapport à la raideur globale rotationnelle $K_{\theta\theta}$. Il en est de même pour la capacité portante. On ne peut pas alors être cohérent simultanément (par rapport au comportement global) pour les couples : force verticale – moment ou pour le couple : force horizontale – torsion.

ii. Le modèle a été développé pour des chargements quasi-statiques. On peut anticiper que le problème en (*i*) subsistera pour l'amortissement radiatif lors de la généralisation pour des chargements sismiques.

iii. La courbe force verticale – déplacement vertical en chargement – déchargement n'est pas réaliste, comme il est présenté sur la Figure 4.13, où on note une diminution très importante de la tangente à la courbe dans la phase de déchargement. La courbe rotation – déplacement vertical en

chargement cyclique n'est réaliste non plus (*cf.* Figure 4.12(d)). Même si le modèle décrit une courbe moment – rotation avec l'allure S, caractéristique de la présence de décollement, il ne peut pas décrire le soulèvement de la semelle. Par contre, il prédit un tassement continu.

iv. Le modèle ne permet pas l'introduction de couplage élastique entre le moment et la force horizontale.

On voit alors que l'adoption de l'hypothèse de ressorts découplés peut conduire à des modèles compacts. Néanmoins, elle entraîne un nombre de limitations importantes par rapport au comportement global réel de la fondation.

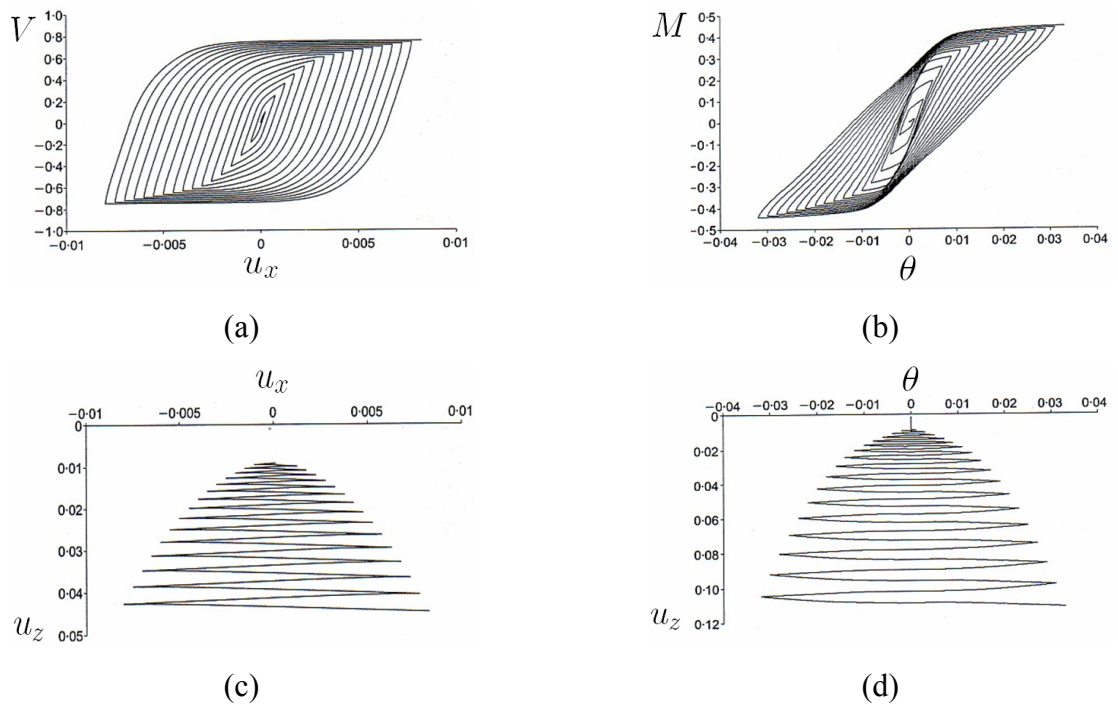


Figure 4.12 – Comportement cyclique d'une semelle filante selon la méthode de ressorts de Winkler généralisés ; (a) *Force horizontal – déplacement horizontal,* (b) *Moment – rotation,* (c) *Déplacement horizontal – déplacement vertical et* (d) *Déplacement vertical – rotation.*

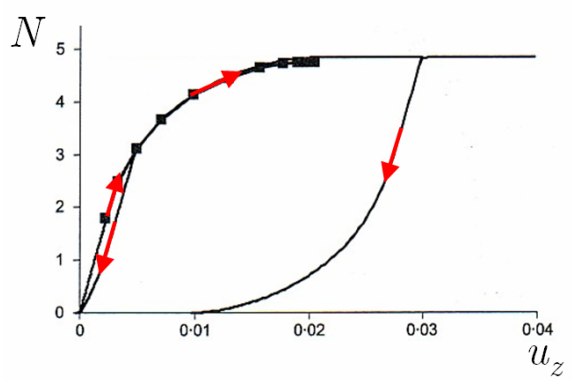


Figure 4.13 – Courbe force verticale – déplacement vertical (Houlsby et al., 2005).

4.1.6.4 Le macroélément dans d'autres problèmes du génie civil et géotechnique

En achevant ce bref exposé sur les modèles existants de macroéléments, on peut noter que le concept de macroélément apparaît dans d'autres problèmes du génie civil et géotechnique. Ce type de démarche a été déjà utilisé en mécanique des structures afin de développer des modèles globaux de liaisons internes de structure (voir par exemple Miramontes (1996) et Davenne (1998) pour les assemblages semi-rigides en béton armé, Fléjou (1993) pour les assemblages métaliques et Grange *et al*. (2006) pour une application du macroélément, développé pour une fondation avec peu de modifications, dans le cas d'amortisseurs sismiques de structures ou d'isolateurs). Dans le domaine du génie géotechnique, Muir Wood & Kalasin (2004) ont présenté un macroélément pour le comportement dynamique d'un mur de soutènement. Le modèle a été obtenu analytiquement par la considération d'un modèle local élastique – parfaitement plastique en chaque point de l'interface mur – sol. Le modèle a été utilisé pour l'analyse du mur de soutènement sous chargements sismiques. On note finalement qu'un chapitre entier est consacré à la modélisation par macroélément dans l'ouvrage récemment paru de Muir Wood (2004).

Le Tableau 4.1 récapitule les travaux principaux sur la modélisation du comportement global des fondations superficielles par macroélément.

Tableau 4.1 – Récapitulatif des travaux principaux sur le macroélément

Référence	Ans	Configuration	Description
Nova & Montrasio	1991	Semelle filante sur sol purement frottant	Modèle de plasticité avec écrouissage isotrope et loi d'écoulement non-associée. Application aux chargements quasi-statiques monotones
Paolucci	1997	Semelle filante sur sol purement frottant	Modèle de plasticité parfaite et loi d'écoulement non-associée. Applications aux chargements sismiques. Superstructure simple et analyses paramétriques.
Pedretti	1998	Semelle filante sur sol purement frottant	Description du comportement cyclique par modèle hypoplastique. Prise en compte du décollement par réduction de la raideur élastique. Applications aux chargements quasi-statiques cycliques
Gottardi *et al.*	1999	Semelle circulaire sur sol purement frottant	Modèle de plasticité avec écrouissage isotrope. Description détaillée de la surface de charge par « swipe tests ». Applications aux chargements quasi-statiques monotones.
Le Pape *et al.* **Le Pape & Sieffert**	1999 2001	Semelle filante sur sol purement frottant	Modèle élastoplastique dérivé par la fonction de l'énergie libre et la fonction de dissipation du système. Surface de charge en forme de « ballon de rugby » et potentiel plastique en forme d'ellipsoïde. Applications aux chargements sismiques
Crémer et al.	2001	Semelle filante sur sol purement cohérent sans résistance à la traction	Modèle de plasticité avancé (écrouissage isotrope et cinématique) couplé avec un modèle de décollement. Applications aux chargements sismiques
Martin & Houlsby	2001	Semelle circulaire sur sol cohérent	Modèle de plasticité avec écrouissage isotrope et loi d'écoulement non-associée. Description détaillée de la surface de charge par « swipe tests ». Applications aux chargements quasi-statiques monotones.
Houlsby & Calssidy	2002	Semelle circulaire sur sol purement frottant	Modèle de plasticité avec écrouissage isotrope et loi d'écoulement non-associée. Description détaillée de la surface de charge par « swipe tests ». Applications aux chargements quasi-statiques monotones.
Di Prisco *et al.*	2003	Semelle filante sur sol frottant	Description du comportement cyclique par modèle hypoplastique. Applications aux chargements quasi-statiques cycliques
Cassidy *et al.*	2004	Semelle circulaire sur sol cohérent ou frottant	Extension à une configuration tridimensionnelle complète. Applications aux fondations off-shore sous chargements quasi-statiques monotones
Muir Wood & Kalasin	2004	Mur de soutènement	Modèle obtenu par intégration de modèle local simplifié. Hypothèse de Winkler. Applications aux chargements sismiques.
Houlsby *et al.*	2005	Semelle filante ou circulaire sur sol cohérent et interface frottante	Ressorts de Winkler découplés. Formalise d'hyperplastictité, cohérence thermodynamique. Applications aux chargements quasi-statiques cycliques.
Einav & Cassidy	2005	Semelle filante sur sol cohérent et interface frottante	Ressorts de Winkler découplés. Modèle local avancé (évolution de la surface de charge). Formalisme d'hyperplastictité. Applications aux chargements quasi-statiques cycliques.
Grange *et al.*	2006	Semelle circulaire sur sol cohérent	Extension du modèle de plasticité de Crémer dans une configuration tridimensionnelle. Pas de modèle de décollement.

4.2 Présentation du modèle de macroélément

4.2.1 Cadre général

On propose dans ce paragraphe une nouvelle formulation de macroélément pour la description du comportement global d'une fondation superficielle sous chargements sismiques. Tout d'abord on précise le cadre général pour notre modèle :

i. ***Géométrie.*** Le modèle que l'on présente se réfère à une semelle circulaire de diamètre $D = 2r$ reposant à la surface du sol.

ii. ***Paramètres de chargement.*** Le chargement appliqué met en évidence les caractéristiques du §2.4.3.1. On suppose alors, que la force horizontale et le moment sur la semelle proviennent de l'excitation inertielle d'une structure à un degré de liberté lors d'une sollicitation sismique. Ainsi, le pseudo-vecteur du moment est perpendiculaire au vecteur de la force horizontale. Les paramètres de chargement et les paramètres cinématiques correspondants sont représentés sur la Figure 4.14.

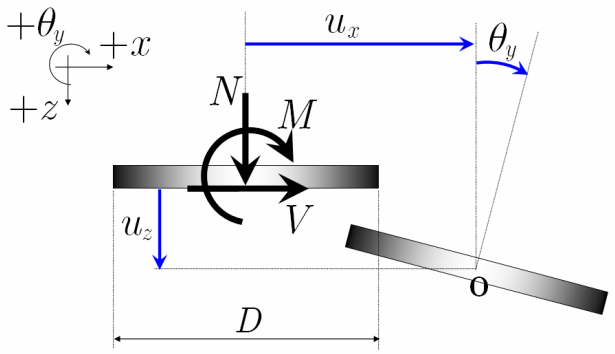


Figure 4.14 – Paramètres de chargement et paramètres cinématiques correspondants.

Les paramètres de chargement sont assemblés dans le vecteur de chargement $\underline{Q}$. Afin de faciliter la présentation et le traitement du problème, on introduit le schéma de normalisation des paramètres de chargement suivant :

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} Q_N \\ Q_V \\ Q_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N / N_{\max} \\ V_x / N_{\max} \\ M_y / DN_{\max} \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

On utilise les indices N, V, M pour les paramètres de chargement normalisés qui correspondent à la force verticale, la force horizontale et le moment respectivement. La quantité $N_{\max}$ représente la force verticale maximale supportée par la semelle.

De manière similaire, on assemble les paramètres cinématiques correspondants dans le vecteur $\underline{q}$ et on les normalise selon le schéma suivant:

(4.25)
$$\underline{q} = \begin{bmatrix} q_N \\ q_V \\ q_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_z / D \\ u_x / D \\ \theta_y \end{bmatrix}$$

On note que le travail des paramètres normalisés est écrit :

(4.26)
$$\mathcal{W}(\underline{Q},\underline{q}) = \underline{Q} \cdot \underline{q} = Q_i q_i = \frac{1}{N_{\max} D}\left(N u_z + V_x u_x + M_y \theta_y\right) = \frac{1}{N_{\max} D}\mathcal{W}_{\text{prototype}}$$

On peut interpréter l'introduction des schémas de normalisation (4.24) et (4.25) comme une normalisation du travail des efforts extérieurs $\mathcal{W}_{\text{prototype}}$ du système global par la quantité fixée $N_{\max} D$.

Avant d'aborder la description du macroélément proposé, il est nécessaire de préciser quelques caractéristiques des configurations couvertes par notre modèle. Ces caractéristiques concernent le comportement du sol et de l'interface sol-fondation.

iii. Comportement du sol. En ce qui concerne la résistance du sol de fondation on suppose que celui-ci ***est purement cohérent*** et obéit au critère de Tresca (avec ou sans résistance à la traction). Ce choix est en accord avec les considérations présentées dans le Chapitre 2 et reste valable pour les sols sans cohésion saturés en comportement non drainé. On note que les sollicitations sismiques, de durée très courte en général (de l'ordre de quelques secondes), justifient parfaitement le choix d'un comportement non drainé pour un sol saturé. De plus, on introduit pour la première fois une hypothèse concernant ***la loi de comportement*** du sol, c'est-à-dire la relation contraintes-déformations ; on suppose que le sol est muni d'une loi ***de comportement élastoplastique associée***. Le comportement du sol est alors irréversible et dissipatif, la source de déplacements résiduels au niveau de la fondation, que l'on va tenter de décrire avec le macroélément. Le cas d'un sol frottant mettant en évidence un comportement non-associé n'est pas couvert par le présent modèle.

iv. Comportement de l'interface. La caractéristique essentielle supposée pour l'interface sol-fondation est de ne pas être résistante en traction. On peut décrire ce type de comportement par la condition de complémentarité suivante :

(4.27)
$$\sigma \leq 0,\ \zeta \leq 0 \ \text{ et } \ \sigma\zeta = 0,$$

où σ est l'effort normal exercé sur l'interface et ζ la distance sol-fondation lors du décollement. Si $\sigma < 0$ (efforts positifs en traction) on a $\zeta = 0$ et aucun décollement ne se produit. Si $\zeta < 0$ (suivant les signes de la Figure 4.14) on obtient $\sigma = 0$. Parmi les critères de résistance habituels qui satisfont cette condition, on note : le critère de Tresca sans résistance à la traction, le critère de Coulomb purement frottant, l'interface parfaitement rugueuse *etc*.

4.2.2 L'idée principale du modèle

L'objectif du modèle proposé est de décrire les deux sources de non-linéarité du système sol-fondation, à savoir la non-linéarité matérielle dû au comportement irréversible du sol ainsi que la non-linéarité géométrique due au décollement. Le modèle comportera en couplage ces deux

sources de non-linéarité différentes, mais on souhaite que leur caractère distinct soit reflété dans la structure du macroélément.

Notre première remarque concerne la surface ultime du système, telle qu'introduite par les modèles de macroéléments antérieurs et surtout telle que déterminée au moyen du Calcul à la Rupture dans le Chapitre 2. Il s'agit de la surface caractéristique en forme « de ballon de rugby », où l'origine des axes $(N = 0, V = 0, M = 0)$ se trouve sur la frontière de la surface. Cette forme particulière est due au fait que la détermination de la surface est effectuée avec la prise en compte du décollement. Cela est clair en examinant les mécanismes virtuels de rupture que l'on a construits au Chapitre 2 : il s'agit de mécanismes en rotation sans ou avec décollement. On a donc une surface ultime qui contient / décrit simultanément les deux mécanismes. On note que cela est possible dans le contexte du Calcul à la Rupture, qui utilise uniquement la connaissance du domaine de résistance du matériau constitutif, sans aucune référence à l'origine de cette résistance au moyen d'une loi de comportement. En revanche, on peut dire que la surface ultime, établie au moyen du Calcul à la Rupture, ne contient pas d'informations concernant les éléments de la loi de comportement lors de la rupture (*eg.* déplacements plastiques, loi d'écoulement associée, non-associée *etc.*). Il est donc clair que la sélection de la surface ultime comme une surface de charge pour un modèle de plasticité ne peut pas être justifiée, surtout lorsque la surface ultime contient des modes de ruptures autres que la plasticité du sol (ici, le décollement). On note aussi que la sélection de la surface ultime en forme de « ballon de rugby » comme fonction de charge met en évidence plusieurs difficultés par rapport à la formulation d'un modèle de plasticité. Par exemple, Crémer a été obligée d'introduire une loi d'écoulement *ad hoc* non-associée, alors que Di Prisco *et al*. (2003a) ont été obligés de formuler un modèle hypoplastique très compliqué (*cf.* Figure 4.2) à cause du fait que l'origine des axes n'est pas contenue à l'intérieur de la surface de charge mais se trouve sur sa frontière.

Notre deuxième remarque concerne le mécanisme de la non-linéarité matérielle due au comportement irréversible du sol. Supposons que nous ayons éliminé la possibilité de décollement dans notre système, de manière que la seule non-linéarité soit liée au comportement élastoplastique du sol. Alors, le modèle de plasticité introduit dans le macroélément doit refléter les caractéristiques essentielles du modèle élastoplastique du sol sous-jacent. On note surtout que la loi d'écoulement du modèle local (sol) doit être préservée dans le passage au macroélément, toujours dans l'hypothèse d'absence du décollement.

On considère finalement le phénomène de décollement et on examine son caractère opposé à celui du mécanisme de plasticité. Il s'agit essentiellement d'un processus non dissipatif et réversible, et c'est effectivement cette caractéristique que nous voulons décrire dans les applications du macroélément au contexte du génie parasismique. On peut comprendre le caractère non dissipatif du décollement par la condition (4.27) : lors du décollement $\zeta > 0 \Rightarrow \sigma = 0$ et le travail effectué par σ est nul. On souhaite incorporer cet élément dans la structure du macroélément par rapport aux paramètres de chargement liés à σ, c'est-à-dire N et M. En ce point, il faut noter que le travail effectué par la composante tangentielle τ sur l'interface peut être nul (*eg.* critère de Coulomb purement frottant) mais aussi non nul (*eg.* critère de Tresca sans résistance à la traction) ***lors du décollement***, selon le critère de résistance adopté. En passant au macroélément, cette caractéristique (si elle existe) doit être liée au paramètre de chargement concerné, c'est-à-dire V. On note finalement que les mêmes remarques restent valables si le décollement provient du critère

de résistance du sol (parce que, comme on l'a vu au Chapitre 2, les critères du sol et de l'interface sont combinés sur le plan juste au dessous de la semelle).

Le principe de base adopté pour le développement du modèle est d'abandonner l'idée que la surface ultime, décrivant les combinaisons maximales des paramètres de chargement, peut servir comme fonction de charge pour le modèle de plasticité du macroélément. Par contre, on ne retiendra que la vraie signification de la surface ultime, qui représente le domaine de tous les chargements supportables par le système. On n'utilisera pas cette surface pour la définition d'éléments de la loi de comportement pour le macroélément. Par contre, on va tenter de décrire les caractéristiques essentielles du comportement global avant écoulement plastique libre au moyen d'une loi de comportement particulière pour chaque phénomène, dans la structure du macroélément. La combinaison des différentes lois de comportement adoptées doit fournir des états de chargement, qui sont contenus dans ou sur (mais pas hors) la surface ultime du système. Comme exemples, on examine les cas suivants :

a. Considérons une configuration de fondation où l'interface est parfaitement collée (adhésion parfaite) et le sol obéit au critère de Tresca classique avec une loi de comportement élastoplastique associée. Dans ce cas, il n'y a pas de décollement et la seule source de non-linéarité est le comportement irréversible du sol. Dans la structure du macroélément, cet élément unique sera décrit par un modèle de plasticité et le macroélément ne comportera que cela. Il s'agira d'un modèle de plasticité associée et ***dans ce cas particulier*** on peut identifier la surface de charge avec la surface ultime du système. La surface ultime de cette configuration a été étudiée par Bransby & Randolph (1998) ou Randolph & Puzrin (2004). Elle peut être approximée par un ellipsoïde dans l'espace des paramètres de chargement, comme représenté sur la Figure 4.15. On note que cette forme de la surface de charge est apparemment beaucoup plus facile à gérer que la surface en forme de ballon de rugby. On peut y introduire facilement la description des éléments avancés, dont le comportement cyclique et les formulations des modèles hypoplastiques, d'écrouissage isotrope-cinématique *etc*.

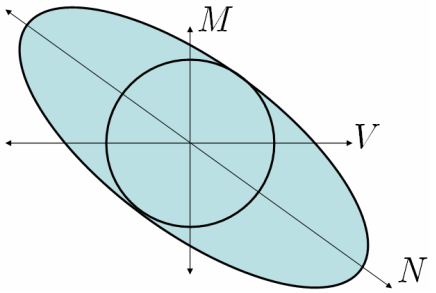


Figure 4.15 – Surface ultime pour un sol élastoplastique de type Tresca associé et une interface parfaitement collée (pas de décollement).

b. Considérons maintenant la même configuration, mais avec une interface de type Coulomb purement frottant. L'interface permet le décollement, qui est dans ce cas purement réversible et non dissipatif. On peut alors représenter ses effets dans le comportement global du système (de manière phénoménologique) ***par un modèle d'élasticité non-linéaire***. Il n'y a aucune raison cependant de changer le modèle pour la plasticité, qui reproduit le comportement du sol. On peut

simplement ajouter deux nouvelles surfaces afin de reproduire l'effet de l'interface dans le plan (N,V) comme représenté sur la Figure 4.16(a). La structure du modèle est la même que celle présentée sur la Figure 4.11(b) ; il s'agit du modèle local proposé par Houlsby *et al*. (2005) pour un traitement du système sous l'hypothèse de ressorts de Winkler découplés. Dans le modèle local (écrit en termes de (σ,τ) sur l'interface), le décollement se manifeste naturellement si les ressorts considérés n'ont pas de résistance en traction. Dans le modèle global (écrit en termes de (N,V,M)), le décollement est décrit de manière « artificielle » en introduisant un modèle phénoménologique d'élasticité non-linéaire, qui respecte le caractère réversible et non dissipatif du phénomène. On note aussi que dans ce cas, on a ***deux*** surfaces de charge : l'ellipsoïde et les deux branches du critère de Coulomb. L'ellipsoïde peut être un modèle associé qui retient tous les éléments avancés pour le traitement du comportement cyclique, alors que les deux branches du critère de Coulomb peuvent être munies d'une loi non-associée dans un modèle de plasticité plus simple (*eg*. plasticité parfaite). Les angles aux points d'intersection de deux surfaces peuvent être traité par la théorie de plasticité des multi-mécanismes (*cf*. Mandel, 1965).

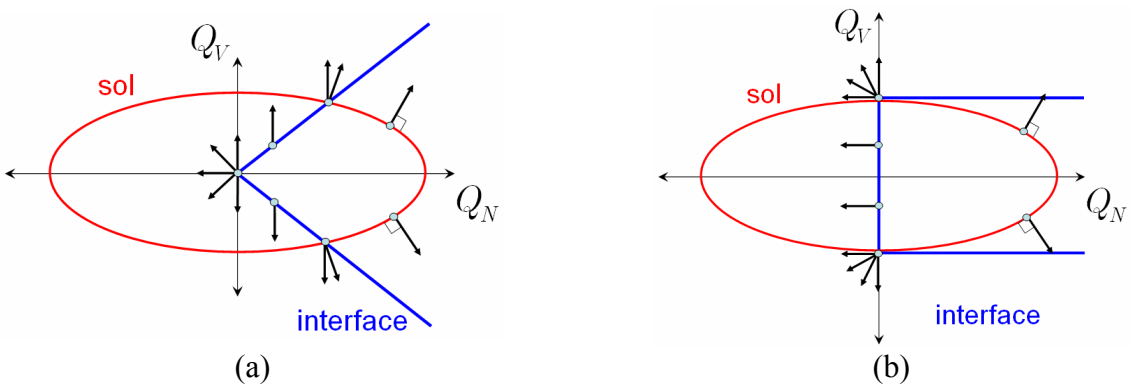


Figure 4.16 – Structure du macroélément pour sol de type Tresca (élastoplastique associé) avec interface (a) *de type Coulomb et* (b) *de type Tresca sans résistance à la traction.*

c. De manière similaire, on peut traiter le cas du même type de sol avec une interface de Tresca sans résistance à la traction (*cf*. Figure 4.16(b)), cas qui a été traité au Chapitre 2. Dans le modèle de macroélément correspondant, on va retenir le modèle de plasticité pour le sol et le modèle d'élasticité non-linéaire pour la description phénoménologique de la partie non dissipative du décollement, c'est-à-dire dans le plan (N,M). La partie dissipative du décollement se manifeste à l'angle entre l'ellipsoïde et le critère de Tresca de l'interface sur le plan (N,V). Il peut alors être traité par la théorie des multi-mécanismes, comme dans le cas précédent.

d. Finalement, le cas d'un ***sol*** de type Tresca sans résistance à la traction peut être traité en le considérant comme l'intersection du Tresca classique avec la surface tranchante. Ainsi, dans la structure du macroélément, on peut retenir le modèle plastique de l'ellipsoïde pour le sol, le modèle élastique non-linéaire pour la partie non dissipative du décollement (plan (N,M)) et ajouter les surfaces de charge nécessaires pour la partie dissipative du décollement dans le plan (N,V) avec la loi d'écoulement appropriée.

Pour ce qui est de l'influence de la force horizontale sur le modèle du décollement, on va retenir le commentaire de Crémer et supposer que pour des sols d'une certaine épaisseur, la force

horizontale n'a aucun effet sur le décollement. Cela nous permettra d'écrire notre modèle d'élasticité non-linéaire pour le décollement en termes des paramètres (N, M) sans influence de la force horizontale V.

On développe dans la suite un modèle de macroélément qui comporte en série :

i. Un modèle de plasticité pour la description du comportement irréversible du sol de fondation. Le modèle va reproduire la non-linéarité d'origine matérielle du système. On va formuler un modèle de type hypoplastique pour un sol de type Tresca comme dans les exemples présentés.

ii. Un modèle d'élasticité non-linéaire (non dissipatif – réversible) pour la description du phénomène de décollement. Le modèle va reproduire la non-linéarité d'origine géométrique du système et sera écrit en termes de paramètres (N, M).

Les deux éléments retenus sont les plus importants pour les applications du macroélément aux problèmes du génie parasismique. Afin de préserver la simplicité du modèle on ne traitera pas le cas de plusieurs surfaces de charges, ce qui exigerait une formulation et un traitement numérique plus compliqués (plasticité de multi-mécanismes). La structure du macroélément proposé est schématisée sur la Figure 4.17.

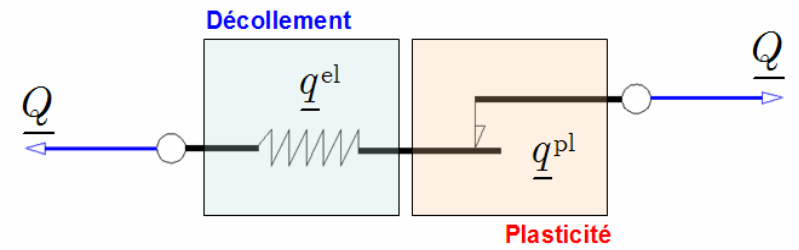


Figure 4.17 – Structure du macroélément proposé

Décomposition du taux de déplacement total

Initialement, on introduit la décomposition du taux du vecteur de déplacements totaux en taux de déplacements élastiques et en taux de déplacements plastiques. Les déplacements élastiques sont régis par un modèle d'élasticité non-linéaire qui décrit le phénomène de décollement. On peut alors écrire:

(4.28) $$\dot{\underline{q}} = \dot{\underline{q}}^{\mathrm{el}} + \dot{\underline{q}}^{\mathrm{pl}}$$

Dans (4.28), les exposants el, pl représentent les déplacements élastiques et plastiques respectivement. On présente initialement le modèle de décollement et ensuite le modèle de plasticité. Les deux modèles sont présentés de manière indépendante. On donne finalement un commentaire sur leur couplage.

4.2.3 Non-linéarité géométrique – modèle élastique non-linéaire pour la description du décollement

On définit d'abord le modèle d'élasticité, qui sera un modèle élastique non – linéaire. La non-linéarité du modèle élastique est due au phénomène de décollement sur l'interface sol – semelle. On introduit tout d'abord la matrice des raideurs élastiques du système :

(4.29) $$\underline{\dot{Q}} = \underline{\underline{\mathcal{K}}}\,\underline{\dot{q}}^{\mathrm{el}}$$

ou encore :

(4.30) $$\begin{bmatrix} \dot{Q}_N \\ \dot{Q}_V \\ \dot{Q}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{NN} & K_{NV} & K_{NM} \\ K_{VN} & K_{VV} & K_{VM} \\ K_{MN} & K_{MV} & K_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_N^{\mathrm{el}} \\ \dot{q}_V^{\mathrm{el}} \\ \dot{q}_M^{\mathrm{el}} \end{bmatrix}$$

Dans (4.29), $\underline{\underline{\mathcal{K}}} = K_{ij}$, $i, j = N, V, M$ est la matrice de rigidité élastique tangente, dont les éléments ne sont pas en général constants. Notre but sera de formuler un modèle pour le décollement de manière que les éléments K_{ij}, $i, j = N, V, M$ soient fonctions des déplacements généralisés élastiques du système. Il s'agit donc d'un modèle purement phénoménologique sans l'introduction d'aucun paramètre supplémentaire (comme le paramètre δ du modèle de Crémer ou les rayons fictifs du modèle de Wolf). Ainsi, on va écrire :

(4.31) $$K_{ij} = K_{ij}\left(\underline{q}^{\mathrm{el}}\right)$$

Variables adimensionnelles

On va utiliser les variables adimensionnelles suivantes, qui respectent la normalisation (4.24) et (4.25) :

(4.32) $$\underline{\underline{\mathcal{K}}} = \begin{bmatrix} (D/N_{\max})\mathbf{K}_{NN} & (D/N_{\max})\mathbf{K}_{NV} & (1/N_{\max})\mathbf{K}_{NM} \\ (D/N_{\max})\mathbf{K}_{VN} & (D/N_{\max})\mathbf{K}_{VV} & (1/N_{\max})\mathbf{K}_{VM} \\ (1/N_{\max})\mathbf{K}_{MN} & (1/N_{\max})\mathbf{K}_{MV} & (1/DN_{\max})\mathbf{K}_{MM} \end{bmatrix}$$

Les quantités $\mathbf{K}_{ij}$ représentent les raideurs du système réel.

Matrice $\underline{\underline{\mathcal{K}}}$ avant l'initiation du décollement

Avant l'initiation du décollement la réponse du système est élastique linéaire, et la matrice $\underline{\underline{\mathcal{K}}}$ représente les raideurs statiques des impédances de la fondation, qui sont constantes par rapport à $\underline{q}^{\mathrm{el}}$. Pour une semelle superficielle, les termes de couplage K_{ij}, $i \neq j$ peuvent être négligés[1] et on a :

[1] Bell (1991) a montré au moyen d'analyses numériques (éléments finis) que les termes de couplage ne peuvent pas être négligés dans le cas de configurations avec une profondeur d'encastrement importante ou dans le cas de semelles qui mettent en évidence une sous face non plane (*eg.* sous face conique des fondations off-shore).

(4.33)
$$\underline{\underline{\mathcal{K}}} = \begin{bmatrix} \widetilde{K}_{NN} & 0 & 0 \\ 0 & \widetilde{K}_{VV} & 0 \\ 0 & 0 & \widetilde{K}_{MM} \end{bmatrix}$$

Dans (4.33), $\widetilde{K}_{NN}$, $\widetilde{K}_{VV}$, $\widetilde{K}_{MM}$ sont des quantités dépendant de la géométrie de la fondation et des paramètres élastiques du sol de fondation.

Matrice $\underline{\underline{\mathcal{K}}}$ lors du décollement

En l'absence d'approximations numériques pour le décollement d'une semelle circulaire sur sol élastique, on va utiliser les approximations utilisées par Crémer, qui se réfèrent à une semelle filante en supposant que les expressions de la semelle filante peuvent être utilisées dans une première approximation pour une semelle circulaire sous chargement plan. En plus, on considère que le sol de fondation a une épaisseur suffisament grande pour que la force horizontale n'influence pas le comportement en décollement. Ainsi, on peut formuler le modèle en termes des paramètres Q_N, Q_M . Puisqu'il n'y a pas de termes de couplage avant l'initiation du décollement, on a selon (4.33) :

Avant décollement : $\left|Q_M\right| < \left|Q_{M,0}\right| \Rightarrow Q_M = \widetilde{K}_{MM}\, q_M^{\mathrm{el}}$

Dans l'expression précédente on a défini la quantité $\left|Q_{M,0}\right|$ comme le moment (paramètre généralisé) d'initiation du décollement. Ainsi, au moment exact de l'initiation on a :

Initiation du décollement :

$$\left|Q_M\right| = \left|Q_{M,0}\right| \Rightarrow Q_{M,0} = \widetilde{K}_{MM}\, q_{M,0}^{\mathrm{el}}$$
$$\Rightarrow q_{M,0}^{\mathrm{el}} = \frac{Q_{M,0}}{\widetilde{K}_{MM}}$$

Si l'on connaît le moment d'initiation du décollement $\left|Q_{M,0}\right|$, on peut déterminer directement l'angle de rotation $q_{M,0}^{\mathrm{el}}$ pour un sol élastique. On note que $\left|Q_{M,0}\right|$ est fonction de la force verticale appliquée sur la semelle. Pour un sol élastique on a :

Semelles filantes (Crémer, 2001) : $Q_{M,0} = \pm\dfrac{Q_N}{4} = \pm\dfrac{1}{4}\widetilde{K}_{NN}\, q_N^{\mathrm{el}}$

Semelles circulaires (Wolf, 1988) : $Q_{M,0} = \pm\dfrac{Q_N}{3} = \pm\dfrac{1}{3}\widetilde{K}_{NN}\, q_N^{\mathrm{el}}$

Ainsi, l'angle d'initiation du décollement est écrit :

(4.34)
$$q_{M,0}^{\mathrm{el}} = \frac{1}{\widetilde{K}_{MM}}\left(\frac{1}{3}\widetilde{K}_{NN}\, q_N^{\mathrm{el}}\right)$$

On introduit maintenant les expressions d'approximation présentées par Crémer. Ces expressions sont établies pour une valeur constante de la force verticale, en augmentant l'angle de rotation q_M^{el} jusqu'au renversement. La condition sur la force verticale s'écrit (par (4.30)) :

(4.35)
$$\dot{Q}_N = K_{NN}\dot{q}_N^{\mathrm{el}} + K_{NM}\dot{q}_M^{\mathrm{el}} = 0$$

Si l'on considère que l'élément K_{NN} reste constant lors du décollement on a :

$$K_{NN} = \widetilde{K}_{NN}$$

Alors l'expression (4.35) donne :

(4.36) $$K_{NM} = -\frac{\widetilde{K}_{NN}\,\dot{q}_N^{\mathrm{el}}}{\dot{q}_M^{\mathrm{el}}}$$

On note que l'hypothèse d'un K_{NN} constant n'est pas restrictive. Cette hypothèse traduit le fait que toute l'influence du décollement sur la force verticale est traduite par le terme de couplage K_{NM}.

La relation d'approximation de Crémer est écrite au moyen du paramètre auxiliaire δ qui représente pour une semelle filante, le pourcentage de largeur décollée :

(4.37) $$\delta = 1 - \frac{q_{M,0}^{\mathrm{el}}}{q_M^{\mathrm{el}}}$$

La relation entre l'incrément du déplacement vertical et l'incrément de la rotation est donnée par :

(4.38) $$\dot{q}_N^{\mathrm{el}} = -\frac{1}{2}\delta\dot{q}_M^{\mathrm{el}}$$

En remplaçant δ par (4.37) on obtient :

$$\frac{\dot{q}_N^{\mathrm{el}}}{\dot{q}_M^{\mathrm{el}}} = -\frac{1}{2}\left(1 - \frac{q_{M,0}^{\mathrm{el}}}{q_M^{\mathrm{el}}}\right)$$

Ainsi, la relation (4.36) devient :

(4.39) $$K_{NM} = \frac{1}{2}\widetilde{K}_{NN}\left(1 - \frac{q_{M,0}^{\mathrm{el}}}{q_M^{\mathrm{el}}}\right)$$

De façon similaire, pour le moment on a selon (4.30):

(4.40) $$\dot{Q}_M = K_{MN}\dot{q}_N^{\mathrm{el}} + K_{MM}\dot{q}_M^{\mathrm{el}}$$

La relation d'approximation $Q_M - q_M^{\mathrm{el}}$ proposée par Crémer est :

(4.41) $$\frac{Q_M}{Q_{M,0}} = 2 - \frac{q_{M,0}^{\mathrm{el}}}{q_M^{\mathrm{el}}}, \quad \text{pour } |Q_M| > |Q_{M,0}|$$

Cette relation fournit donc :

(4.42) $$\frac{\dot{Q}_M}{\dot{q}_M^{\mathrm{el}}} = \frac{\mathrm{d}\,Q_M}{\mathrm{d}\,q_M^{\mathrm{el}}} = \widetilde{K}_{MM}\left(\frac{q_{M,0}^{\mathrm{el}}}{q_M^{\mathrm{el}}}\right)^2$$

Si l'on considère que $K_{MN} = K_{NM}$ on trouve par (4.39), (4.40) et (4.42):

(4.43) $$K_{MM} = \widetilde{K}_{MM}\left(\frac{q_{M,0}^{\mathrm{el}}}{q_M^{\mathrm{el}}}\right)^2 + \frac{1}{4}\widetilde{K}_{NN}\left(1-\frac{q_{M,0}^{\mathrm{el}}}{q_M^{\mathrm{el}}}\right)^2$$

Commentaire

Dans les considérations précédentes nous avons utilisé les deux relations d'approximation (4.37) et (4.41) afin de calculer les quatre éléments inconnus $(K_{NN}, K_{NM}, K_{MN}, K_{MM})$ de la matrice de rigidité. Ainsi, on était obligé d'introduire deux hypothèses supplémentaires, à savoir : a) $K_{NN} = \widetilde{K}_{NN}$ et b) $K_{MN} = K_{NM}$ afin de résoudre un système de 4 inconnues à 4 équations. On note ici qu'il n'y aucune condition exigeant que $\underline{\underline{\kappa}}$ soit symétrique. Les deux hypothèses adoptées donnent une structure symétrique à la matrice $\underline{\underline{\kappa}}$ qui vise à faciliter le traitement numérique du modèle. L'introduction des deux hypothèses ne doit pas être vue comme un défaut du modèle. Si l'on souhaitait éviter l'introduction de ces deux hypothèses, on serait obligé de formuler deux conditions supplémentaires sur les éléments de $\underline{\underline{\kappa}}$. Une manière de faire cela serait d'enrichir les résultats numériques que l'on a utilisés comme données initiales du modèle (relations d'approximation de Crémer).

Récapitulation du modèle élastique non-linéaire

On forme la raideur élastique non-linéaire suivante :

(4.44) $$\begin{bmatrix}\dot{Q}_N\\ \dot{Q}_V\\ \dot{Q}_M\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}K_{NN} & 0 & K_{NM}\\ 0 & K_{VV} & 0\\ K_{MN} & 0 & K_{MM}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{q}_N^{\mathrm{el}}\\ \dot{q}_V^{\mathrm{el}}\\ \dot{q}_M^{\mathrm{el}}\end{bmatrix}$$

Dans (4.44) on a :

$$K_{NN} = \widetilde{K}_{NN}$$

$$K_{VV} = \widetilde{K}_{VV}$$

$$K_{NM} = K_{MN} = \begin{cases} 0, & \text{si} \quad \left|q_M^{\mathrm{el}}\right| \le \left|q_{M,0}^{\mathrm{el}}\right| \\ \dfrac{1}{2}\widetilde{K}_{NN}\left(1-\dfrac{q_{M,0}^{\mathrm{el}}}{q_M^{\mathrm{el}}}\right), & \text{si} \quad \left|q_M^{\mathrm{el}}\right| > \left|q_{M,0}^{\mathrm{el}}\right| \end{cases}$$

$$K_{MM} = \begin{cases} \widetilde{K}_{MM}\,, & \text{si} \quad \left|q_M^{\mathrm{el}}\right| \le \left|q_{M,0}^{\mathrm{el}}\right| \\ \widetilde{K}_{MM}\left(\dfrac{q_{M,0}^{\mathrm{el}}}{q_M^{\mathrm{el}}}\right)^2 + \dfrac{1}{4}\widetilde{K}_{NN}\left(1-\dfrac{q_{M,0}^{\mathrm{el}}}{q_M^{\mathrm{el}}}\right)^2, & \text{si} \quad \left|q_M^{\mathrm{el}}\right| > \left|q_{M,0}^{\mathrm{el}}\right| \end{cases}$$

Le paramètre $q_{M,0}^{\mathrm{el}}$ est, en général, fonction de la force verticale appliquée sur la semelle :

$$q_{M,0}^{\mathrm{el}} = f(Q_N)$$

4.2.4 Non-linéarité matérielle – modèle de plasticité

On présente dans ce paragraphe, le modèle de plasticité incorporé dans la structure du macroélément. Comme l'on a dit, le modèle proposé appartient à la classe de modèles hypoplastiques de ***« surface d'appui »*** permettant ainsi une description satisfaisante du comportement du système sous chargements cycliques. Le modèle est choisi pour sa simplicité de formulation et sa flexibilité.

Surface d'appui

Suivant le raisonnement du §4.2.2, on identifie la surface d'appui f_{BS} du modèle avec la surface ultime du système sol-fondation sans aucun effet provenant du comportement de l'interface, c'est-à-dire on considère une interface parfaitement collée. Ainsi, la surface ultime du système peut-être approximée par un ellipsoïde dans l'espace de paramètres de chargement généralisés, qui est centré à l'origine :

$$f_{\mathrm{BS}}\left(\underline{Q}\right) \equiv Q_N^2 + \left(\frac{Q_V}{Q_{V,\max}}\right)^2 + \left(\frac{Q_M}{Q_{M,\max}}\right)^2 = 1 \tag{4.45}$$

On note que l'on pourrait considérer des approximations de la surface ultimes plus précises, par exemple, surfaces avec une excentricité dans le plan $M - V$ *etc*. Pour les applications du génie parasismique, une surface parfaitement symétrique (ellipsoïde) est préférable ; elle conduit à une expression très simple en gardant un niveau de précision largement suffisante. La surface d'appui est représentée sur la Figure 4.18.

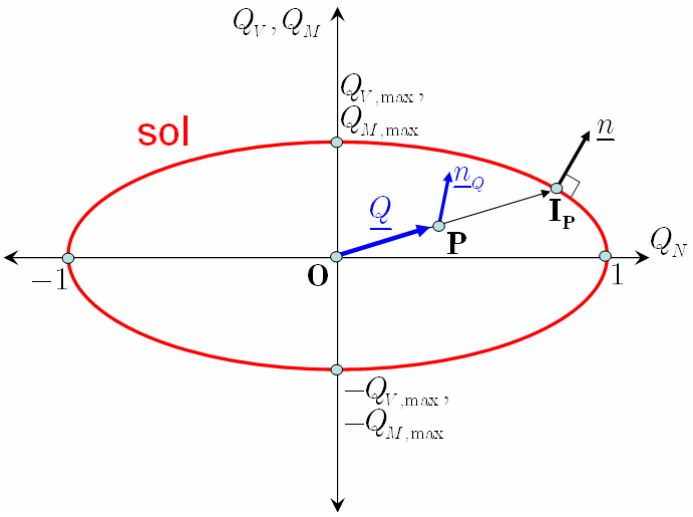


Figure 4.18 – Surface d'appui pour le modèle hypoplastique incorporé dans la structure du macroélément

Définition du point-image. Règle radiale

Même si l'on a identifié la surface d'appui du modèle hypoplastique avec la surface ultime du système, son rôle est différent : au moyen de la surface d'appui on va définir les cas de

chargement, déchargement et chargement neutre pour le modèle hypoplastique. De plus, la surface d'appui va servir à la définition de la direction et du ***module plastique***. Cela est fait en introduisant avec la surface d'appui ***une règle*** qui associe chaque point à l'intérieur de la surface d'appui avec un point, dit ***point image***, sur le contour de la surface d'appui. La forme d'ellipsoïde de la surface d'appui introduite, permet d'utiliser une règle radiale. Ainsi, pour chaque point $\mathbf{P}$ à l'intérieur de la surface, son point image $\mathbf{I_P}$ est défini par la relation suivante (*cf.* Figure 4.18) :

(4.46) $$\mathbf{I_P} = \left\{ \lambda \mathbf{P} \mid \mathbf{I_P} \in \partial f_{\mathrm{BS}} \ \text{ et } \ \lambda \geq 1 \right\}$$

Définition des cas de chargement, chargement neutre et déchargement

Étant donné l'état actuel des paramètres de chargement généralisés $\underline{Q}$, associé au point $\mathbf{P}$ (*cf.* Figure 4.18) et un incrément des paramètres de chargement $\underline{\dot{Q}}$, on peut définir les cas de chargement, chargement neutre et déchargement au moyen du vecteur unitaire normal $\underline{n}$ sur la surface d'appui au point image $\mathbf{I_P}$. Le vecteur unitaire suivant la direction de l'incrément $\underline{\dot{Q}}$ est donné par :

(4.47) $$\underline{n}_Q = \frac{1}{\left\| \underline{\dot{Q}} \right\|} \underline{\dot{Q}}$$

De façon similaire, le vecteur unitaire normal sur la surface d'appui au point image $\mathbf{I_P}$ est donné par :

(4.48) $$\underline{n} = \left(\left. \frac{\partial f_{\mathrm{BS}}}{\partial \underline{Q}} \right|_{\mathbf{I_P}} \right) \Big/ \left\| \left. \frac{\partial f_{\mathrm{BS}}}{\partial \underline{Q}} \right|_{\mathbf{I_P}} \right\|$$

Les cas de chargement, chargement neutre et déchargement sont définis par les relations suivantes :

(4.49) $$\begin{aligned} &\underline{n}_Q \cdot \underline{n} > 0 \quad \text{chargement} \\ &\underline{n}_Q \cdot \underline{n} = 0 \quad \text{chargement neutre} \\ &\underline{n}_Q \cdot \underline{n} < 0 \quad \text{déchargement} \end{aligned}$$

Dans le cas de ***chargement*** on a le développement de déplacements plastiques. Dans le cas de chargement neutre et de déchargement, la réponse du système est purement élastique.

Définition du module plastique

Dans le cas de chargement, on introduit le module plastique généralisé $\underline{\underline{\mathcal{H}}}$ en écrivant :

(4.50) $$\underline{\dot{Q}} = \underline{\underline{\mathcal{H}}} \underline{\dot{q}}^{\mathrm{pl}}$$

En inversant l'équation (4.50) on obtient :

(4.51) $$\underline{\dot{q}}^{\mathrm{pl}} = \underline{\underline{\mathcal{H}}}^{-1} \underline{\dot{Q}}$$

On peut écrire l'inverse du module plastique $\underline{\underline{\mathcal{H}}}^{-1}$ (*cf.* Pastor *et al.*, 1990) dans le cas général (modèle associé ou non-associé) sous la forme :

(4.52) $$\underline{\underline{\mathcal{H}}}^{-1} = \frac{1}{h}(\underline{n}_g \otimes \underline{n})$$

Dans (4.52), h est une fonction scalaire, alors que pour la formulation de surface d'appui, le vecteur $\underline{n}$ est défini sur le point image de l'état actuel des paramètres de chargement, comme dans (4.48). La définition de la direction du taux des déplacements plastiques est achevée par l'introduction du vecteur $\underline{n}_g$. Si :

(4.53) $$\underline{n}_g \equiv \underline{n}\,,$$

le modèle est associé. Si non, le modèle est non-associé et le vecteur $\underline{n}_g$ peut être défini au moyen d'un potentiel plastique. Le tenseur $(\underline{n}_g \otimes \underline{n})$ appliquée sur $\dot{\underline{Q}}$ définit la direction de l'incrément des déplacements plastiques.

Le module des déplacements plastiques est contrôlé par la quantité scalaire h. Dans la formulation hypoplastique de « surface d'appui », cette quantité est définie comme fonction de la distance entre l'état actuel de paramètres de chargement et son point image. Cette fonction est définie de manière que lorsque le point actuel est loin de la surface d'appui, la quantité h est large et l'incrément des déplacements plastiques est faible. Au contraire, lorsque le point actuel est à la proximité de la surface d'appui, la quantité h devient très petite et les déplacements plastiques sont très importants. Une mesure simple de la distance entre l'état actuel de paramètres de chargement et son point image est le paramètre positif scalaire λ, défini dans (4.46). On a alors :

(4.54) $$h = h(\lambda)$$

L'expression (4.54) peut être calibrée par rapport à des résultats numériques et/ou expérimentaux.

4.2.5 Paramètres du modèle. Couplage plasticité - décollement

Les paragraphes précédents ont présenté les deux éléments de la structure du macroélément, à savoir, le modèle élastique non-linéaire, qui comporte la partie élastique linéaire de la réponse du système ainsi que le phénomène de décollement, et le modèle hypoplastique (formulation de « surface d'appui »), qui reproduit les déplacements permanents du système dus au comportement irréversible du sol de fondation. Dans ce paragraphe, on va récapituler les paramètres introduits dans la formulation du macroélément et on va commenter leur détermination. En parallèle, on va discuter la question du couplage entre les mécanismes de décollement et de plasticité.

Paramètres initiaux

1. Il y a un seul paramètre géométrique pour le modèle : le diamètre D de la semelle.

2. Pour la définition des paramètres de chargement généralisés on introduit aussi la force verticale maximale supportée par la semelle $N_{\max}$. Le modèle se réfère à un sol purement cohérent, ainsi on obtient :

- *Pour un sol homogène* : $N_{\max} = 6.06 C_0 \dfrac{\pi D^2}{4}$, où C_0 est la cohésion uniforme du sol.

- *Pour un sol hétérogène* : $N_{\max}$ est donné par la solution de Salençon & Matar (1980).

Paramètres du modèle élastique non-linéaire

3. Les paramètres $\widetilde{K}_{NN}$, $\widetilde{K}_{VV}$, $\widetilde{K}_{MM}$ reproduisent la partie élastique linéaire du système. Si le système est soumis à un chargement quasi-statique, les paramètres $\widetilde{K}_{NN}$, $\widetilde{K}_{VV}$, $\widetilde{K}_{MM}$ correspondent aux raideurs statiques du système. Pour une semelle circulaire, qui repose sur la surface d'un milieu semi-infini élastique, isotrope et homogène, les valeurs habituellement utilisées sont (Sieffert & Cevaer, 1992) :

(4.55) $$\widetilde{K}_{NN} = \frac{2\mathcal{G}D^2}{N_{\max}(1-\nu)}$$

(4.56) $$\widetilde{K}_{VV} = \frac{4\mathcal{G}D^2}{N_{\max}(2-\nu)}$$

(4.57) $$\widetilde{K}_{MM} = \frac{\mathcal{G}D^2}{3N_{\max}(1-\nu)}$$

Les expressions (4.55) - (4.57) comportent la normalisation introduite dans (4.32). $\mathcal{G}$ désigne le module de cisaillement élastique du sol et ν, le coefficient du Poisson.

4. Pour la description du décollement on a utilisé les expressions d'approximations proposées par Crémer. Le modèle est contrôlé par un seul paramètre : le paramètre cinématique élastique de rotation $q_{M,0}^{\mathrm{el}}$, qui correspond à l'initiation de décollement. Cette quantité est fonction de la force verticale appliquée sur la semelle. Pour un sol purement élastique, il s'agit de la relation linéaire (4.34). Pour un sol élastoplastique, Crémer (2001) a proposé :

(4.58) $$q_{M,0}^{\mathrm{el}} = \pm\frac{1}{d_1}\left(\frac{\widetilde{K}_{NN}}{\widetilde{K}_{MM}}\right)e^{-d_2 Q_N}$$

Le paramètre d_1 contrôle l'initiation du décollement sur sol élastique. Le paramètre d_2 est un paramètre d'approximation numérique. Pour une semelle filante, $d_1 = 4$, $d_2 = 2.5$ (Crémer, 2001). Pour une semelle circulaire $d_1 = 3$ (Wolf, 1988) et une estimation doit être introduite pour le paramètre d_2 (en l'absence de résultats numériques).

Le modèle met en évidence une flexibilité tant par rapport aux expressions d'approximation utilisées, qui ont conduit à la formulation de la matrice $\underline{\underline{\kappa}}$, que par rapport à la relation (4.58), qui fournit la rotation élastique de l'initiation du décollement $q_{M,0}^{\mathrm{el}}$. En modifiant ces relations, on peut introduire plusieurs paramètres $d_1, d_2, \ldots$ pertinents pour le modèle de décollement.

Paramètres du modèle hypoplastique

5. Pour la définition de la surface d'appui on doit préciser les valeurs de $Q_{V,\max}$ et $Q_{M,\max}$. Le premier est facilement déterminé si l'on connaît $N_{\max}$ par la relation suivante :

(4.59) $$Q_{V,\max} = \frac{C_0 \pi D^2}{4N_{\max}}$$

Pour la détermination de $Q_{M,\max}$ on peut utiliser les solutions présentées par Randolph & Puzrin (2003). Ainsi pour un sol purement cohérent de cohésion uniforme on a :

(4.60) $$Q_{M,\max} = \frac{0.67 C_0 \pi D^2}{4 N_{\max}}$$

6. Une relation sous la forme de (4.54) doit être introduite pour la description de la quantité scalaire h, qui contrôle le module de l'incrément des déplacements plastiques. Cette relation peut être déterminée au moyen d'un essai à force verticale croissante jusqu'à rupture. Une première approximation peut être obtenue en inversant la relation classique $N - u_z$ (ou $Q_N - q_N$) proposée par Butterfield (1980) et présentée en (4.1). L'inversion de cette expression donne une variation logarithmique de la quantité h. On propose la relation très simple :

(4.61) $$h = h_0 \ln(\lambda)$$

Dans (4.61), h_0 est un paramètre numérique.

Une relation un plus compliquée peut être introduite afin de prendre en compte l'histoire du chargement du système. Cela est préférable dans le cas de chargements cycliques. Par exemple, on peut définir :

(4.62) $$h = h_0 \ln\left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_{\min}}\right)^{p_1} \lambda\right]$$

où $\lambda_{\min}$ est la valeur minimale du paramètre λ obtenue lors du chargement et p_1 est un paramètre numérique pour le modèle hypoplastique.

La signification de (4.62) est la suivante : dans la phase de premier chargement $\lambda_{\min} = \lambda$ et on retrouve (4.61). Si l'état de chargement est près de l'origine, λ est grand et les déplacements plastiques sont très faibles ; la réponse du système est principalement élastique. Dans le cas où l'état de chargement est près de la surface d'appui on obtient un λ près de l'unité et $h \to 0$. Le système est amené à un état d'écoulement plastique. Dans la phase de déchargement la réponse est élastique et dans la phase de rechargement on obtient $\lambda_{\min} < \lambda$ et la réponse est moins plastique que dans la phase de premier chargement.

Couplage plasticité – décollement

Le couplage entre les mécanismes de plasticité et de décollement est introduit dans un premier temps par la relation (4.58), qui définit l'initiation du décollement comme fonction de la force verticale appliquée (c'est-à-dire le niveau de plastification) du système. À partir du moment où le décollement est initié, le couplage entre les deux mécanismes est obtenu de manière naturelle en laissant le comportement en décollement être fonction du paramètre $q_{M,0}^{\mathrm{el}}$, qui est à son tour fonction de Q_N, paramètre qui intervient dans le modèle plastique.

Les deux tableaux de la page suivante récapitulent les paramètres numériques introduits dans le modèle, ainsi que les relations d'approximation proposées. Les tableaux visent à mettre en évidence les deux avantages de la formulation proposée : a) sa ***simplicité*** et b) sa ***flexibilité.*** Le modèle insiste sur la nature diamétralement différente de deux mécanismes de non-linéarité du système, ce qui conduit à une structure du macroélément claire et particulièrement facile à implémenter numériquement.

Tableau 4.2 – Paramètres numériques du modèle de macroélément proposé

Paramètre numérique	Description
Paramètres initiaux	
D	Diamètre de la semelle.
$N_{\max}$	Force maximale supportée par la semelle **(*cf.* Salençon & Matar, 1982).**
Réponse élastique linéaire	
$\widetilde{K}_{NN}$, $\widetilde{K}_{VV}$, $\widetilde{K}_{MM}$	Calculés comme fonction de la géométrie du système et des paramètres élastiques du sol de fondation.
Décollement	
d_1	Paramètre numérique qui contrôle l'initiation du décollement sur sol élastique
$d_2, \ldots$	Paramètres numériques qui contrôlent l'initiation du décollement sur sol élastoplastique au moyen de l'expression (4.58).
Modèle hypoplastique	
$Q_{V,\max}$	Correspond à la force horizontale maximale. Calculé par la connaissance seule de $N_{\max}$
$Q_{M,\max}$	Correspond au moment maximal. **(*cf.* Randolph & Puzrin, 2003)**
h_0	Paramètre scalaire qui correspond au module plastique initial dans la courbe $Q_N - q_N$
$p_1, \ldots$	Paramètres numériques qui contrôlent la réponse plastique du système en rechargement au moyen de l'expression (4.62)

Tableau 4.3 – Relations d'approximation du modèle de macroélément proposé

Relation d'approximation	Commentaire
Décollement	
$\dfrac{\dot{q}_N^{\mathrm{el}}}{\dot{q}_M^{\mathrm{el}}} = -\dfrac{1}{2}\left(1 - \dfrac{q_{M,0}^{\mathrm{el}}}{q_M^{\mathrm{el}}}\right), \quad \text{pour } \lvert Q_M \rvert > \lvert Q_{M,0} \rvert$	Décollement sur sol élastique. Relation d'approximation issue de résultats numériques. Relation entre déplacements verticaux et rotations.
$\dfrac{Q_M}{Q_{M,0}} = 2 - \dfrac{q_{M,0}^{\mathrm{el}}}{q_M^{\mathrm{el}}}, \quad \text{pour } \lvert Q_M \rvert > \lvert Q_{M,0} \rvert$	Décollement sur sol élastique. Relation d'approximation issue de résultats numériques. Courbe $Q_M - q_M^{\mathrm{el}}$
$q_{M,0}^{\mathrm{el}} = \pm \dfrac{1}{d_1}\left(\dfrac{Q_N}{\widetilde{K}_{MM}}\right) e^{-d_2 Q_N}$	Initiation du décollement sur sol élastoplastique comme fonction de la force verticale sur la semelle.
Modèle hypoplastique	
$h = h_0 \ln\left[\left(\dfrac{\lambda}{\lambda_{\min}}\right)^{p_1} \lambda\right]$	Définition du module plastique comme fonction du paramètre λ en premier chargement et en rechargement.

4.3 Mise en oeuvre numérique et comportement en chargement quasi-statique

4.3.1 Introduction

On présente dans ce paragraphe la mise en œuvre numérique du modèle de macroélément développé, ainsi qu'une série de résultats relatifs au comportement du macroélément sous chargements quasi-statiques monotones et cycliques.

Un des premiers objectifs du modèle était de le formuler de telle façon qu'il puisse être introduit en tant qu'élément dans n'importe quel code classique éléments finis. La structure traditionnelle des codes éléments finis est telle que ***le schéma de résolution est régi par les déplacements*** : étant donné un incrément de déplacements totaux (paramètres cinématiques généralisés) du système, le modèle fournit la décomposition en incréments de déplacements élastiques et plastiques ainsi que l'incrément des forces (paramètres de chargement généralisés).

La structure simple du modèle proposé conduit à un traitement algorithmique beaucoup plus facile que celui présenté par Crémer (2001) pour la résolution du modèle en termes de déplacements. On présente dans la suite l'algorithme adopté pour la mise en œuvre numérique du modèle. Un seul schéma de résolution régi par les déplacements a été écrit. La plateforme de calcul scientifique ®MATLAB a été utilisée pour l'écriture du modèle.

4.3.2 Mise en œuvre numérique

L'algorithme adopté pour la résolution du modèle régi par les déplacements est présenté sur la Figure 4.19. L'algorithme commence par l'introduction de l'état actuel du système, au pas de temps $(t-1)$, ainsi que l'introduction du nouvel incrément de déplacements totaux : $\underline{\dot{q}}_{(t)}$. L'état actuel du système est défini par les quantités suivantes :

- L'état actuel des paramètres de chargement généralisés : $\underline{Q}_{(t-1)}$
- Les paramètres cinématiques généralisés élastiques : $\underline{q}^{\mathrm{el}}_{(t-1)}$.
- Le module élastique actuel : $\underline{\underline{\mathcal{K}}}_{(t-1)}$
- La dérivée du module élastique par rapport à $\underline{q}^{\mathrm{el}}_{(t-1)}$: $\left(\dfrac{\partial K_{ij}}{\partial \underline{q}}\right)_{(t-1)}$.
- Le module plastique actuel : $\underline{\underline{\mathcal{H}}}_{(t-1)}$
- Le paramètre d'histoire de chargement pour le modèle hypoplastique : $\left(\lambda_{\min}\right)_{(t-1)}$

Le premier pas dans l'algorithme consiste à calculer une prédiction du vecteur de paramètres de chargement généralisés. On désigne cette prédiction initiale par $\underline{Q}^{\mathrm{test}}_{(t)}$. Le calcul de cette quantité se base sur une estimation du module global tangent. On calcule initialement une prédiction du module élastique au pas t en supposant que la réponse est élastique :

(4.63) $$\underline{\dot{q}}^{\mathrm{el}}_{(t)} = \underline{\dot{q}}_{(t)}, \qquad \underline{\dot{q}}^{\mathrm{pl}}_{(t)} = \underline{0}$$

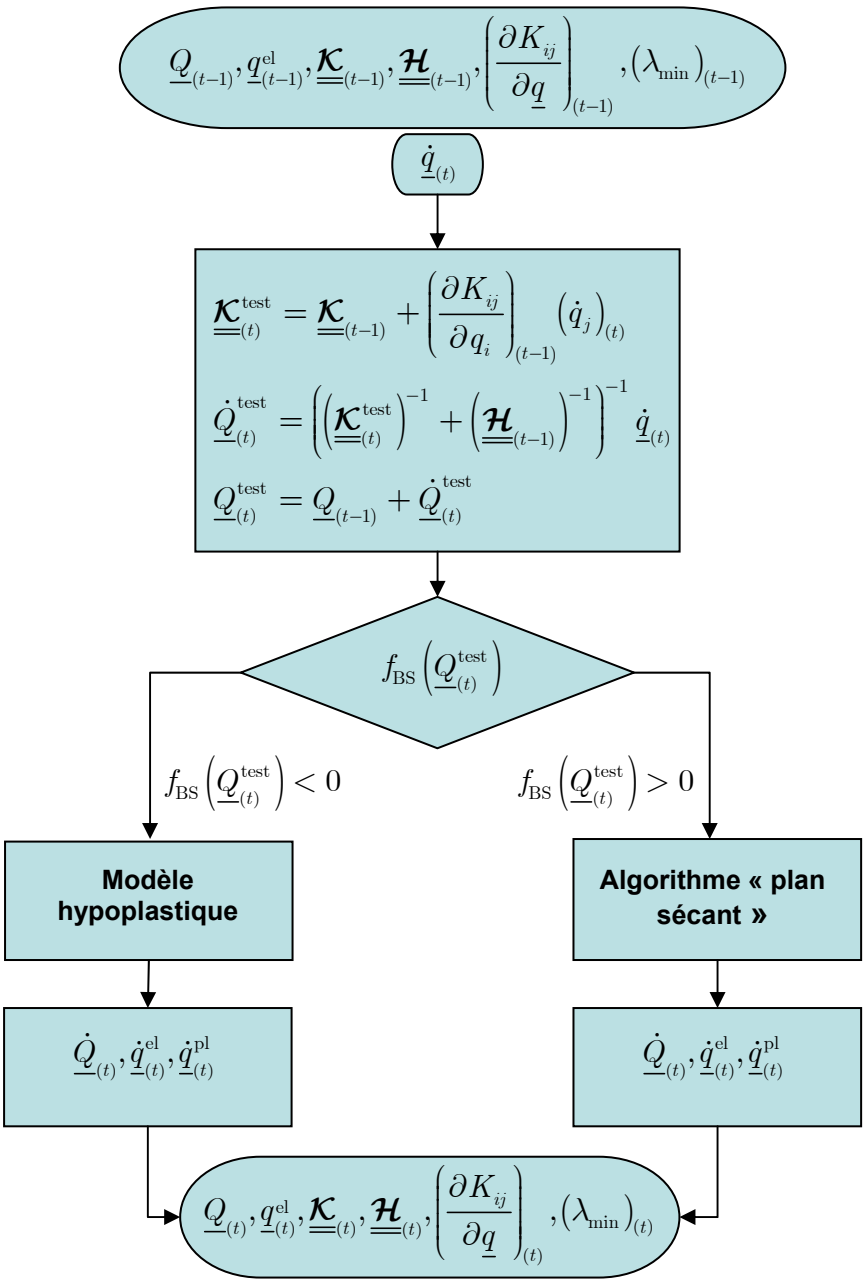


Figure 4.19 – Structure de l'algorithme pour la résolution régie par les déplacements

Le module élastique est approximé par la série de Taylor du premier ordre :

(4.64) $$\underline{\underline{\mathcal{K}}}^{\mathrm{test}}_{(t)} = \underline{\underline{\mathcal{K}}}_{(t-1)} + \left(\frac{\partial K_{ij}}{\partial q_i}\right)_{(t-1)} (\dot{q}_j)_{(t)}$$

Le module plastique est égal au module plastique du pas précédent :

(4.65) $$\underline{\underline{\mathcal{H}}}^{\mathrm{test}}_{(t)} = \underline{\underline{\mathcal{H}}}_{(t-1)}$$

Ainsi la prédiction pour les paramètres de chargement généralisés est donnée par :

(4.66)
$$\underline{\dot{Q}}_{(t)}^{\text{test}} = \left(\left(\underline{\underline{\mathcal{K}}}_{(t)}^{\text{test}}\right)^{-1} + \left(\underline{\underline{\mathcal{H}}}_{(t-1)}\right)^{-1}\right)^{-1} \underline{\dot{q}}_{(t)}$$
$$\underline{Q}_{(t)}^{\text{test}} = \underline{Q}_{(t-1)} + \underline{\dot{Q}}_{(t)}^{\text{test}}$$

Cette prédiction pour les paramètres de chargement généralisés est utilisée pour vérifier si le vecteur correspondant se trouve à l'extérieur de la surface d'appui, ce qui est impossible. Dans ce cas, on implémente un algorithme de type « plan sécant » afin de retourner l'état de paramètres de chargement généralisés sur la surface d'appui. Dans le cas où l'état de forces se trouve à l'intérieur de celle-ci, un algorithme pour le modèle hypoplastique est implémenté. Les deux algorithmes fournissent les quantités $\underline{\dot{Q}}_{(t)}, \underline{\dot{q}}_{(t)}^{\text{el}}, \underline{\dot{q}}_{(t)}^{\text{pl}}$ qui permettent le calcul de l'état du système dans le pas t.

Modèle hypoplastique

Si la prédiction $\underline{Q}_{(t)}^{\text{test}}$ ne viole pas la surface d'appui, l'algorithme pour le modèle hypoplastique est abordé. L'algorithme est schématisé sur la Figure 4.20. Initialement on calcule le point image $\mathbf{I}\left(\underline{Q}_{(t)}^{\text{test}}\right)$ de $\underline{Q}_{(t)}^{\text{test}}$ sur la surface d'appui ainsi que le paramètre λ de manière que :

(4.67)
$$\mathbf{I}\left(\underline{Q}_{(t)}^{\text{test}}\right) = \lambda \underline{Q}_{(t)}^{\text{test}}$$

En ayant calculé le paramètre λ, on peut actualiser le paramètre $\lambda_{\min}$ nécessaire pour le calcul de h. Ensuite, on calcule le vecteur unitaire normal $\underline{n}$ sur la surface d'appui en point image $\mathbf{I}(\underline{Q}_{(t)}^{\text{test}})$ et on vérifie si l'on a un incrément de chargement ou un incrément de déchargement. Cela est effectué en examinant le signe du produit scalaire :

(4.68)
$$\underline{n} \cdot \underline{\dot{Q}}^{\text{test}} = \begin{cases} > 0 & \text{chargement} \\ \leq 0 & \text{déchargement} \end{cases}$$

Dans le cas de déchargement, l'incrément de déplacement plastique est nul. L'incrément de déplacement élastique est actualisé et il est utilisé pour le calcul du module élastique actuel à travers l'approximation de Taylor de premier ordre. L'incrément de paramètres de chargement est calculé par la relation :

(4.69)
$$\underline{\dot{Q}}_{(t)} = \underline{\underline{\mathcal{K}}}_{(t)} \underline{\dot{q}}_{(t)}^{\text{el}}$$

La procédure est itérée jusqu'à ce que la convergence soit atteinte.

Dans le cas de chargement, une partie de l'incrément de déplacement total est élastique et l'autre plastique. À travers les paramètres $\lambda, \lambda_{\min}$ on calcule la quantité scalaire h ainsi que l'inverse du module plastique :

(4.70)
$$\underline{\underline{\mathcal{H}}}_{(t)}^{-1} = \frac{1}{h}(\underline{n} \otimes \underline{n})$$

Le calcul de l'incrément de déplacement plastique est effectué par la relation :

(4.71)
$$\underline{\dot{q}}_{(t)}^{\text{pl}} = \underline{\underline{\mathcal{H}}}_{(t)}^{-1} \underline{\dot{Q}}_{(t)}^{\text{test}}$$

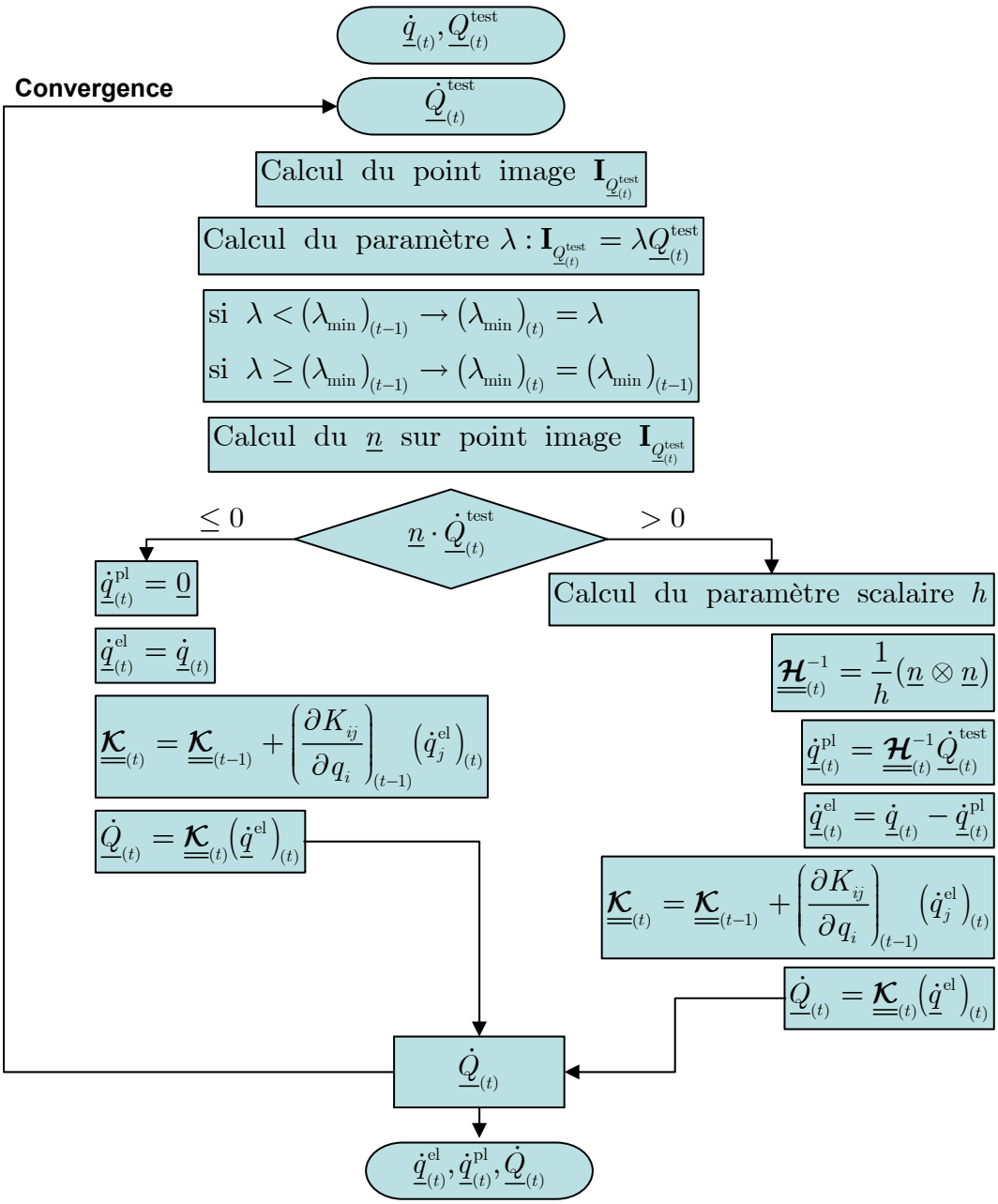


Figure 4.20 – Algorithme pour la résolution du modèle hypoplastique

Les pas suivants sont les mêmes que dans le cas de déchargement. On calcule successivement l'incrément de déplacement élastique, le module élastique et l'incrément de paramètres de chargement généralisés. On itère jusqu'à ce que la convergence soit atteinte.

On note que le problème est traité dans ®MATLAB en utilisant les routines très puissantes incorporées dans ce logiciel. Les problèmes (chargement – déchargement) sont écrits sous la forme de systèmes d'équations non-linéaires et ils sont résolus par la routine `fsolve` de ®MATLAB.

Algorithme de type « plan sécant »

Si la prédiction $\underline{Q}^{\text{test}}_{(t)}$ viole la surface d'appui on applique un algorithme de type « plan sécant » (*cf.* Simo & Hughes, 1998) afin que le vecteur $\underline{Q}_{(t)}$ se trouve sur la surface d'appui. On rappelle que dans la formulation présentée, la surface d'appui reste fixe dans l'espace des paramètres de chargement et qu'aucun écrouissage n'est considéré. L'algorithme est schématisé sur la Figure 4.21.

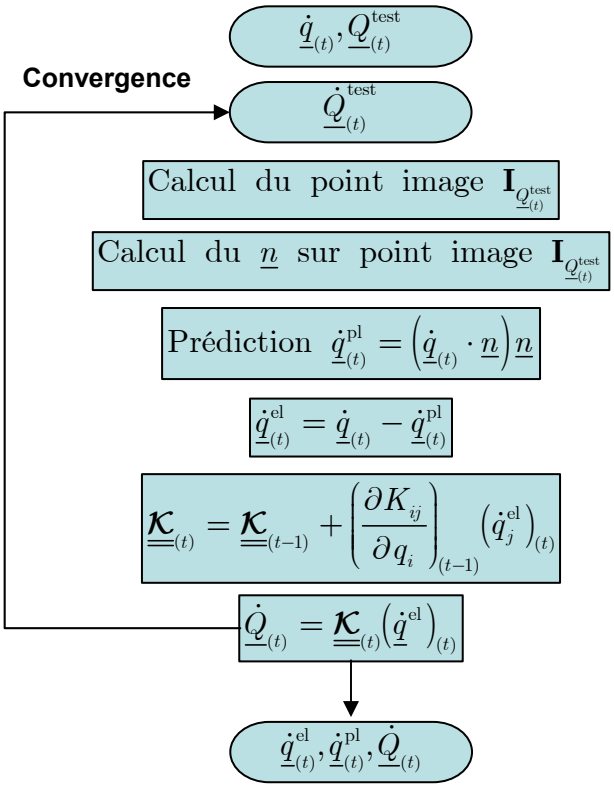


Figure 4.21 – Algorithme de type « cutting plane » dans le cas de violation de la surface d'appui

L'algorithme se base sur une prédiction de l'incrément de déplacement plastique. Ainsi, on calcule le point image $\mathbf{I}(\underline{Q}^{\text{test}}_{(t)})$ et le vecteur unitaire normal $\underline{n}$ en ce point. La prédiction proposée est telle que l'incrément de déplacement plastique suive la direction de $\underline{n}$:

(4.72) $$\underline{\dot{q}}^{\text{pl}}_{(t)} = \left(\underline{\dot{q}}_{(t)} \cdot \underline{n}\right)\underline{n}$$

L'incrément de déplacement élastique est actualisé et l'incrément des paramètres de chargement généralisés est calculé. Ici, on introduit comme critère de convergence la condition que l'état actuel se trouve sur la surface d'appui :

(4.73) $$f_{\text{BS}}\left(\underline{Q}_{(t)}\right) = 0$$

Commentaire

Les algorithmes adoptés utilisent le grand potentiel disponible dans le logiciel ®MATLAB. On insiste surtout sur le fait que les deux mécanismes (plasticité – décollement) sont résolus ***simultanément***.

4.3.3 Réponse du modèle sous chargements quasi-statiques monotones et cycliques

On va examiner dans ce paragraphe la réponse du système sol-semelle sous chargements quasi-statiques monotones et cycliques obtenue par le modèle de macroélément développé. Tout d'abord on note que l'on ne va pas procéder à une validation détaillée des paramètres du modèle et des relations d'approximation utilisées. C'est une procédure qui doit être effectuée pour chaque projet de conception séparément. On va plutôt insister sur les aspects qualitatifs du modèle en soulignant les caractéristiques essentielles du comportement du système décrites par le macroélément.

Le modèle a été implémenté dans la plateforme de calcul scientifique ®MATLAB. L'algorithme de résolution, présenté dans les sections précédentes, a été écrit de manière à être piloté par en déplacements. Ainsi, l'algorithme de résolution permet la définition d'une histoire de déplacements prescrits et fournit la réponse du système : histoire des forces sur la semelle, histoire des déplacements élastique et plastique du centre de la semelle. Ce type d'écriture permet l'implémentation facile du modèle dans un code éléments finis. La réponse du système est examinée au moyen d'une série de « swipe tests » numériques où l'on contrôle les déplacements et mesure la réponse du système en termes de forces.

4.3.3.1 Paramètres du système examiné

On va examiner la réponse d'un système générique mettant en évidence les caractéristiques suivantes :

- Diamètre de la semelle : $D = 1\,\mathrm{m}$
- Sol purement cohérent homogène avec cohésion : $C_0 = 1\,\mathrm{kPa}$
- Module de cisaillement élastique du sol de fondation : $\mathcal{G} = 1\,\mathrm{MPa}$
- Coefficient de Poisson du sol de fondation : $\nu = 0.3$
- Poids volumique du sol de fondation : $\gamma = 20\,\mathrm{kN/m^3}$

Les raideurs élastiques $\widetilde{K}_{NN}, \widetilde{K}_{VV}, \widetilde{K}_{MM}$ du système sont calculées selon les équations (4.55) - (4.57).

Les paramètres pour la définition de la surface d'appui sont donnés pour un sol cohérent homogène par les relations suivantes :

(4.74) $$Q_{V,\max} = \frac{C_0\left(\pi D^2/4\right)}{N_{\max}} = \frac{1}{6.06} = 0.165$$

(4.75) $$Q_{M,\max} = \frac{0.67 C_0 D\left(\pi D^2/4\right)}{N_{\max} D} = 0.11$$

On adopte les relations d'approximation pour le comportement du système qui sont présentées sur le Tableau 4.3. Les valeurs de paramètres que l'on va utiliser sont les suivantes :

- Relation de l'initiation du décollement : $d_1 = 3, d_2 = 2$. Ainsi, on obtient :

(4.76) $$q_{M,0}^{\mathrm{el}} = \pm \frac{1}{3}\left(\frac{Q_N}{\widetilde{K}_{MM}}\right) e^{-2Q_N}$$

- Quantité scalaire h pour la définition du module plastique : $h_0 = 0.1\widetilde{K}_{NN}$, $p_1 = 5$. Ainsi, on obtient :

(4.77) $$h = 0.1\widetilde{K}_{NN} \ln\left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_{\min}}\right)^5 \lambda\right]$$

4.3.3.2 Comportement sous chargement vertical

Chargement monotone

Le premier résultat que l'on présente concerne la courbe $Q_N - q_N$: la semelle est soumise à un déplacement vertical qui croît de façon monotone de 0 à 10% du diamètre ($q_N = 0.1$), ce qui représente la limite de validité pour l'hypothèse des petits déplacements. La courbe est présentée sur la Figure 4.22(a). On note que le modèle permet la description du comportement non-linéaire du système dès le début du chargement, élément essentiel du comportement du sol de fondation sous-jacent. La courbe linéaire représente la réponse élastique du système. L'allure de la courbe est contrôlée par la relation d'approximation (4.77). Pour un sol de fondation particulier, cette relation peut être calibrée selon les résultats numériques ou expérimentaux disponibles.

Chargement cyclique

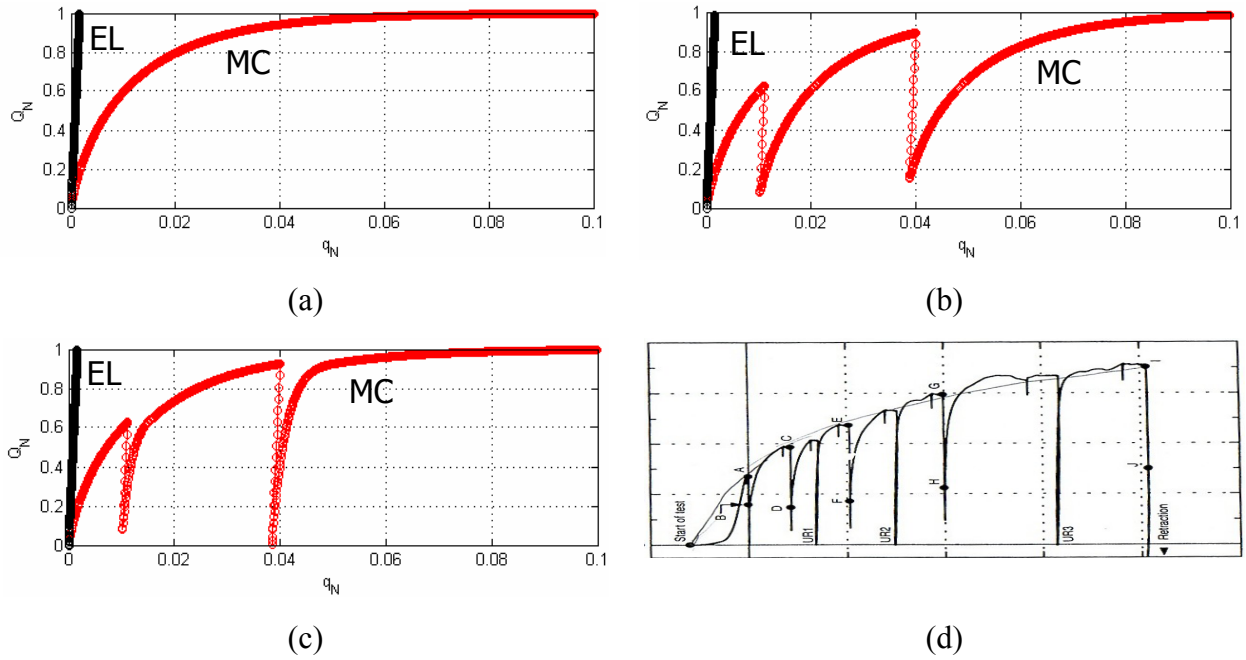
On effectue ensuite un essai numérique de chargement – déchargement – rechargement. Puisque les essais sont contrôlés par les déplacements, on ne peut pas exactement revenir à la valeur $Q_N = 0$. Les essais sont effectués pour deux valeurs différentes du paramètre p_1 qui contrôle la réponse du système en rechargement.

Sur la Figure 4.22(b) on présente la courbe pour $p_1 = 0$, c'est-à-dire que l'on ne prend pas en compte l'histoire de chargement du système au moyen du paramètre $\lambda_{\min}$. On note que la réponse du système en rechargement est aussi plastique que la réponse en premier chargement.

La Figure 4.22(c) donne la même courbe pour $p_1 = 5$. Dans ce cas, la réponse en rechargement est considérablement moins plastique que dans la phase de premier chargement. Pour des raisons de comparaison, on donne sur la Figure 4.22(d) les résultats d'un essai expérimental effectué par Martin & Houlsby (2000) sur une semelle circulaire qui repose sur un sol purement cohérent. L'essai expérimental met en évidence une allure de courbe de premier chargement semblable à celle produite par le modèle. Le comportement en déchargement est quasi rigide : la raideur élastique est presque infinie. En rechargement on observe un ***comportement plastique continu*** avant la reprise du chargement qui est moins important qu'en premier chargement.

On peut alors noter que le modèle peut correctement décrire le comportement plastique continu en rechargement, c'est-à-dire qu'il permet le développement de déplacements plastiques de manière continue, même ***à l'intérieur de la surface de charge classique***. La reproduction précise de la

courbe expérimentale se base sur une calibration de la raideur élastique en combinaison avec la relation d'approximation (4.77). Dans l'exemple que l'on présente, on a choisi une raideur élastique moins importante afin de mettre en évidence clairement les deux composantes du déplacement total, à savoir le déplacement élastique et le déplacement plastique. Le comportement élastique du système est parfaitement réversible.



EL *: réponse purement élastique,* MC *: modèle de macroélément complet.*

Figure 4.22 – Réponse du système sous chargement quasi-statique vertical. (a) *Chargement monotone,* (b) *Chargement – déchargement – rechargement pour* $p_1 = 0$, (c) *Chargement – déchargement – rechargement pour* $p_1 = 5$ *et* (d) *Résultats expérimentaux par Martin & Houlsby (2000).*

4.3.3.3 Swipe tests – Force horizontale

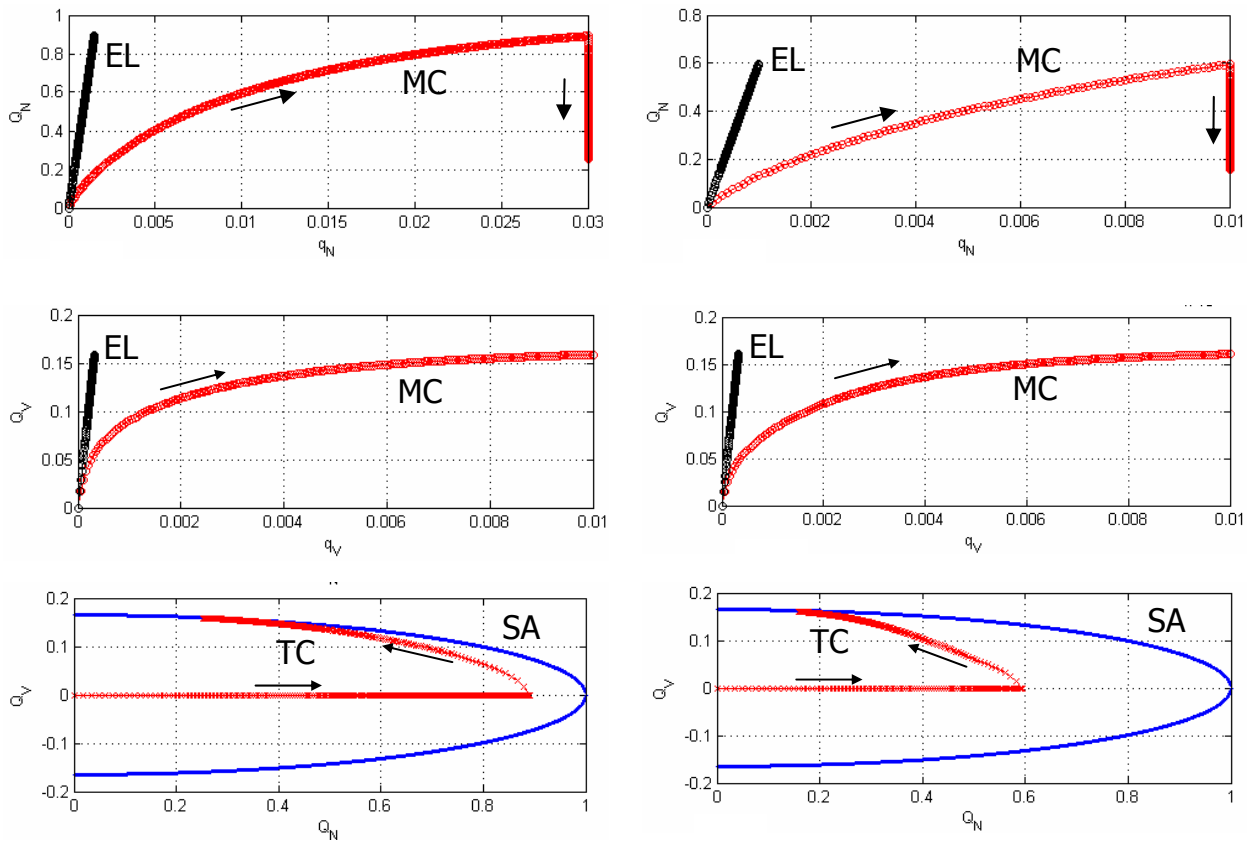
Chargement monotone

Le deuxième groupe de résultats que l'on présente concerne le comportement du système sous chargement horizontal. Afin d'étudier ce cas, on effectue les essais suivants : initialement on applique un déplacement vertical qui amène le système à un certain niveau de plastification. Ensuite, on applique un déplacement horizontal jusque la rupture. C'est la logique du « swipe test ». La Figure 4.23 présente les résultats pour deux « swipe tests » :

- Figure 4.23(a) : On applique initialement un déplacement vertical $q_N = 0.03$. Ensuite, on garde le déplacement vertical constant et on applique un déplacement horizontal jusque la valeur $q_V = 0.01$.

- Figure 4.23(b) : On applique un déplacement vertical $q_N = 0.01$. Ensuite, on applique un déplacement horizontal $q_V = 0.01$.

Pour ces deux essais, on présente trois diagrammes : le diagramme $Q_N - q_N$, le diagramme $Q_V - q_V$ et la trace du vecteur $\underline{Q}$ dans l'espace des paramètres de chargement (plan $Q_N - Q_V$). Lors de l'augmentation du déplacement horizontal, on peut noter clairement la diminution de la valeur du paramètre Q_N. Dans l'espace des paramètres de chargement, la trace du vecteur $\underline{Q}$ suit une courbe d'allure elliptique et arrive de manière asymptotique vers la surface d'appui (la surface d'appui est aussi représentée dans le plan $Q_N - Q_V$) mettant en évidence un état de rupture. Le même comportement est observé sur le diagramme $Q_V - q_V$ où l'allure de la courbe est fortement non-linéaire. Cette allure est d'autant plus non-linéaire que le déplacement vertical initial est plus important.



(a) (b)

EL *: réponse purement élastique,* MC *: modèle de macroélément complet,* TC *: trajet de chargement,* SA *: surface d'appui.*

Figure 4.23 – Comportement du système sous chargement quasi-statique horizontal monotone : (a) *Swipe test pour* $q_N = 0.03$ *et* (b) *Swipe test pour* $q_N = 0.01$. *Déplacement horizontal appliqué* $q_V = 0.01$.

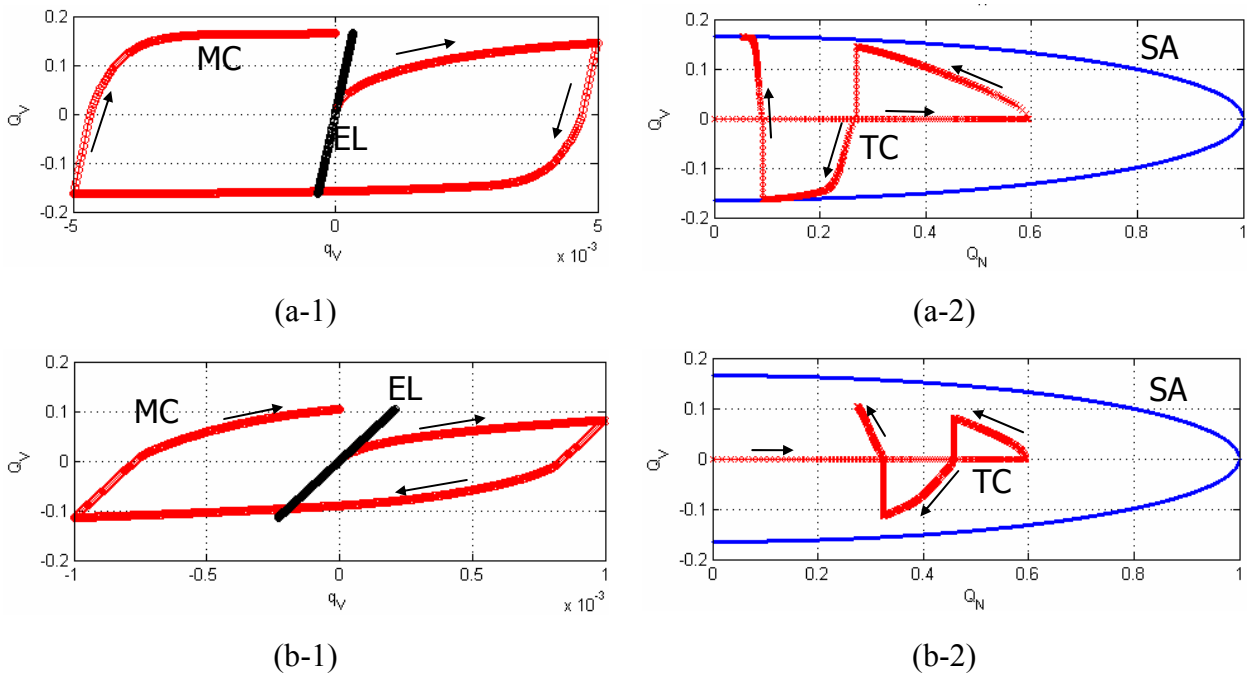
Chargement cyclique

On examine maintenant la réponse du système sous chargement horizontal de type cyclique. Sur la Figure 4.24 on présente les résultats de deux swipe tests cycliques avec un seul cycle de chargement horizontal. Pour les deux tests on donne le diagramme $Q_V - q_V$ obtenu, ainsi que la

trace de $\underline{Q}$ dans le plan $Q_N - Q_V$. L'histoire des déplacements définie pour les deux essais est la suivante :

- Figure 4.24(a) : On applique un déplacement vertical $q_N = 0.01$, ce qui amène le système à une valeur $Q_N = 0.6$. Ensuite, on applique un cycle parfait (chargement – déchargement – chargement négatif – déchargement) en arrivant jusqu'à la valeur $q_V = \pm 0.005$.

- Figure 4.24(b) : On applique un déplacement vertical $q_N = 0.01$. Ensuite, on applique un cycle parfait en arrivant jusqu'à la valeur $q_V = \pm 0.001$.



EL *: réponse purement élastique,* MC *: modèle de macroélément complet,* TC *: trajet de chargement,* SA *: surface d'appui.*

Figure 4.24 – Réponse du système sous chargement horizontal cyclique (1 cycle de chargement). Déplacement vertical initialement appliqué $q_N = 0.01$. (a) $q_V = \pm 0.005$ *et* (b) $q_V = \pm 0.001$

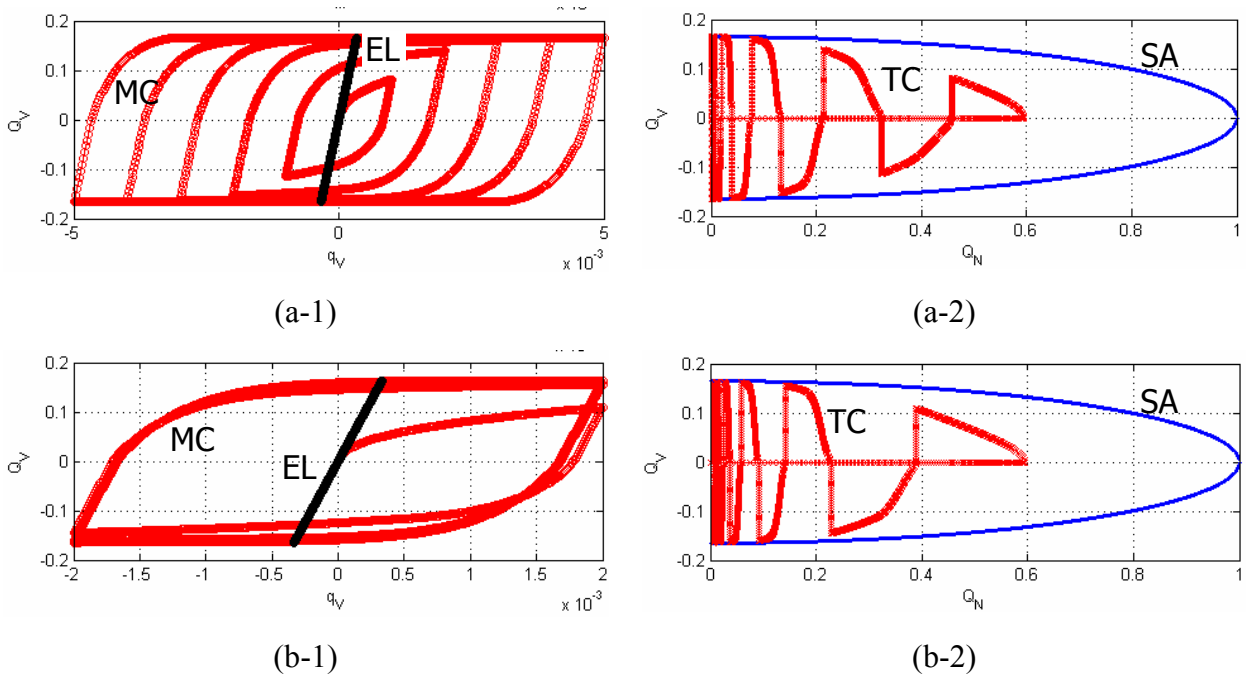
Le système reproduit correctement des cycles plus importants pour des valeurs plus grandes du déplacement horizontal appliqué. Dans les diagrammes de la Figure 4.24, on note la réponse parfaitement élastique lors du déchargement (segments droits dans le plan $Q_N - Q_V$) et la reprise du comportement plastique lors de l'inversion du signe du chargement. Cela est une conséquence de la définition des cas de déchargement (réponse parfaitement élastique) et de rechargement (*cf.* Équations (4.49)).

La réponse du système pour un chargement de plusieurs cycles est représentée sur la *Figure 4.25*. On y présente aussi les résultats pour deux essais :

- Figure 4.25(a) : L'essai est initié par l'application d'un déplacement vertical égal à $q_N = 0.01$. Ensuite, on applique cinq cycles de chargement horizontal. Dans chaque nouveau cycle, on augmente linéairement le déplacement horizontal appliqué. Pour le premier cycle on a $q_V = \pm 0.001$ et au cinquième on arrive à $q_V = \pm 0.005$. Le diagramme $Q_V - q_V$ met en évidence

que chaque nouveau cycle contient les cycles précédents, qui sont moins importants. Dans l'espace des paramètres de chargement on observe que la force verticale est réduite progressivement, mais plus on approche de l'origine moins cette diminution est importante. Cela est une conséquence de l'augmentation du module plastique pour des états de chargement à proximité de l'origine.

- Figure 4.25(b) : L'essai est initié par l'application d'un déplacement vertical égal à $q_N = 0.01$. Ensuite, on applique cinq cycles d'amplitude contrôlée égale à $q_V = \pm 0.002$. On note que le modèle conduit à une stabilisation apparente de la réponse du système avec une dissipation importante dans chaque cycle. En parallèle, la force verticale continue à diminuer, comme cela est représenté sur le diagramme de la Figure 4.25(b - 2). On note finalement que pour les deux essais présentés, la réponse élastique du système est parfaitement réversible.



EL *: réponse purement élastique,* MC *: modèle de macroélément complet,* TC *: trajet de chargement,* SA *: surface d'appui.*

Figure 4.25 – Réponse du système sous chargement horizontal cyclique (plusieurs cycles de chargement). Déplacement vertical initialement appliqué $q_N = 0.01$. (a) *Cinq cycles de chargement avec* q_V *qui augmente linéairement et* (b) *Cinq cycles de chargement avec* $q_V = \pm 0.002$ *maintenu constant.*

4.3.3.4 Swipe tests – Moment

Chargement monotone

On examine maintenant le même type de « swipe test », mais cette fois, après l'application du déplacement vertical on applique une rotation (lors de la deuxième phase du test, on garde toujours le déplacement vertical constant). Les résultats sont présentés sur la Figure 4.26. On présente quatre essais de ce type pour quatre valeurs différentes du déplacement vertical appliqué au début de l'essai :

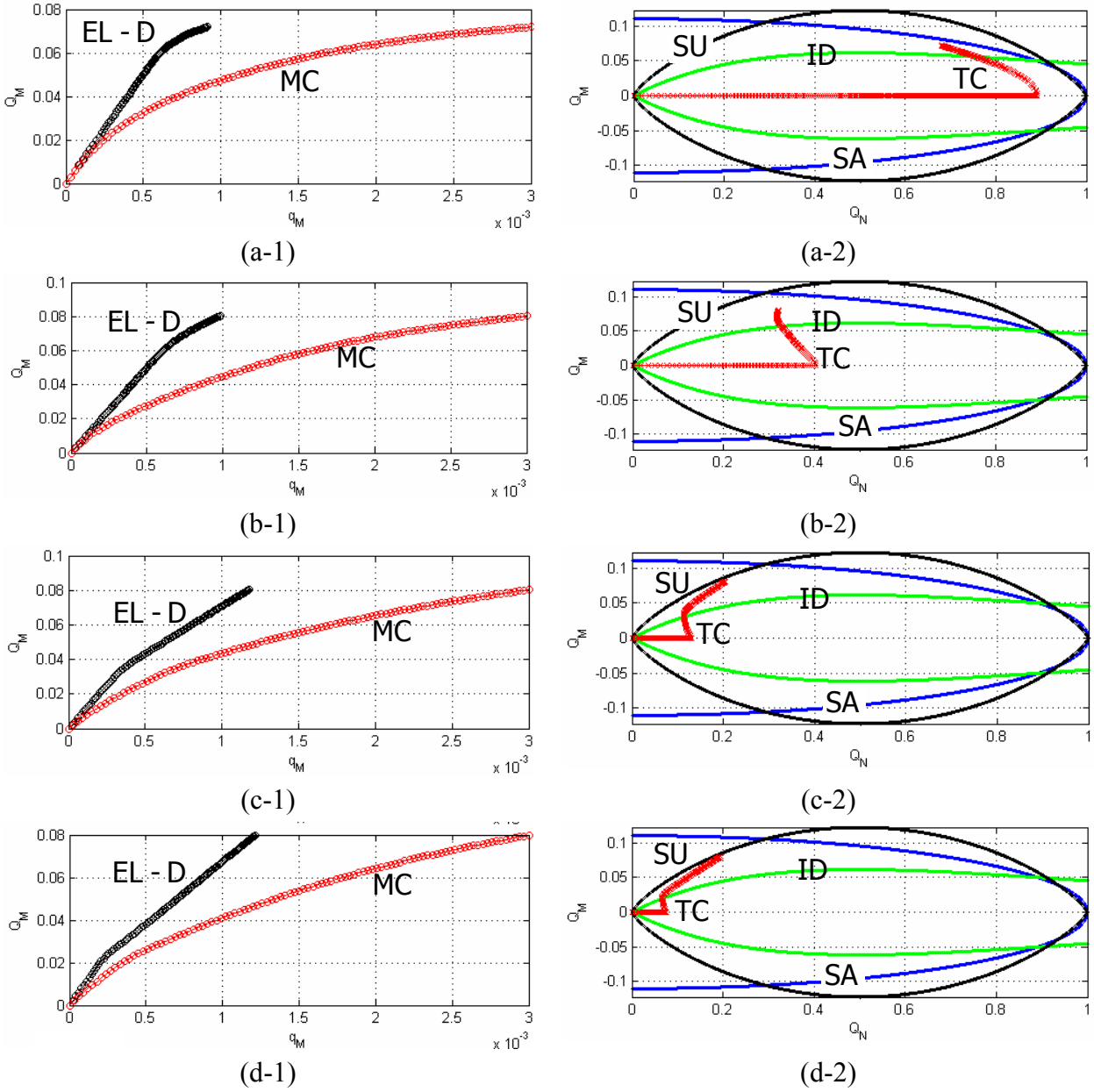
- Figure 4.26(a) : ***1.*** Déplacement vertical $q_N = 0.03$, ***2.*** Rotation $q_M = 0.003$.
- Figure 4.26(b) : ***1.*** Déplacement vertical $q_N = 0.01$, ***2.*** Rotation $q_M = 0.003$.
- Figure 4.26(c) : ***1.*** Déplacement vertical $q_N = 0.005$, ***2.*** Rotation $q_M = 0.003$.
- Figure 4.26(d) : ***1.*** Déplacement vertical $q_N = 0.0005$, ***2.*** Rotation $q_M = 0.003$.

Pour chaque essai on présente deux diagrammes : le diagramme $Q_M - q_M$ ainsi que la trace du vecteur $\underline{Q}$ dans l'espace des paramètres de chargement dans le plan $Q_M - Q_N$. Le deuxième diagramme comporte aussi trois courbes : la surface d'appui, la courbe qui correspond à l'initiation du décollement et finalement la surface ultime classique en forme de « ballon de rugby ». L'équation utilisée est celle proposée par Crémer (2001) :

$$Q_M = \pm 0.37 Q_N^{0.8} \left(1 - Q_N\right)^{0.8} \tag{4.78}$$

Les résultats mettent en évidence la façon dont le mécanisme de la plasticité et le mécanisme du décollement sont combinés afin de fournir des états pour les paramètres de chargement qui sont contenus à l'intérieur de la surface ultime. Lorsque le niveau de plastification du système est grand (valeurs importantes de q_N), le mécanisme prépondérant est celui de la plasticité. La trace du vecteur $\underline{Q}$ suit une allure de forme elliptique, similaire à la forme de la surface d'appui et la force verticale sur la semelle est réduite. Par contre, pour des valeurs de q_N moins importantes, le mécanisme du décollement devient le mécanisme prépondérant : le centre de la semelle a tendance à se soulever et le fait que l'on garde le déplacement vertical constant conduit à une augmentation de la force verticale sur la semelle. Ainsi la trace du vecteur $\underline{Q}$ change de direction et suit la forme de la surface ultime du système. Ce changement de direction est observé lorsque le moment dépasse le moment de l'initiation du décollement. Lorsque le décollement commence, on observe un assouplissement de la pente dans le diagramme $Q_M - q_M$ .La Figure 4.27 reprend les essais (b) ($q_N = 0.01$) et (d) ($q_N = 0.0005$) de la Figure 4.26 mais cette fois, on présente les diagrammes $Q_N - q_N$ et $Q_M - q_M$. Les diagrammes $Q_N - q_N$ pour les deux essais sont diamétralement différents : Pour l'essai (d) ($q_N = 0.0005$) on note l'augmentation de la force verticale Q_N ainsi que la diminution du paramètre q_N^{el} alors que le déplacement total reste constant : c'est l'effet du décollement qui entraîne un soulèvement réversible de la semelle qui est compensé par des déplacements plastiques, représentés comme la différence entre les deux courbes dans le diagramme $Q_N - q_N$.

Les résultats ont montré qu'il est possible de calibrer le modèle élastique non-linéaire de décollement ainsi que le modèle de plasticité de manière que leur combinaison fournisse des états qui soient contenus dans et s'approchent de la surface ultime du système. Dans le Chapitre 2 on a construit une approximation par excès de la surface ultime du système sans aucune référence aux lois de comportement qui interviennent dans le système. Maintenant, ***on a récupéré la surface ultime du système par l'introduction des lois de comportement appropriées pour le sol et l'interface sol-fondation***. Les résultats démontrent que la surface de charge pour le modèle plastique peut (et doit) être différente de la surface ultime du système. Dans les exemples présentés nous avons utilisé la surface ultime de Crémer (2001), puisque le modèle du décollement a été formulé pour ses résultats. Le même travail peut être fait pour la surface ultime de l'Eurocode 8. On note finalement que la surface ultime et la surface d'appui doivent coïncider dans la région où il n'y pas décollement. Cela dépend principalement des expressions d'approximation adoptées pour la surface ultime et la surface d'appui.



EL - D *: réponse élastique avec décollement,* MC *: modèle de macroélément complet,* TC *: trajet de chargement,* SA *: surface d'appui,* ID *: surface d'initiation de décollement,* SU *: surface ultime.*

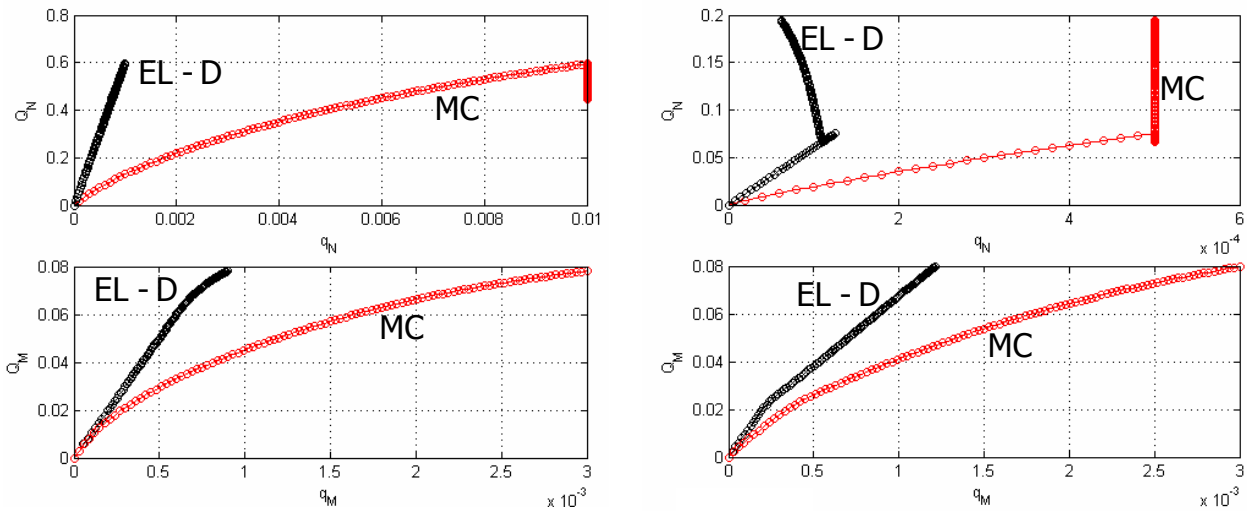
Figure 4.26 – Réponse du système sous chargement en rotation : Swipe tests pour (a) $q_N = 0.03$, (b) $q_N = 0.01$, (c) $q_N = 0.005$ *et* (d) $q_N = 0.0005$. *La rotation appliquée dans la deuxième phase du test est* $q_M = 0.003$.

Chargement cyclique

La Figure 4.28 présente deux « swipe tests » en rotation avec un seul cycle de chargement :

- Figure 4.28(a) : ***1.*** Déplacement vertical $q_N = 0.01$, ***2.*** Cycle en rotation $q_M = \pm 0.001$.
- Figure 4.28(b) : ***1.*** Déplacement vertical $q_N = 0.001$, ***2.*** Cycle en rotation $q_M = \pm 0.001$.

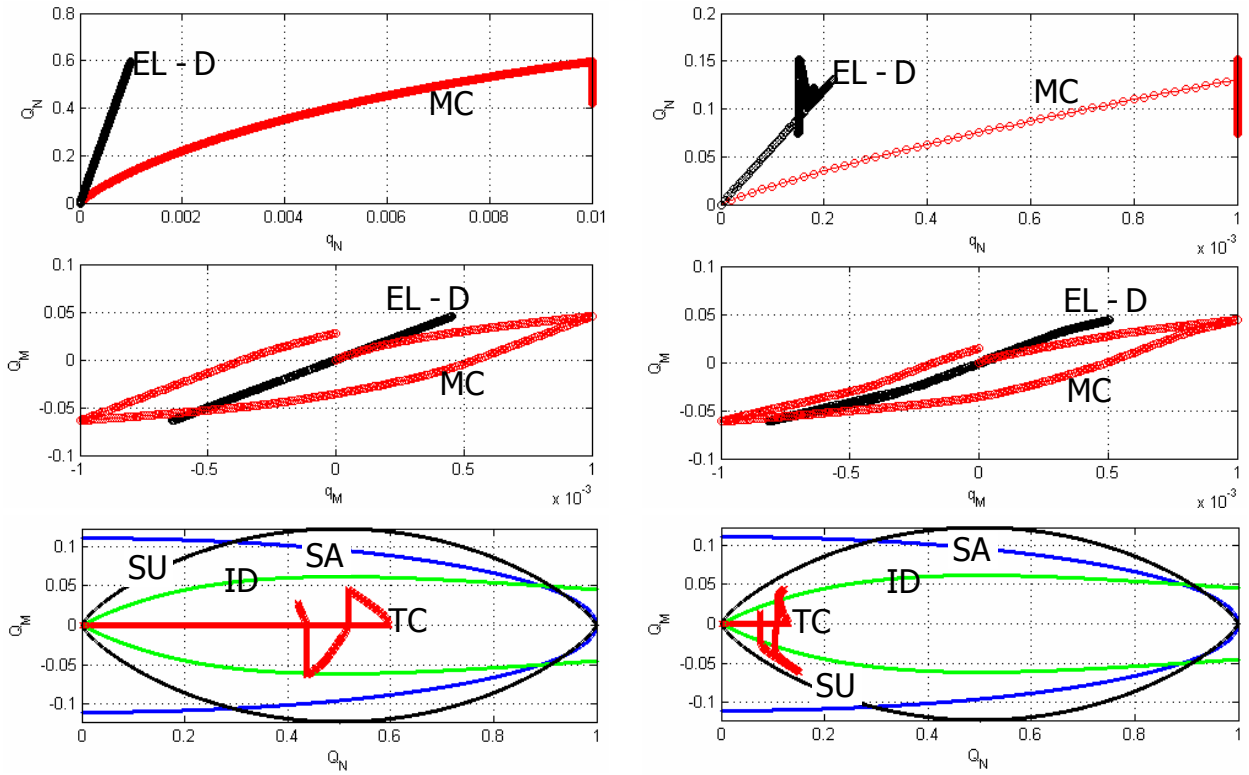
On présente les diagrammes $Q_N - q_N$, $Q_M - q_M$ et $Q_M - Q_N$ avec la surface d'appui, la surface ultime et la courbe d'initiation du décollement.



(b) (d)

EL - D *: réponse élastique avec décollement,* MC *: modèle de macroélément complet.*

Figure 4.27 – Réponse du système sous chargement quasi-statique monotone en rotation. Diagrammes $Q_N - q_N$ *et* $Q_M - q_M$ *pour les essais* (b) *et* (d) *de la Figure 4.26.*



(a) (b)

EL - D *: réponse élastique avec décollement,* MC *: modèle de macroélément complet,* TC *: trajet de chargement,* SA *: surface d'appui,* ID *: surface d'initiation de décollement,* SU *: surface ultime.*

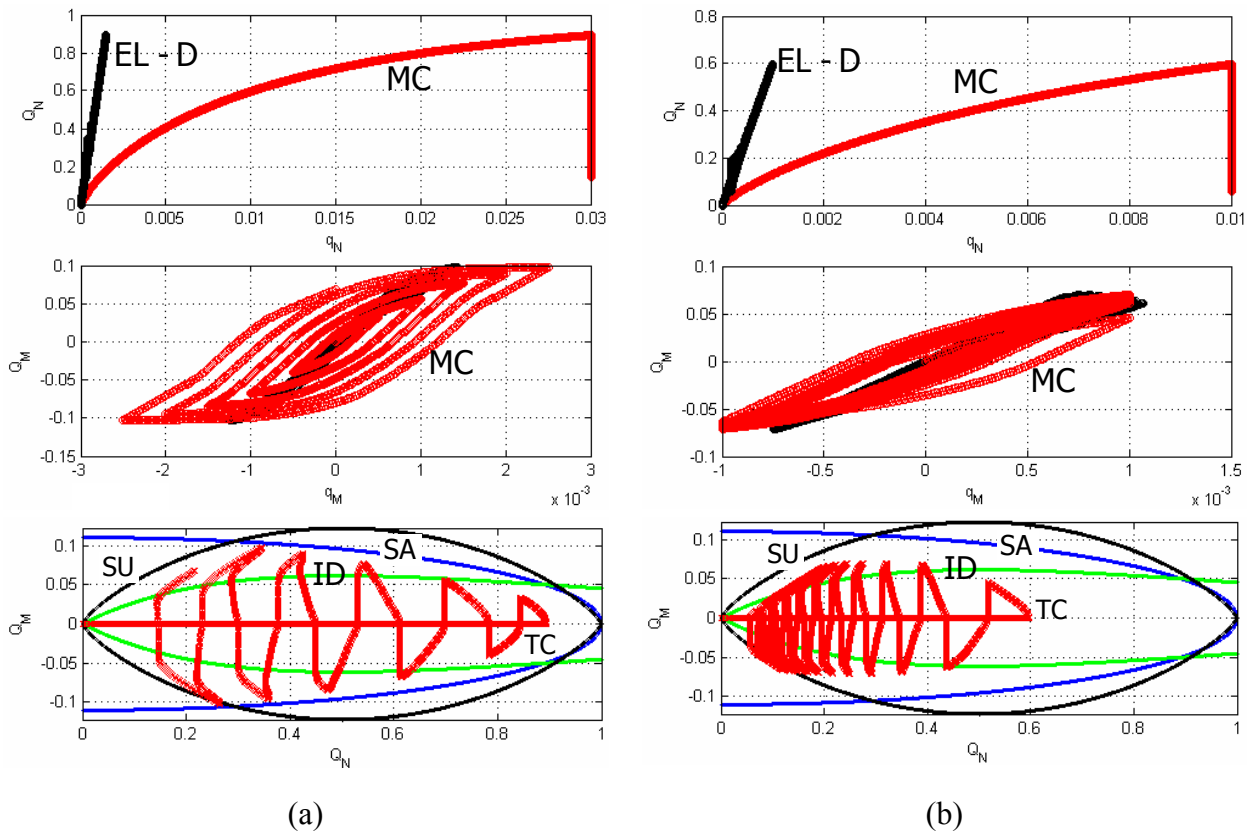
Figure 4.28 – Réponse du système sous chargement cyclique en rotation. Un seul cycle de rotation est considéré : (a) *Comportement sans décollement et* (b) *Comportement avec décollement.*

Dans le premier essai (*cf.* Figure 4.28(a)), le chargement ne franchit pas le seuil de l'initiation de décollement et le comportement est purement plastique. La réponse élastique du système est parfaitement linéaire et réversible. Pour le deuxième essai, on obtient un comportement en décollement. Cela est évident sur les trois diagrammes présentés. Le diagramme $Q_N - q_N$ met en évidence l'augmentation de Q_N lors du décollement. Le diagramme $Q_M - q_M$ présente la courbe en « S » observée dans le cas de décollement. Le décollement apparaît très clairement sur le diagramme $Q_M - Q_N$.

Dans le cas de plusieurs cycles de chargement on obtient un comportement comme celui présenté sur la Figure 4.29. La figure contient les résultats de deux « swipe tests » :

- Figure 4.29(a) : ***1.*** Déplacement vertical $q_N = 0.03$, ***2.*** Cinq cycles en rotation avec q_M qui augmente de ± 0.0005 à ± 0.0025.

- Figure 4.29(b) : ***1.*** Déplacement vertical $q_N = 0.01$, ***2.*** Dix cycles en rotation avec q_M constant et égal à $q_M = 0.001$.



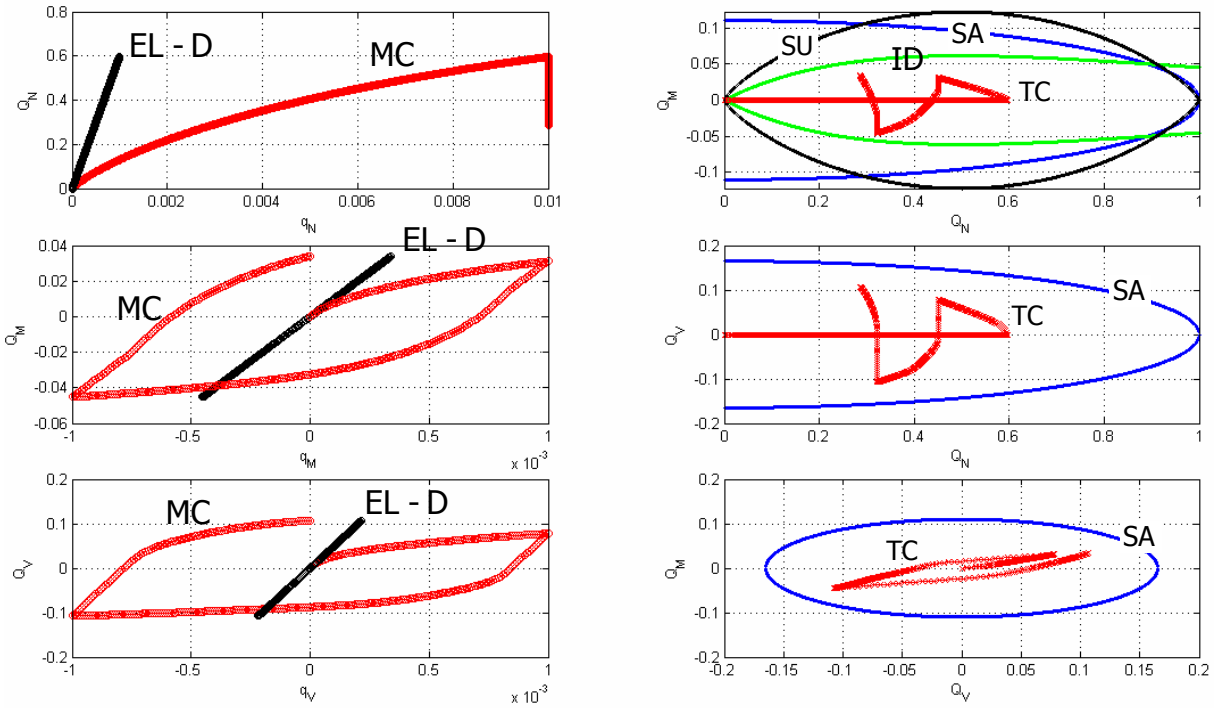
EL - D *: réponse élastique avec décollement,* MC *: modèle de macroélément complet,* TC *: trajet de chargement,* SA *: surface d'appui,* ID *: surface d'initiation de décollement,* SU *: surface ultime.*

Figure 4.29 – Réponse du système sous chargement cyclique en rotation. Plusieurs cycles de chargement : (a) *Rotation qui augmente progressivement et* (b) *Rotation constante et effet de couplage plasticité – décollement.*

Le premier essai met en évidence la combinaison des deux mécanismes (cycle et dissipation croissants, allure *S etc*). Le deuxième essai met en évidence un effet résiduel dans le comportement en décollement dû à la plasticité. On observe que l'initiation du décollement est décalée vers des valeurs plus faibles du paramètre Q_M ; le même comportement a été observé par Crémer et incorporé dans son modèle (*cf.* Figure 4.10) au moyen du paramètre η qui contrôlait la pente de la courbe $Q_M - \delta$ dans le cas de décollement pour un sol élastoplastique. On note que dans la formulation présentée pour le macroélément cet effet de couplage plasticité – décollement apparaît naturellement dans le modèle à cause de la résolution simultanée des deux mécanismes.

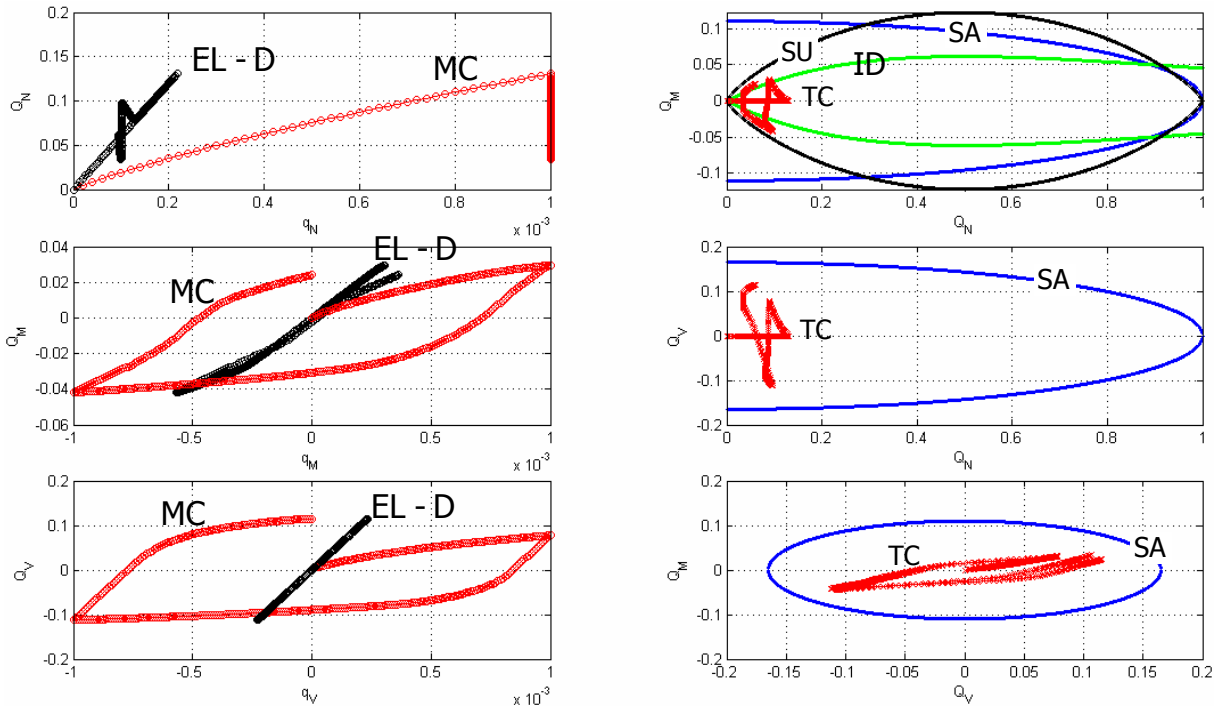
4.3.3.5 Swipe tests – Combinaison Moment – Force Horizontale

On présente finalement deux essais sur le comportement du système en chargement sous déplacement horizontal et rotation simultanément. La Figure 4.30 présente un essai cyclique sans décollement. Le déplacement vertical initial est $q_N = 0.01$. Le déplacement horizontal et le moment sont $q_V = \pm 0.001$ et $q_M = \pm 0.001$ respectivement. On présente les six diagrammes $Q_N - q_N$, $Q_M - q_M$, $Q_V - q_V$, $Q_M - Q_N$, $Q_V - Q_N$, $Q_M - Q_V$. L'essai donne un trajet $\underline{Q}$ dans l'espace des paramètres de chargement qui évolue dans les trois dimensions. Le deuxième essai, présenté sur la Figure 4.31 est effectué pour $q_N = 0.001$ et le mécanisme du décollement est initié. Le trajet du vecteur $\underline{Q}$ dans l'espace des paramètres de chargement est encore plus complexe.



EL - D *: réponse élastique avec décollement,* MC *: modèle de macroélément complet,* TC *: trajet de chargement,* SA *: surface d'appui,* ID *: surface d'initiation de décollement,* SU *: surface ultime.*

Figure 4.30- Réponse du système sous chargement en rotation et déplacement horizontal. Essai sans décollement



EL - D *: réponse élastique avec décollement,* MC *: modèle de macroélément complet,* TC *: trajet de chargement,* SA *: surface d'appui,* ID *: surface d'initiation de décollement,* SU *: surface ultime.*

Figure 4.31- Réponse du système sous chargement en rotation et déplacement horizontal. Essai avec décollement.

4.3.3.6 Conclusion

Le paragraphe 4.3.3 a été consacré à la présentation d'une série de résultats sur le comportement du macroélément sous chargements quasi-statiques monotones et cycliques. On a insisté sur le fait que la combinaison des deux mécanismes pour le décollement et la plasticité peuvent fournir une surface ultime comme celle calculée par les méthodes du Calcul à la Rupture, même si la surface d'appui pour le modèle de plasticité est introduite indépendamment de la surface ultime du système. Ainsi, on peut définir chaque mécanisme avec ses propres caractéristiques (*eg*. modèle associé pour la plasticité, modèle non dissipatif pour le décollement) et attribuer à la surface ultime sa propre signification : celle du domaine des chargements supportables par le système. De plus, la structure du modèle est particulièrement simple et facile à implémenter numériquement : elle permet la résolution des deux mécanismes simultanément dans un schéma de résolution régi par les déplacements.

Dans l'état actuel du développement du macroélément on a identifié et reproduit les caractéristiques qualitatives principales du comportement non-linéaire de la fondation. La prochaine étape consisterait en une ***validation détaillée*** des relations d'approximation adoptées pour les modèles du décollement et de la plasticité, surtout par rapport à la surface ultime du système et les caractéristiques de rigidité du sol de fondation. C'est un travail assez long qui requérrait des résultats numériques (éléments finis) et expérimentaux et qui dépassent les objectifs de cette thèse.

Même sans une validation complète de tous les éléments constitutifs du modèle, on peut adopter la structure proposée du macroélément qui associe un modèle de plasticité avancé (modèle hypoplastique à surface d'appui) et un modèle élastique non-linéaire pour le décollement. Le modèle de plasticité reproduit les mécanismes dissipatifs dans le sol et s'attache à la non-linéarité matérielle du système. Le modèle de décollement est non dissipatif et parfaitement réversible, décrivant ainsi la non-linéarité géométrique du système. On note finalement que cette structure pour le macroélément est particulièrement orientée vers les applications au génie parasismique : le sol est mieux décrit par un modèle associé (comportement non drainé du sol) et l'interface permet le décollement sans la dissipation d'énergie.

Le paragraphe suivant donne une application du macroélément dans le cas des chargements sismiques : c'est l'application, qui a motivé les développements présentés jusqu'à maintenant.

4.4 Extension aux chargements dynamiques

4.4.1 Éléments introductifs

Dans ce dernier paragraphe on va présenter comment on peut incorporer le macroélément dans l'analyse dynamique d'une structure réelle. La différence essentielle lors du passage du problème quasi-statique au problème dynamique est le besoin d'introduire un terme d'amortissement : pour le macroélément ce terme permettra de reproduire l'amortissement radiatif produit dans le milieu semi-infini (sol de fondation) en raison de la propagation des ondes sismiques depuis la fondation vers l'infini.

Suivant l'idée de base de méthodes hybrides pour l'interaction dynamique sol-structure (*cf.* §1.3.4) et l'analyse de Crémer (2001) le domaine du sol sera divisé en deux sous-domaines : le champ proche et le champ lointain. Le champ proche est le siège des non-linéarités matérielles et géométriques du système, que l'on a décrites avec les deux mécanismes (plasticité – décollement) incorporés dans le macroélément. Dans le champ lointain, la réponse du système reste linéaire : ainsi on peut modéliser son comportement au moyen des ***impédances dynamiques*** (élastiques) du système. Cela nous permet :

a. D'identifier les paramètres $\widetilde{K}_{NN}, \widetilde{K}_{VV}, \widetilde{K}_{MM}$ dans le modèle élastique du macroélément comme la partie réelle des termes de l'impédance dynamique correspondants. On doit noter que de ce point de vue, on est obligé d'introduire une simplification : les impédances dynamiques du système sont en général fonctions de la fréquence de la sollicitation, élément qui ne peut pas être retenu dans l'état présent du macroélément, puisque la résolution du système est effectuée dans le domaine temporel. On peut cependant choisir les valeurs des impédances dynamiques qui correspondent à une fréquence caractéristique du système, comme par exemple la fréquence fondamental du système.

b. D'introduire la partie imaginaire des impédances dynamiques du système afin de décrire le phénomène de l'amortissement radiatif.

On va présenter une application du macroélément dans l'étude d'une structure très simple, comme celle présentée sur la Figure 4.32.

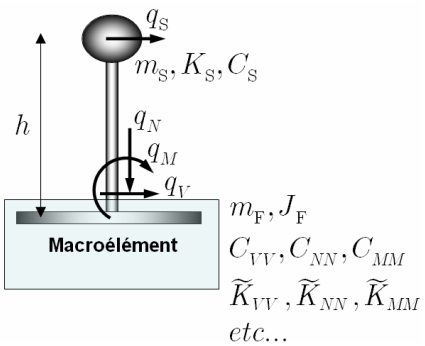


Figure 4.32 – Structure simple à quatre degrés de liberté pour l'application du macroélément

La structure possède quatre degrés de liberté :

1. Le degré de liberté en translation horizontale de la superstructure : q_{S}.
2. Le degré de liberté en translation horizontale de la fondation : q_V.
3. Le degré de liberté en translation verticale de toute la structure (fondation + superstructure) : q_N.
4. Le degré de liberté en rotation de la fondation : q_M.

L'équation de la dynamique pour cette structure s'écrit :

(4.79) $$\underline{\underline{\mathcal{M}}}\ddot{\underline{q}} + \underline{\underline{\mathcal{C}}}\dot{\underline{q}} + \underline{\underline{\mathcal{K}}}_{\mathrm{S}}\underline{q} + \underline{F} = \underline{p}$$

Dans l'équation (4.79), on définit les vecteurs et les matrices suivantes : Le vecteur des paramètres cinématiques est écrit :

(4.80) $$\underline{q} = \begin{bmatrix} q_{\mathrm{S}} & q_V & q_N & q_M \end{bmatrix}^T$$

La matrice de masse et la matrice d'amortissement du système sont données par :

(4.81) $$\underline{\underline{\mathcal{M}}} = \begin{bmatrix} m_{\mathrm{S}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{\mathrm{F}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{\mathrm{S}} + m_{\mathrm{F}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{\mathrm{F}} \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{\mathcal{C}}} = \begin{bmatrix} C_{\mathrm{S}} & -C_{\mathrm{S}} & 0 & -hC_{\mathrm{S}} \\ -C_{\mathrm{S}} & C_{VV} + C_{\mathrm{S}} & 0 & hC_{\mathrm{S}} \\ 0 & 0 & C_{NN} & 0 \\ -hC_{\mathrm{S}} & hC_{\mathrm{S}} & 0 & C_{MM} + h^2 C_{\mathrm{S}} \end{bmatrix}$$

En ce qui concerne la rigidité du système, celle-ci est décomposée en deux parties. La contribution de la superstructure est exprimée par la matrice :

(4.82) $$\underline{\underline{\mathcal{K}}}_{\mathrm{S}} = \begin{bmatrix} K_{\mathrm{S}} & -K_{\mathrm{S}} & 0 & -hK_{\mathrm{S}} \\ -K_{\mathrm{S}} & K_{\mathrm{S}} & 0 & hK_{\mathrm{S}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -hK_{\mathrm{S}} & hK_{\mathrm{S}} & 0 & h^2 K_{\mathrm{S}} \end{bmatrix}$$

La contribution de la fondation est directement introduite dans l'équation de la dynamique par le vecteur de forces :

(4.83) $$\underline{F} = \begin{bmatrix} 0 & Q_V & Q_N & Q_M \end{bmatrix}^T$$

Dans les équations (4.81) - (4.82) nous avons introduit les quantités $m_{\mathrm{S}}, C_{\mathrm{S}}, K_{\mathrm{S}}$ pour la masse, l'amortissement et la rigidité du degré de liberté de la superstructure respectivement. Le paramètre h représente la hauteur de la superstructure. Les quantités $m_{\mathrm{F}}, J_{\mathrm{F}}$ désignent la masse et le moment d'inertie de la fondation. C_{VV}, C_{NN}, C_{MM} représentent la partie imaginaire des impédances dynamiques de la fondation. Le macroélément est muni de tous les paramètres nécessaires pour sa définition, présentés dans les Tableaux 4.2 et 4.3. On note finalement que $\underline{p}$ représente le vecteur des efforts extérieurs.

Le problème peut être résolu avec un schéma d'intégration directe dans le domaine temporel, comme par exemple les schémas de Newmark, Wilson *etc*. Par exemple, si l'on utilise un schéma implicite de type Newmark, l'état du système est connu au pas de temps (t). Pour le pas de temps $(t+1)$ on introduit une prédiction de déplacements du système. Cette prédiction est introduite dans le modèle du macroélément qui fournit le vecteur de forces $\underline{F}$, ce qui permet de vérifier si l'équation de la dynamique (4.79) est satisfaite. Des itérations sont effectuées jusqu'à la convergence. C'est pour cette raison, qu'il est essentiel d'écrire le macroélément dans un schéma de résolution régi par les déplacements. Des détails sur la mise en œuvre des méthodes numériques pour l'analyse dynamique non-linéaire dans le domaine temporel sont donnés dans l'ouvrage de Bathe (1996).

4.4.2 Application numérique

Afin de mettre en évidence le type de résultats que l'on obtient avec le macroélément, on va utiliser l'exemple d'une structure réelle. Il s'agit d'une pile du Viaduc ferroviaire de l'Arc (*cf.* Figure 4.33). Le même exemple a été étudié par Crémer (2001) avec son macroélément.

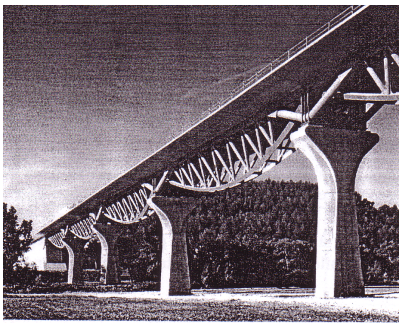


Figure 4.33 – Les piles du Viaduc de l'Arc (bureau Greisch) (extrait par Crémer (2001)).

Pour les paramètres du modèle on va introduire les valeurs suivantes :

- $m_{\mathrm{S}} = 1.5 \times 10^6\,[\mathrm{kg}]$
- $m_{\mathrm{F}} = 0.5 \times 10^6\,[\mathrm{kg}]$
- $J_{\mathrm{F}} = 22.1 \times 10^6\,[\mathrm{kg} \times \mathrm{m}^2]$
- $h = 15\,[\mathrm{m}]$

Les caractéristiques élastiques de la pile sont :

- $A = 12.9\,[\mathrm{m}^2]$
- $E = 35\,[\mathrm{GPa}]$
- $I = 20.2\,[\mathrm{m}^4]$

La rigidité de la superstructure est:

$$K_{\mathrm{S}} = \frac{3EI}{h^3} = 628444\,\mathrm{kN/m}$$

Pour un pourcentage d'amortissement $\xi_S = 7\%$ on trouve :

$$C_S = 2\xi_S\sqrt{m_S K_S} = 4298.4\,\mathrm{kNs/m}$$

La fondation de la structure comporte une semelle circulaire qui repose à la surface d'un sol purement cohérent homogène. On a les valeurs suivantes :

- Diamètre de la semelle : $D = 12\,[\mathrm{m}]$
- Cohésion du sol : $C_0 = 50\,[\mathrm{kPa}]$

Le facteur de sécurité de la fondation vis-à-vis des charges permanentes est $FS = 1.75$.

En ce qui concerne les impédances de la fondation, on calcule initialement les raideurs statiques. On rappelle que le module de cisaillement est donné comme fonction de la vitesse d'ondes de cisaillement V_s et de la masse volumique ρ par la relation suivante :

(4.84) $$\mathcal{G} = V_s^2\rho$$

On calcule aussi la vitesse de l'analogue de Lysmer V_{La}, nécessaire pour l'évaluation des coefficients d'amortissement radiatif du système. Cette quantité est donnée par la relation :

(4.85) $$V_{\mathrm{La}} = \frac{3.4}{\pi(1-\nu)}V_S$$

Le Tableau 4.4 récapitule les relations d'approximation habituellement utilisées pour l'évaluation des raideurs statiques et des coefficients d'amortissement d'une semelle circulaire sur un sol élastique, isotrope et homogène.

En première approximation, on va considérer que les impédances dynamiques du système sont indépendantes de la fréquence de sollicitation et égales aux raideurs statiques. La vitesse de propagation d'ondes de cisaillement est égale à $V_s = 200\left[\mathrm{m/sec}\right]$, le coefficient de Poisson $\nu = 0.5$ (conditions non drainées) et la masse volumique du sol $\rho = 2000\left[\mathrm{kgr/m^3}\right]$, ce qui conduit aux valeurs suivantes :

- $\widetilde{K}_{NN} = 3840000\left[\mathrm{kN/m}\right]$
- $\widetilde{K}_{VV} = 2560000\left[\mathrm{kN/m}\right]$
- $\widetilde{K}_{MM} = 92160000\left[\mathrm{kNm/rad}\right]$
- $C_{NN} = 97920\left[\mathrm{kNs/m}\right]$
- $C_{VV} = 45239\left[\mathrm{kNs/m}\right]$
- $C_{MM} = 881280\left[\mathrm{kNms/rad}\right]$

On va étudier la réponse de la structure lorsqu'elle est soumise à une sollicitation sismique réelle introduite au moyen d'accélérogramme. On a choisi un accélérogramme enregistré lors du séisme du Friuli (Italie, 1976) qui est représenté sur la Figure 4.34. La durée de l'accélérogramme est $22.5\,[\mathrm{sec}]$ environ et son accélération maximale enregistrée est $a_{\max} = 2.5\left[\mathrm{m/sec^2}\right] = 0.25g$.

On considère que la structure est sollicitée par le diagramme d'accélération de la Figure 4.34 dans la direction horizontale. Ainsi le vecteur des efforts extérieurs pour la structure s'écrit :

(4.86) $$\underline{p} = \begin{bmatrix} -m_S a(t) & -m_F a(t) & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

Tableau 4.4 – *Raideurs statiques et coefficients d'amortissement radiatif d'une semelle circulaire sur un milieu élastique isotrope et homogène*

Mode	Raideurs Statiques	Coefficients d'amortissement radiatif
Vertical	$\widetilde{K}_{NN} = \dfrac{4\mathcal{G}r}{1-\nu}$	$C_{NN} = \rho V_{La}(\pi r^2)$
Horizontal	$\widetilde{K}_{VV} = \dfrac{8\mathcal{G}r}{2-\nu}$	$C_{VV} = \rho V_S(\pi r^2)$
Rotation	$\widetilde{K}_{MM} = \dfrac{8\mathcal{G}r^3}{3(1-\nu)}$	$C_{MM} = \rho V_{La}\left(\dfrac{\pi r^4}{4}\right)$

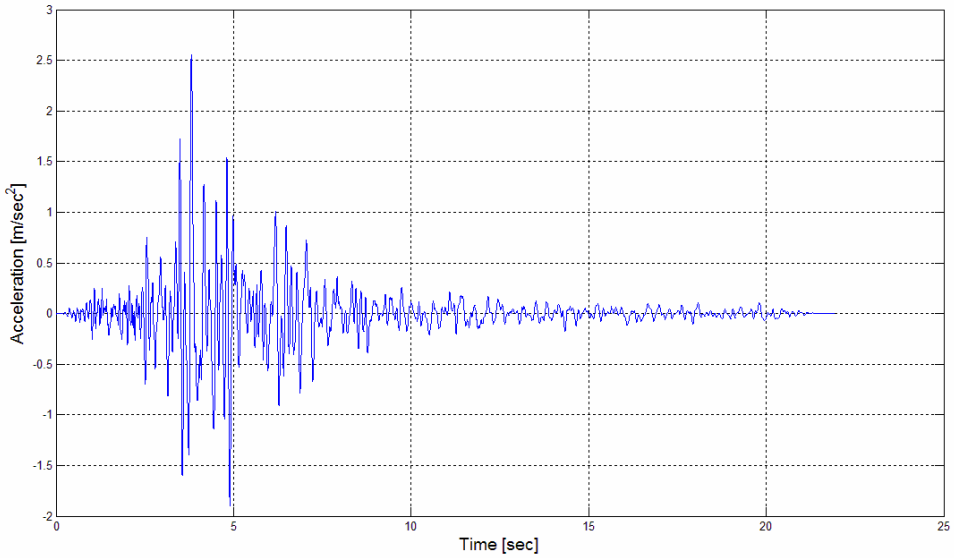


Figure 4.34 – Diagramme d'accélération enregistré lors du séisme du Friuli (Italie, 1976).

On présente les résultats de trois analyses différentes :

a. Analyse élastique linéaire (Décollement et plasticité désactivés). (*cf.* Figure 4.35)

b. Analyse élastique avec décollement (Plasticité désactivée). (*cf.* Figure 4.36)

c. Analyse élastoplastique avec décollement. (*cf.* Figure 4.37)

Les résultats comportent neuf diagrammes :

- Les trois historiques des forces généralisées sur le système.
- Les trois historiques des déplacements du centre de la semelle.
- Les trois diagrammes force – déplacement.

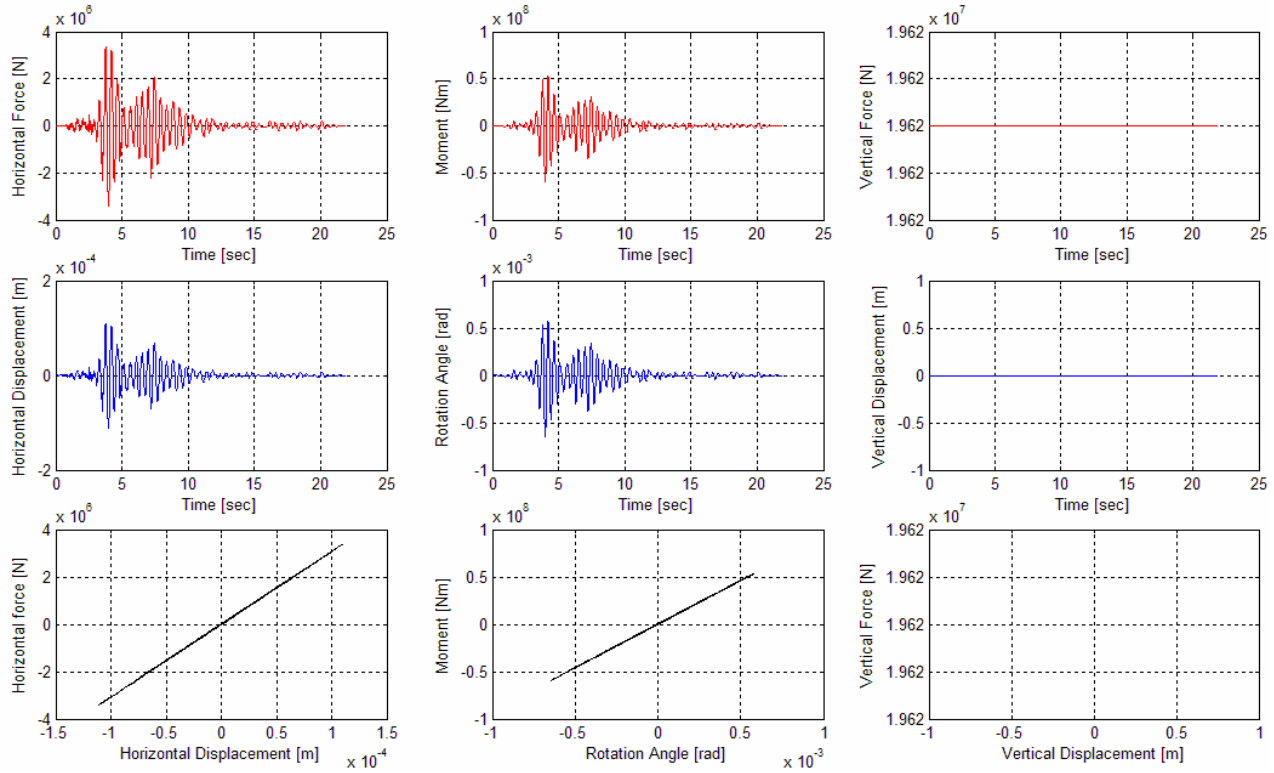


Figure 4.35 – Réponse élastique linéaire du système pour l'accélérogramme de Friuli.
$a_{\max} = 2.5\ [\mathrm{m/sec^2}] = 0.25g$

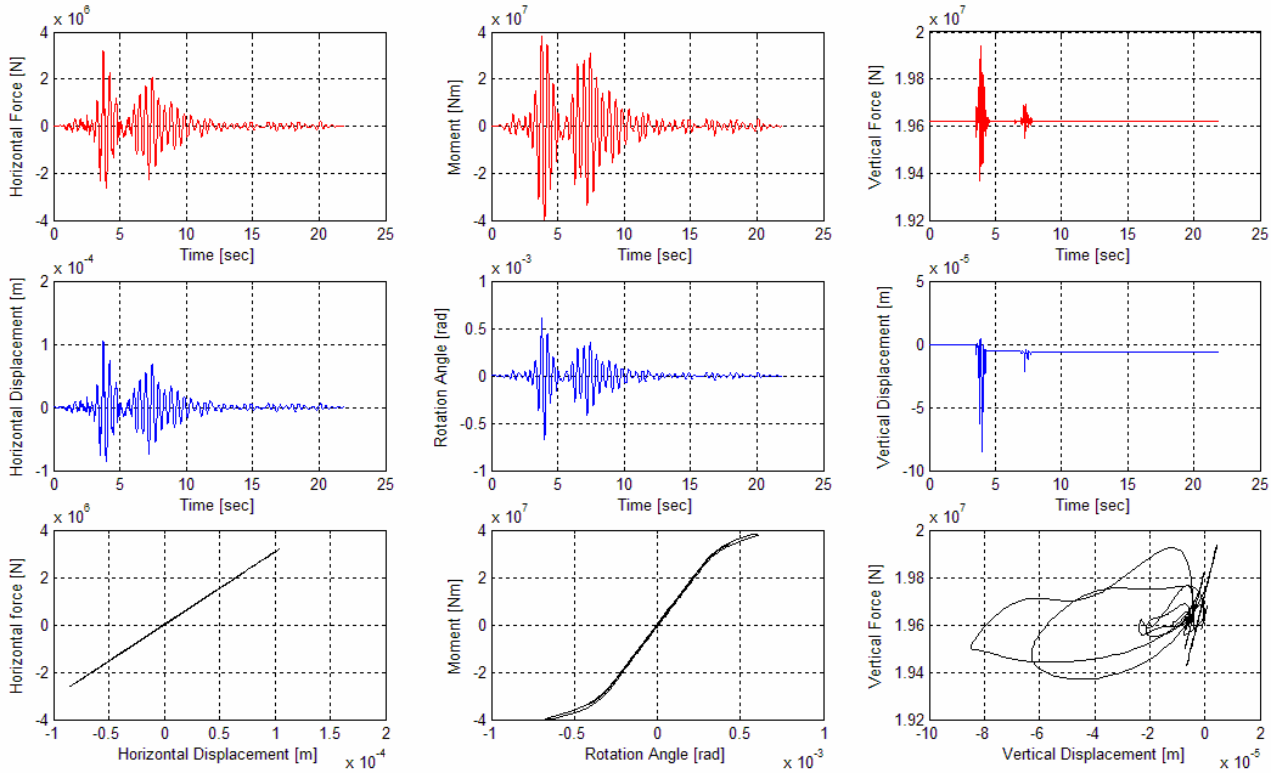


Figure 4.36 – Réponse élastique avec décollement du système pour l'accélérogramme de Friuli.
$a_{\max} = 2.5\ [\mathrm{m/sec^2}] = 0.25g$

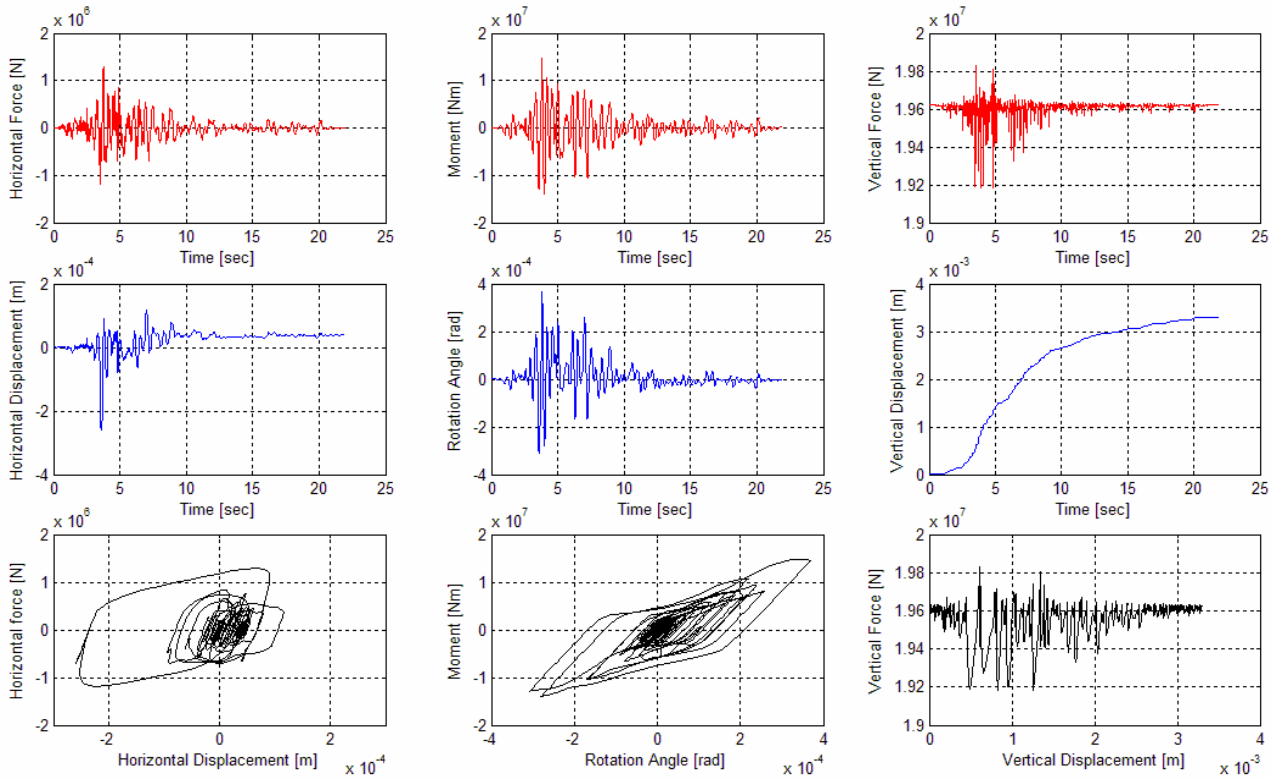


Figure 4.37 – Réponse élastoplastique avec décollement (macroélément) du système pour l'accélérogramme de Friuli. $a_{\max} = 2.5\ [\mathrm{m/sec^2}] = 0.25g$

Les résultats mettent en évidence les caractéristiques principales du comportement non-linéaire de la fondation :

i. *Isolation de la structure.* Le moment maximal appliqué sur la fondation est pour l'analyse élastique linéaire $M_{\max} = 5 \times 10^7\,[\mathrm{Nm}]$, pour l'analyse élastique avec décollement $M_{\max} = 4 \times 10^7\,[\mathrm{Nm}]$ et pour l'analyse élastoplastique complète $M_{\max} = 1.5 \times 10^7\,[\mathrm{Nm}]$.

ii. *Comportement en décollement.* Le comportement élastique avec décollement est parfaitement réversible et non-linéaire, comme cela est présenté sur le diagramme *moment – angle de rotation* de la Figure 4.36. Le diagramme *force horizontale – déplacement horizontal* reste linéaire (conséquence de la formulation du modèle de décollement). On note aussi l'interaction moment – force verticale lors du décollement et le soulèvement de la semelle exprimé par les déplacements négatifs sur le diagramme *déplacement vertical – temps*. Ce diagramme met en évidence un soulèvement résiduel de la semelle ; il s'agit d'une erreur numérique due au fait que l'approximation de la matrice de la rigidité élastique est purement explicite. L'erreur est d'autant plus faible que la discrétisation du signal est plus dense.

iii. *Comportement élastoplastique.* On note l'apparition d'un déplacement horizontal résiduel et d'un tassement de la semelle, effets de l'introduction du modèle plastique (*cf.* Figure 4.37). Les valeurs de ces déplacements sont faibles, puisque la sollicitation sismique est modérée. Les diagrammes *force horizontale – déplacement horizontal* et *moment – angle de rotation* mettent en évidence des cycles de dissipation d'énergie, mais de forme différente. Cette différence est due au

décollement. L'interaction avec la force verticale est beaucoup plus importante ; ce n'est pas seulement le décollement qui entraîne un couplage mais aussi le modèle de plasticité.

On présente finalement dans les Figures suivantes les mêmes résultats pour l'accélérogramme de la Figure 4.34, mais cette fois multiplié par un facteur de 4.

On note que même si dans l'analyse élastique linéaire, les forces suivent l'augmentation du chargement par un facteur de 4, il n'est pas de même ni dans l'analyse élastique avec décollement ni dans l'analyse élastoplastique complète. L'analyse élastique avec décollement (*cf.* Figure 4.39) met en évidence la courbe caractéristique (allure *S*) du diagramme *moment – angle de rotation*, avec un décollement assez important. On note aussi que l'erreur accumulée comme déplacement résiduel de la semelle est plus important que dans le cas précédent. Ceci est un point qui doit être amélioré dans les révisions du modèle en adoptant un schéma implicite pour la linéarisation de la matrice de rigidité élastique non-linéaire du système.

Dans l'analyse élastoplastique complète, on peut noter l'apparition d'un déplacement horizontal résiduel plus important ainsi que l'apparition d'une rotation résiduelle au niveau de la fondation. Les cycles de dissipation d'énergie sont plus importants que dans le cas précédant. Il en est de même est vrai pour le tassement vertical de la semelle.

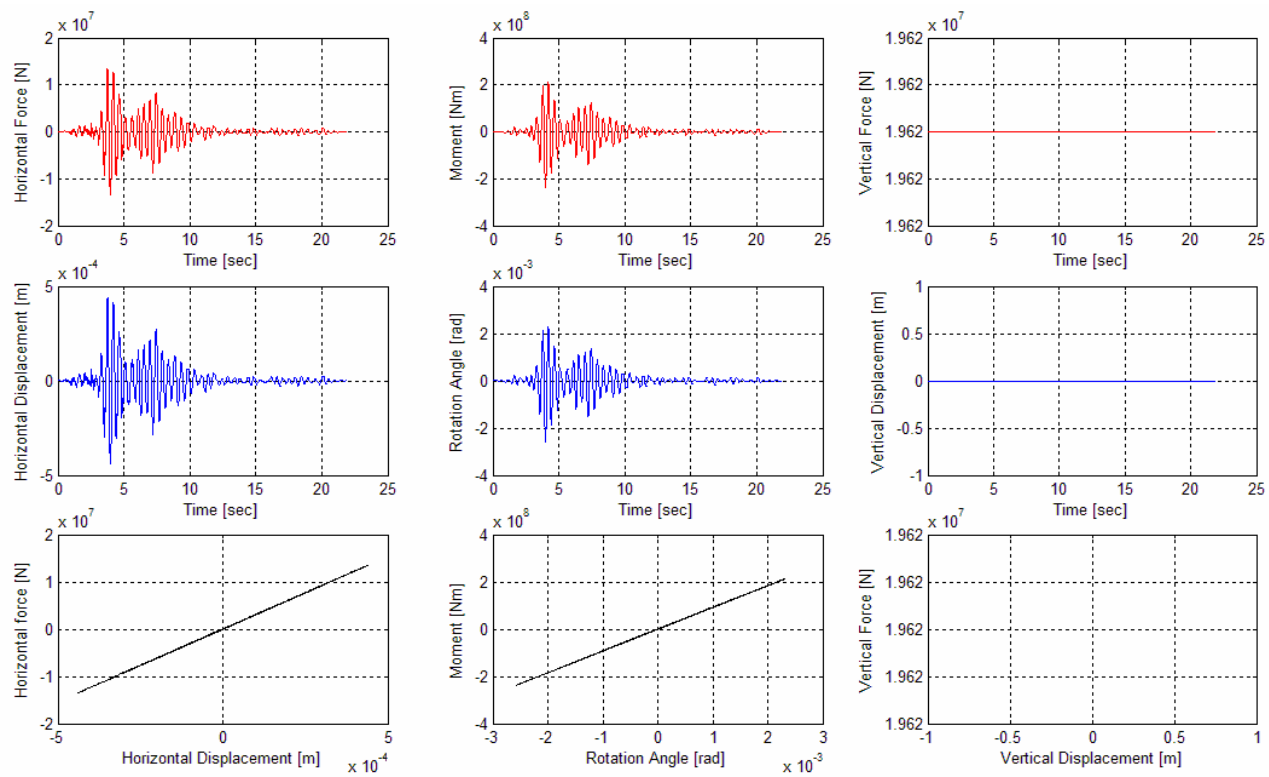


Figure 4.38 – Réponse purement élastique du système pour l'accélérogramme de Friuli multiplié par un facteur de 4 : $a_{\max} = 1g$

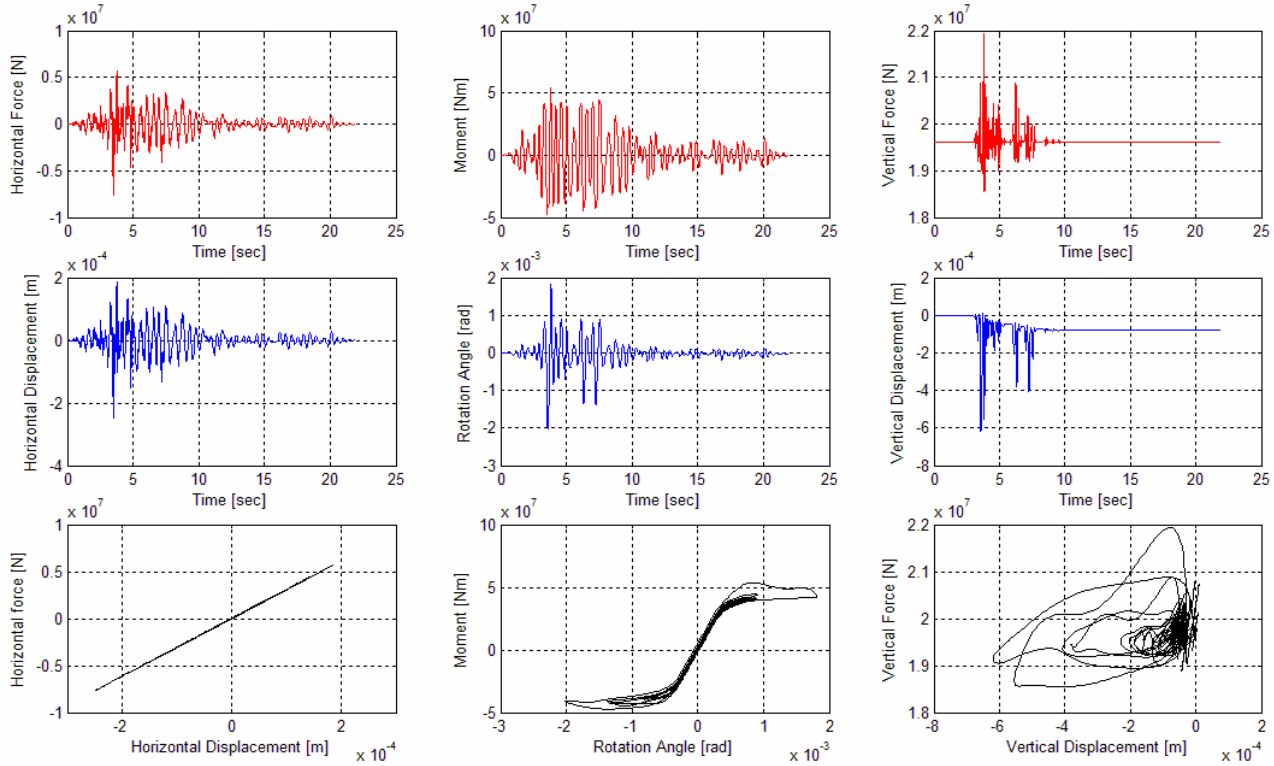


Figure 4.39 – Réponse élastique avec décollement du système pour l'accélérogramme de Friuli multiplié par un facteur de 4 : $a_{\max} = 1g$

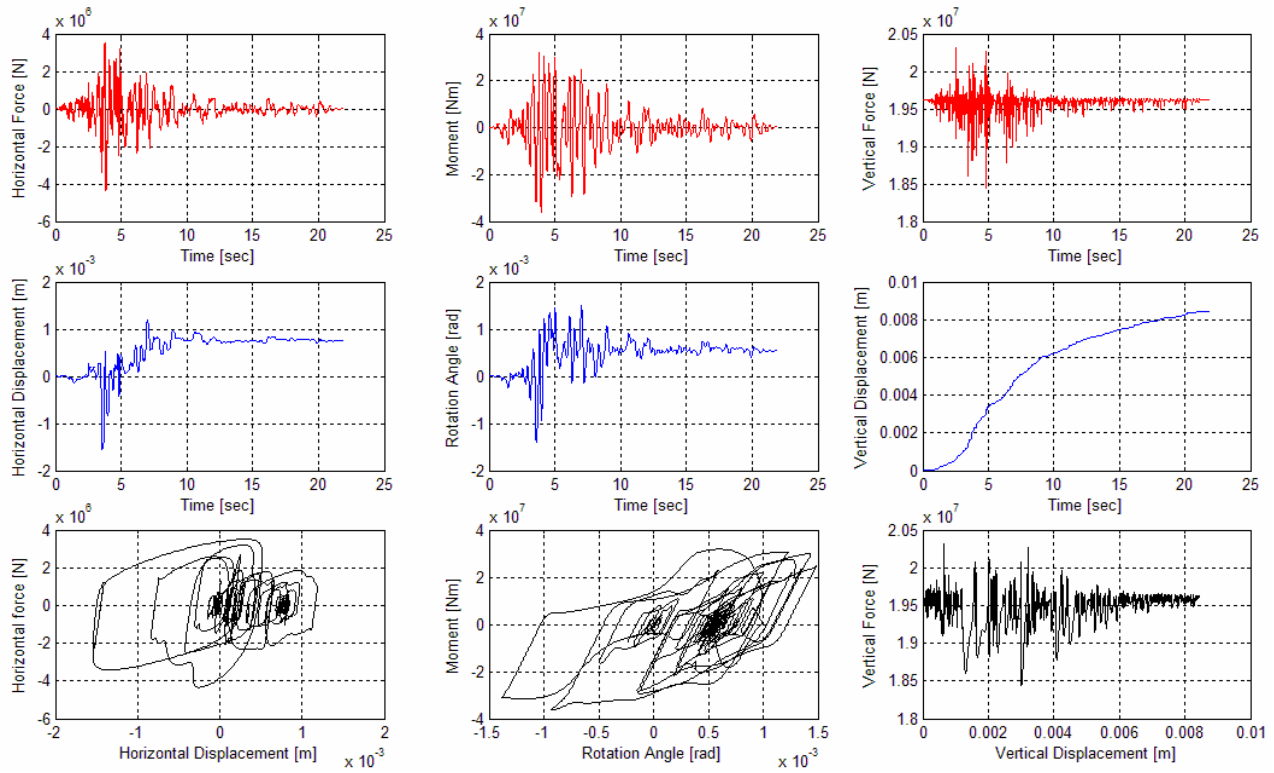


Figure 4.40 – Réponse élastoplastique avec décollement du système pour l'accélérogramme de Friuli multiplié par un facteur de 4 : $a_{\max} = 1g$

4.4.3 Conclusion

Les résultats présentés démontrent la grande utilité du macroélément pour l'analyse dynamique non-linéaire des structures du génie civil. Ils montrent que cet outil pratique peut être utilisé dans la phase de conception des ouvrages pour la mise en œuvre d'études paramétriques sur la réponse de la structure envisagée en insistant notamment sur l'effet des non-linéarités (matérielles – géométriques) dans la réponse globale de la structure. De plus, le macroélément peut trouver une application très importante dans un effort d'enrichissement des codes de conception parasismique, surtout vis-à-vis la philosophie émergente de conception qui n'est autre que la conception basée sur les déplacements. C'est l'outil qui permet désormais d'étudier l'influence de paramètres comme l'intensité, la durée et le contenu fréquentiel de la sollicitation sismique, les caractéristiques de rigidité et de résistance du sol de fondation, la géométrie de la fondation *etc*. sur la réponse des structures de manière très détaillée et quand même extrêmement rapide.

Conclusions et perspectives

L'objectif de cette thèse a été de contribuer à l'étude du comportement sismique des fondations superficielles. Nos contributions ont porté sur les deux aspects fondamentaux du problème : d'une part, sur la détermination de la capacité portante sismique des fondations et d'autre part sur le développement d'une formulation nouvelle pour le macroélément d'interaction dynamique sol-structure.

En ce qui concerne le problème de la capacité portante, nous avons étendu les solutions disponibles au cas des ***semelles circulaires*** qui reposent à la surface d'un sol purement cohérent mettant en évidence ***un gradient vertical de cohésion***. Le problème a été traité par l'approche cinématique du Calcul à la Rupture. Une série de mécanismes virtuels de rupture ont été considérés au moyen d'une méthode théorique récemment développée et des bornes supérieures optimales ont été établies pour quatre paramètres de chargement : la force verticale, la force horizontale et le moment sur la semelle, ainsi que les forces d'inertie dans le volume du sol, développées lors de la sollicitation sismique. Du point de vue théorique, nos contributions ont surtout porté sur la prise en compte des forces d'inertie en tant que paramètre de chargement du système sol-fondation ainsi que sur l'adaptation et le traitement (construction de champs de vitesse – optimisation) de mécanismes virtuels de rupture tridimensionnels au problème de la capacité portante sismique des fondations circulaires.

Du point de vue pratique, les résultats que nous avons établis pour les semelles circulaires combinées avec les résultats déjà disponibles pour les semelles filantes forment un ensemble de solutions qui couvrent les deux cas extrêmes du point de vue de la géométrie de fondations superficielles sur des sols purement cohérents. Nos résultats ont été en accord avec les observations sur site et ils ont vérifié l'importance d'un dimensionnement des fondations avec un facteur de sécurité à l'ordre de 3 contre les charges permanentes. En parallèle, les résultats obtenus nous ont permis de modifier de manière simple l'expression analytique de l'Eurocode 8 pour la détermination de la capacité portante sismique des fondations superficielles afin qu'elle puisse être utilisée au cas des fondations circulaires ou filantes sur un sol cohérent hétérogène. Nous avons insisté sur les points délicats concernant la prise en compte des forces d'inertie dans le problème et nous avons examiné les limites de validité des hypothèses adoptées. Ainsi, nous avons fourni une procédure de dimensionnement complète, accompagnée par un outil numérique permettant de reproduire notre analyse et nos résultats dans la conception d'ouvrages réels.

En parallèle, une série d'expériences en centrifugeuse effectuée en collaboration avec le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées a enrichi considérablement la compréhension du phénomène étudié et a mis en évidence les points dans la modélisation théorique qui exigent un traitement plus approfondi. Notre effort lors de la conception et la mise en œuvre des essais a été d'arbitrer entre les exigences de notre modèle théorique et les contraintes imposées par les moyens

d'expérimentation disponibles. La sélection d'un sol purement cohérent mou comme sol de fondation pour notre système (sélection motivée par les ruptures sismiques réelles au niveau de la fondation) a offert un cas d'étude rare dans la littérature : les essais sur des sols argileux en centrifugeuse sont en général très délicats et beaucoup plus difficiles que les essais sur des sols frottants. Les expériences, exécutés avec une répétitivité remarquable, ont mis en évidence le rôle important de l'effet $P-\delta$ et de la profondeur d'encastrement sur la capacité portante de la fondation sous une charge inclinée et excentrée.

Pour ce qui est du macroélément, nous avons proposé une nouvelle formulation particulièrement orientée vers les applications du génie parasismique en insistant sur la simplicité du modèle, sa flexibilité et son implémentation facile dans un code éléments finis. Ainsi, nous avons formulé un modèle de macroélément comportant deux parties : a) la partie irréversible de la réponse du système, décrite par un modèle de plasticité associé appartenant à la classe de modèles hypoplastiques de surface d'appui et b) la partie réversible de la réponse du système, décrite par un modèle élastique non-linéaire afin de prendre en compte la non-linéarité géométrique du système due au décollement sur l'interface sol-structure. Nos développements ont été basés sur l'idée de ne pas utiliser la surface ultime du système comme surface de charge pour le modèle de plasticité du macroélément. Par contre, nous avons attribué à la surface ultime sa vraie signification (en termes du Calcul à la Rupture) : domaine de chargements supportables par le système. Nous avons montré la façon dont les deux mécanismes du modèle (plasticité – décollement) sont couplés afin de fournir des états de chargement qui sont contenus à l'intérieur de la surface ultime. La résolution numérique du modèle a été faite par un schéma régi par les déplacements, où les deux mécanismes sont résolus simultanément.

Les réponses que nous avons tentées de fournir aux problèmes posés ont, à leur tour, apporté un nombre de questions ouvertes, qui peuvent orienter maintenant les travaux futurs de cette étude.

Ainsi, dans le problème de la capacité portante sismique des fondations superficielles, le traitement du matériau de Coulomb pour des configurations tridimensionnelles constitue l'étape de développement prochaine. En ce qui concerne l'approche cinématique du Calcul à la Rupture et la considération de champs de vitesse virtuelle définis analytiquement, on a déjà un nombre de travaux qui peuvent inspirer des développements dans le problème des fondations superficielles. Plus précisément, un nombre de mécanismes virtuels de rupture pertinents pour le critère de Coulomb ont été construits dans le contexte de stabilité de fronts de tunnels (*cf.* Cuvillier, 2001). Il y a aussi la possibilité d'utiliser d'autres méthodes disponibles, surtout les méthodes numériques de l'analyse limite (construction de champs de vitesse – bornes supérieures ou de contrainte – bornes inférieures par éléments finis). Ces méthodes ont connu une évolution importante récemment avec l'introduction de nouveaux algorithmes pour la résolution des problèmes d'optimisation obtenus, qui sont des problèmes d'optimisation conique (*cf.* Krabbenhoft *et al.*, 2007). On note que l'intérêt pour des bornes inférieures reste fort même pour le matériau de Tresca en configurations tridimensionnelles. L'utilisation des méthodes numériques de l'analyse limite dans les problèmes parasismiques reste encore très limitée.

Toujours concernant le problème de la capacité portante sismique, un nombre de points délicats a été mis en évidence par les essais expérimentaux en centrifugeuse. Nous nous référons surtout à l'effet $P-\delta$, qui a conduit à une diminution considérable de la capacité portante sous un chargement incliné et excentré. Le problème est particulièrement pertinent pour les sols mous, les sols qui sont concernés, en général, par les ruptures sismiques au niveau de la fondation. Il est

alors essentiel d'inclure dans les codes de conception une méthodologie permettant d'évaluer la réduction de la portance des fondations à cause de l'effet $P-\delta$. Le même besoin existe en ce qui concerne l'évaluation du rôle favorable de la profondeur d'encastrement des fondations. Ces deux éléments, parfois d'importance primordiale, ne sont pas inclus dans la solution théorique établie.

Les conclusions tirées par la campagne expérimentale seront concrétisées de manière encore plus claire lors de l'achèvement de la troisième séance d'essais, qui est déjà planifiée : c'est la séance consacrée à la capacité portante du système sous sollicitations sismiques réelles. L'utilisation d'une table vibrante dans la nacelle de la centrifugeuse est déjà un grand défi pour la modélisation de fondations sous séismes en laboratoire. La reproduction d'une vraie rupture au niveau de la fondation va fournir un cas d'étude complet et un outil de validation – vérification pour toute méthode théorique.

Le deuxième axe de cette thèse, celui du macroélément, ouvre aussi un nombre important de travaux perspectifs. Tout d'abord, il y a tout ce qui concerne la validation du modèle proposé. Jusqu'à maintenant nous avons insisté notamment sur la structure du macroélément. Il est désormais essentiel de procéder à la validation soigneuse des relations d'approximation utilisées (*eg*. modèle de décollement) ainsi qu'à la calibration des paramètres du modèle. Il s'agit donc d'une procédure longue qui doit comporter des résultats expérimentaux, des analyses numériques du système à l'échelle des matériaux constitutifs (éléments finis), des exemples d'utilisation du modèle *etc*. Du point de vue théorique, il serait intéressant d'étendre la structure du modèle dans le cas d'un sol de type Coulomb (en combinaison avec le problème de la capacité portante). D'autres améliorations possibles portent sur la prise en compte de la dépendance fréquentielle des impédances de la fondation ou sur l'effet des forces d'inertie dans le sol dans la formulation du modèle. Ce dernier point peut être traité en introduisant la variation de la quantité $N_{\max}$ (force verticale maximale supportée par le système) comme fonction des forces d'inertie dans le sol.

On note finalement que la validation du modèle doit être suivie par son mise en œuvre dans un code éléments finis et surtout par son exploitation pour des applications réelles. L'utilité du macroélément consiste essentiellement en la possibilité d'effectuer très rapidement, un grand nombre d'analyses dynamiques non-linéaires de structures réelles. Ainsi, il peut surtout être utilisé pour la mise en œuvre d'analyses paramétriques, qui mettront en évidence le rôle de quantités physiques particulières sur la réponse d'une structure. Il peut aussi trouver une application importante dans un effort d'enrichissement des codes de conception existants : l'évaluation des non-linéarités du phénomène d'interaction sol-structure et la détermination des déplacements résiduels de la structure lors d'un séisme permettent désormais de s'orienter vers la prise en compte d'un critère de performance dans la conception des structures. C'est là l'objectif final de tous les développements qui ont été abordés dans cette thèse.

Références bibliographiques

ABRAMOVITZ, M., STEGUN, I. A. (Eds.) (1973) - *Handbook of Mathematical functions*. Dover, New York.

AL-SHARMANI, M., A., (2005) - Upper bound solutions for the bearing capacity of strip footings over anisotropic nonhomogeneous clays. *Soils and Foundations*, **45**, No. 1, pp. 109 - 124.

AL TABAA, A., WOOD, D., M. (1989) – An experimental based "bubble" model for clay. *Proceedings NUMOG 3,* Niagara Falls, pp. 91 – 99.

BAGUELIN, F. (2005) – Le calcul des semelles au pressiomètre et l'Eurocode 7. *50 ans de pressiomètres, Vol. 1, Gambin, Magnan et Mestat (eds.),* Presses de l'ENPC/LCPC, Paris, pp. 413-432.

BATHE, K., J. (1996) – *Finite Element procedures,* Prentice Hall, p. 1037.

BELL (1991) – The analysis of offshore foundations subjected to combined loading. *MSc thesis, University of Oxford.*

BELTRAMI, C., LAI, C., G., PECKER, A. (2006) – *Seismic Soil Structure Interaction in Large Diameter Shaft Foundations*. Research Report No. ROSE – 2006/04, ROSE School – EUCENTRE, Pavia, Italy.

BEREZANTSEV, V. G. (1952) – *Axially symmetric problems of the Theory of limit equilibrium of granular material.* Government Publishing House for Technical – Theoretical Literature, Moscow.

BIENEN, B., BYRNE, B., W., HOULSBY, G., T., CASSIDY, M., J. (2006) – Investigating six-degree-of-freedom loading of shallow foundations on sand. *Géotechnique,* **56**, No. 6, pp. 367 – 379.

BISHOP, J., W., F. (1953) – On the complete solution to problems of deformation of a plastic-rigid material. *Journal of Mechanics and Physics of Solids,* **2**, 43 – 53.

BONNET, G., SOLLOGOUB, P. (1996) – Méthodes simplifiées pour la prise en compte du décollement des fondations sous séisme. *Génie Parasismique et Aspects vibratoires dans le génie civil, 4ème Colloque National AFPS,* Saint-Rémy-lès-Chevreuses, France.

BORESI, A., P., CHONG, K., P. (2000) – *Elasticity in Engineering Mechanics.* John Wiley & Sons, New York.

BOTTERO, A., NEGRE, R., PASTOR, J., TURGEMAN, S. (1980) – Finite element method and limit analysis theory for soil mechanics problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* **22**, pp. 131 – 149.

BOULBIBANE, M., PONTER, A., R., S., (2005a) – Linear matching method for limit load problems using the Drucker – Prager yield condition. *Géotechnique*, **55**, No. 10, pp. 731 – 739.

BOULBIBANE, M., PONTER, A., R., S., (2005b) - Limit loads for multi-layered half-space using the linear matching method. *Computers and Geotechnics*, **32**, No.7, pp. 535 – 544.

BOUZID, A., DJ., VERMEER, P., A., TILIOUINE, B. (2005) - Finite element vertical sliced model: Validation and application to an embedded square footing under combined loading. *Computers and Geotechnics*, **32**, No. , pp. 72-91.

BRANSBY, M. F., RANDOLPH, M. F. (1998) - Combined loading of skirted foundations. *Géotechnique*, **48**, No. 5, pp. 637 - 655.

BRANSBY, M. F., RANDOLPH, M. F (1999) - The effect of the embedment depth on the undrained response of skirted foundations to combined loading. *Soils and Foundations*, **39**, No. 4, pp. 19-33.

BRÉZIS, H. (1973) – *Opérateurs maximaux monotones et semi-groupes de contractions dans les espaces de Hilbert.* North Holland, Mathematic studies.

BUTTERFIELD, R. (1980) – A simple analysis of the load capacity of rigid footings on granular materials. *Journée de Géotechnique,* pp. 128 – 134.

BUTTERFIELD, R. & TICOF, J. (1979) – The use of physical models in design, Discussion. *Proceedings 7th ECSMFE, Brighton,* **4**, pp. 259 – 261.

BUTTERFIELD, R., GOTTARDI, G. (1994) - A complete three - dimensional failure envelope for shallow footings on sand. *Géotechnique*, **44**, No. 1, pp. 181 - 184.

BUTTERFIELD, R. & GOTTARDI, G (1996) – Simplified failure envelopes for shallow foundations on dense sand. *International Journal of Offshore and Polar Engineering,* **6**, No. 1, pp 58 - 64.

CANEPA, Y., GARNIER, J. (2004) – Études experimentales du comportement des fondations superficielles – état de l'art. *FONDSUP 2003 – Vol. 2 Magnan (Ed.).* Presses de l'ENPC/LCPC, Paris, pp. 155 – 261.

CAQUOT, A. (1934) – *Équilibre des massifs à frottement interne*. Gauthier – Villars, Paris, pp. 1 – 91.

CAQUOT, A., KERISEL, J. (1966) – *Traité de Mécanique des Sols.* 4th ed., Gauthier – Villars, Paris.

CASSIDY, M., J., MARTIN, C., M., HOULSBY, G., T. (2004) – Development and application of force resultant models describing jack-up foundation behaviour. *Marine Structures***, 17**, pp. 165 – 193.

COLEMAN, T., F., LI, Y. (1996) – An interior trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds. *SIAM Journal on Optimization,* **6**, No. 2, pp. 418 – 445.

COMBESCURE, D., CHAUDAT, T. (2000) – ICONS European program seismic tests on R/C walls with uplift; CAMUS IV specimen. *ICONS project, CEA/DRN/DMT report,* SEMT/ EMSI/RT/00-27/4.

CRÉMER, C. (1999a) – CAMUS IV. Desing of the foundation; specification of laboratory and in situ tests on sand. *ICONS project, GDS.* Report No 2.

CRÉMER, C. (1999b) – Predictive calculations of the Camus IV test ; study of the effect of the foundation uplift on structural response. *ICONS project, GDS.* Report No 3.

CRÉMER, C. (2001) – *Modélisation du comportement non linéaire des fondations superficielles sous séisme*. Thése de Doctorat, Laboratoire de Mécanique et de Technologie, ENS – Cachan.

CRÉMER, C., PECKER, A., DAVENNE, L. (2001) – Cyclic macro-element for soil-structure interaction: material and geometrical non linearities. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **25**, pp. 1257 – 1284.

CRÉMER, C., PECKER, A., DAVENNE, L. (2002) – Modelling of nonlinear dynamic behavior of a shallow strip foundation with macroelement, *Journal of Earthquake Engineering*, **6**, No. 2, pp. 175 – 211.

CHEN, W., F. (1975) – *Limit Analysis and Soil Plasticity.* Elsevier.

CORFDIR, A. (1996) - Calcul a la rupture: Etude d'une suite de cinematiques cas de l'axisymmetrie. *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences, Paris,* **322***, Serie* 2B*,* pp. 647 - 654.

COX, A., D. (1962) – Axially symmetric plastic deformations in soils. II: Indentation of ponderable soils. *Int. Journal Mech. Sci.,* **4**, pp. 371 – 380.

COX, A., D., EASON, G., HOPKINS, H., G. (1961) – Axially symmetric plastic deformations in soils. *Phil. Trans. Royal Soc. London Ser. A,* **254**, No. 1036, pp. 1-45.

CUVILLIER, A. (2001) – *Aspects mécaniques du creusement d'un tunnel en milieu poreux saturé,* Thèse ENPC, Paris.

DAFALIAS, Y., F. (1986) – Bounding surface plasticity. I: Mathematical foundation and hypoplasticity. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE,* **112**, No. 9, pp. 966 – 987.

DAFALIAS, Y., F., HERMANN, L., R. (1982) – Bounding surface formulation of soil plasticity. *Soil Mechanics – transient and cyclic loading*, Pande, G., N., Zienkiewicz, O., C., Eds., Wiley, pp. 173 – 218.

DAVENNE, L. (1998) – Analysis of seismic response of reinforced concrete frames with macro-elements. *11th European Conference on Earthquake Engineering,* Balkema, Rotterdam.

DI PRISCO, C., NOVA, R., SIBILIA, A. (2003a) – Shallow footing under cyclic loading : Experimental behavior and constitutive modeling. In *Geotechnical analysis of the Seismic Vulnerability of Historical Monuments.* Maugeri, M., Nova, R., Eds. Pàtron, pp. 99 – 121.

DI PRISCO, C., NOVA, R., PEROTTI, A., SIBILIA, A. (2003b) – Analysis of soil-foundation interaction of tower structures under cyclic loading. In *Geotechnical analysis of the Seismic Vulnerability of Historical Monuments.* Maugeri, M., Nova, R., Eds. Pàtron, pp. 123 – 136.

DORMIEUX, L., PECKER, A. (1995) - Seismic Bearing Capacity of Foundation on Cohesionless Soil. *Journal of Geotechnical Engineering ASCE*, **121**, 3, pp. 300-303.

DRONIUC, N., MAGNAN, J., P., HUMPERT, P., MESTAT, P. (2003) – *Analyse limite – Bases théoriques et mise en œuvre de la méthode cinématique régularisée.* Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Études et Recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées, GT 76, p. 146.

EASON, G., SHIELD, R., T. (1960) – The plastic indentation of a semi – infinite solid by a perfectly rough circular punch. *J. Appl. Math. Phys. (ZAMP)*, **11**, No. 1, pp. 33 – 43.

EINAV, I., CASSIDY, M., J. (2005) – A framework for modelling rigid footing behaviour based on energy principles. *Computers and Geotechnics,* **32**, pp. 491 – 504.

EL SAWWAF, M., NAZER, A. (2005) - Behavior of circular footings resting on confined granular soil. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, **131**, 3, pp. 359-366.

EUROCODE 8 – Partie 5. *Conception et dimensionnement des structures pour leur résistance aux séismes.* Commission Européenne de Normalization. prENV 1998.

FILIPPOU, F., C., CONSTANDINIDES, M. (2004) – *FedeasLab : Getting started guide and simulations examples.* Departement of Civil and Environmental Engineering, UC Berkeley.

FISHMAN, K. L., RICHARDS, R., YAO, D. (2003) - Inclination Factors for Seismic Bearing Capacity. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, **129**, 9, pp. 861 - 865.

FLÉJOU, J., L. (1993) – *Comportement dynamique des structures du génie civil avec liaisons semi-rigides.* Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, p. 132.

FLEMING, W., G., K., WELTMAN, A., J., RANDOLPH, M., F., ELSON, W., K. (1985) – *Piling Engineering.* Glasgow, Surrey University Press.

FRÉMOND, M., FRIAÀ, A. (1978) – Analyse limite. Comparaison des méthodes statique et cinématique. *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences, Paris,* **286**, A, pp. 107 - 110.

FRÉMOND, M., SALENÇON, J. (1973) – Limit analysis by finite element methods. *Symposium on the Role of Plasticity in Soil Mechanics, Cambridge G.B.,* Sept. 1973, pp. 297 – 308.

FRIAÀ, A. (1978) – Le matériau de Norton-Hoff généralisé et ses applications en analyse limite, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Paris,* **286**, A, pp. 286 – 289.

FRIAÀ, A. (1979) – *La loi de Norton Hoff généralisée en plasticité et viscoplasticité.* Thèse D. Sc. Université Pierre et Marie Curie, Paris.

GAJAN, S., KUTTER, B., L., PHALEN, J., D., HUTCHINSON, T., C., MARTIN, G., R. (2005) – Centrifuge modeling of load – deformation behavior of rocking shallow foundations, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering,* **25**, pp. 773 – 783.

GARNIER, J. (2001) – Modèles physiques en géotechnique : Etat des connaissance et évolutions récentes. *1ère Biennale Coulomb,* Paris.

GARNIER, J., PECKER, A. (1999) – Use of centrifuge tests for the validation of innovative concepts in foundation engineering. *2nd Int. Conf. On Earth. Geotech. Eng.,* Lisbon.

GAZETAS, G. (1991) – Formulas and charts for impedances of surface and embedded foundations. *Journal of Geotechnical Engineering ASCE,* **117**, No. 9, pp. 1363 – 1381.

GEROLYMOS, N., GAZETAS, G. (2005) – Nonlinear lateral response of caisson foundations. *Proceedings of the 1st Greece – Japan workshop on Seismic design, observation and Retrofit of Foundations,* Athens, 11 – 12 October 2005, pp. 1 – 24.

GOTTARDI, G. (1992) – Modellazione del comportamento di fondazioni superficiali su sabbia soggette a diverse condizioni di carico. *PhD thesis, University of Padova.*

GOTTARDI, G., BUTTERFIELD, R. (1993) – On the bearing capacity of surface footings on sand under general planar loads. *Soils and Foundations,* **33**, No. 3, pp. 68-79.

GOTTARDI, G., BUTTERFIELD, R. (1995) – The displacements of a model rigid surface footing on dense sand under general planar loading, *Soils and Foundations,* **35**, No. 3, pp. 71 – 82.

GOTTARDI, G., HOULSBY, G. T., BUTTERFIELD, R. (1999) - Plastic response of circular footings on sand under general planar loading. *Géotechnique*, **49**, No. 4, pp. 453 - 469.

GOURVENEC, S., RANDOLPH, M. (2003) - Effect of strength non - homogeneity on the shape of failure envelopes for combined loading of strip and circular foundations on clay. *Geotechnique*, **53**, No. 6, pp. 575 - 585.

GRANGE, S., KOTRONIS, P., MAZARS, J. (2006) – Advancement of simplified modeling strategies for 3D phenomena and or/ boundary conditions for base-isolated buildings or specific soil-structure interactions. *European Program LESSLOSS: Risk mitigation for earthquakes and landslides integrated project. Deliverable report 67,* September 2006.

GREEN, A., P. (1954) – The plastic yielding of metal junctions due to combined shear and pressure. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, **2**, No. 3, pp. 197-211.

GRIFFITHS, D., V., FENTON, A., G., MANOHARAN, N. (2002) - Bearing Capacity of Rough rigid strip footinsg on cohesive soil: probabilistic study. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, **128**, No. 9, pp. 743-755.

HAAR, A., KARMAN, T. (1909) – Zur Theorie der Spannungszustände in plastischen und Sandartigen Medien. *Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math. Phys.,* **K1**, pp. 204 – 218.

HALPHEN, B., NQUYEN, Q., S. (1975) – Sur les matériaux standards généralisés. *Journal de Mécanique,* **14**, No. 1, pp. 39 – 63.

HANSEN BRINCH, J. (1961) – A general formula for bearing capacity. *Bulletin, Copenhagen: Danish Geotechnical Institute,* No. 11, pp. 38 – 46.

HANSEN BRINCH, J. (1953) – *Earth Pressure Calculation.* The Danish Technical Press - Institution of Danish Civil Engineers, Copenhagen.

HANSEN BRINCH, J. (1970) – A revised and extended formula for bearing capacity. *Bulletin, Copenhagen: Danish Geotechnical Institute,* No. 28, pp. 5 – 11.

HJIAJ, M., LYAMIN, A. V., SLOAN, S., W. (2005) - Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor N_γ. *International Journal of Solids and Structures*, **42**, No. 5-6 , pp. 1681-1704.

HOLTZ, R., D., KOVACS, W., D. (1981) – *An Introduction to Geotechnical Engineering,* Prentice – Hall Inc, Englewood Cliffs N.J.

HOSSAIN, M., S., HU, Y., RANDOLPH, M., F., WHITE, D., J. (2005) - Limiting cavity depth for spudcan foundations penetrating clay. *Geotechnique*, **55**, No. 9, pp. 679-690.

HOULSBY, G., T., CASSIDY, M., J. (2002) – A plasticity model for the behaviour of footings on sand under combined loading. *Géotechnique,* **52**, No. 2. pp. 117 – 129.

HOULSBY, G., T., CASSIDY, M., J., EINAV, I. (2005) – A generalised Winkler model for the behaviour of shallow foundations. *Géotechnique,* **55**, No. 6. pp. 449 – 460.

HOULSBY, G., T., MARTIN, C., M. (1993) – Modelling of the behaviour of foundations of jack-up units on clay. *Predictive Soil Mechanics.* Thomas Telford, London, pp. 339 – 358.

HOULSBY, G., T., PUZRIN, A., M. (2006) – *Principles of hyperplasticity*, Springer – Verlag.

HOULSBY, G., T., WROTH, C., P. (1983) – Calculation of stresses on shallow penetrometers and footings. *Proceedings of the IUTAM-IUGG symposium on seabed mechanics,* Newcastle upon Tyne, pp. 107 – 112.

HUJEUX, J., C. (1985) – Une loi de comportement pour le chargement cyclique des sols. *Génie Parasismique,* Davidovici, V., Ed., Presses de l' ENPC, pp. 287 – 302.

ISHIHARA, K., ACACIO, A., TOWHATA, I**.** (1993) **-** Liquefaction induced ground damage in Dagupan in the July 16, 1990 Luzon Earthquake. *Soils and Foundations*, **33**, No. 1, pp. 133 - 154**.**

KAUSEL, E. (2006) – *Fundamental solutions in Elastodynamics.* Cambridge University Press, Cambridge.

KERISEL, J. (1973) – Bicentenaire de l'essai de 1773 de Charles Augustin Coulomb, *Comptes Rendus 8ème Congrès ISSMGE, Moscou, 1973.*

KNAPPETT, J., A., HAIGH, S., K., MADABHUSHI, S., P., G. (2006) - Mechanisms of failure for shallow foundations under earthquake loading. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **26**, No. 2-4, pp. 91-102.

KOBAYASHI, S. (2005) - Hybrid type rigid plastif finite element analysis for bearing capacity characteristics of surface uniform loading. *Soils and Foundations*, **45**, No.2, pp. 17-28.

KOLYMBAS, D. (1999) – *Introduction to Hypoplasticity.* Advances in Geotechnical Engineering, Volume I, A. A. Balkema.

KÖTTER, F. (1903) – Die Bestimmung des Druckes an gekrümetten Gleitflächen, eine Aufgabe aus der Lehre vom Erddruck. *Berl. Akad. Bericht.,* 229.

KÖTTER, F. (1909) – Über dem Druck von Sand. *Berl. Akad. Bericht*.

KOITER, W., T. (1960) – *Progress in Solid Mechanics, Vol. I,* North-Holland, Amsterdam, pp. 165 – 221.

KRABBENHOFT, K., LYAMIN, A., V., SLOAN, S., W. (2007) – Formulation and solution of some plasticity problems as conic programs. *International Journal of Solids and Structures,* **44,** pp. 1533 – 1549.

KUMAR, J., MOHAN RAO, V. B. K. (2002) - Seismic bearing capacity factors for spread foundations. *Geotechnique*, **52**, 2, pp. 79 - 88.

KUSAKABE, O., SUZUKI, H., NAKASE, A. (1986) – An upper bound calculation on bearing capacity of a circular footing on a non-homogeneous clay. *Soils and Foundations,* **26**, No. 3. pp. 143 – 148.

LEE, J., SALGADO, R., KIM, S. (2005) - Bearing Capacity of circular footings under surcharge using state-dependent finite element analysis. *Computers and Geotechnics*, **32**, No. , pp. 445-447.

LEE, J., SALGADO, R. (2005) - Estimation of Bearing Capacity of circular footings on sands based on Cone Penetration Test. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, **131**, No. 4, pp. 442 - 452.

LE PAPE, Y., SIEFFERT, J., G., HARLICOT, P. (1999) – Analyse non linéaire par macro-éléments du comportement des fondations superficielles sous action sismique. *5ème Colloque National AFPS,* Cachan, France, 19 – 21 Octobre 1999, pp. 207 – 214.

LE PAPE, Y., SIEFFERT, J., G. (2001) – Application of thermodynamics to the global modelling of shallow foundations on frictional material. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **25,** pp. 1377 – 1408.

LEVIN, E. (1955) – Indentation pressure of a smooth circular punch. *Q. Appl. Math.,* **13**, No. 2, pp. 133 – 137.

LI, H., X., YU, H., S. (2005) – Kinematic limit analysis of frictional materials using nonlinear programming. *International Journal of Solids and Structures,* **42**, pp. 4058 – 4076.

LIU, Y., H., ZHANG, X., F., CEN, Z., Z. (2005) - Lower bound shakedown analysis by the symmetric Galerkin boundary element method. *International Journal of Plasticity*, **21**, , pp. 21-42.

LYAMIN, A., V. (1999) – *Three-dimensional lower bound limit analysis using non linear programming.* PhD Thesis, Department of Civil, Surveying and Environmental Engineering, University of Newcastle, Australia, 1999.

LYAMIN, A., V., SLOAN, S., W. (2002) - Upper bound limit analysis using linear finite elements and non - linear programming. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **26**, pp. 181 - 216.

LYSMER, J. (1970) – Limit analysis of plane problems in soil mechanics. *J. Soil Mech & Found. Div. ASCE,* **96,** No. SM4, Proc. Paper 7416, July 1970, pp. 1311 – 1334.

MAGNAN, J., P., DEROY, J., M. (1980) – Analyse graphique des tassements observés sous les ouvrages, *Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées,* **109**, pp. 45 – 52.

MAGNAN, J., P., DRONIUC, N., CANEPA, Y. (2004) – Les méthodes de calcul de la portance des fondations superficielles. *FONDSUP 2003 – Vol. 2 Magnan (Ed.).* Presses de l'ENPC/LCPC, Paris, pp. 79-154.

MAIER, G., ZAVELANI-ROSSI, , A., BENEDETTI, D. (1972) – A finite element approach to optimal design of plastic structures in plane stress. *Int. J. Num. Meth. Engng.,* **4**, pp. 455 – 473.

MARTIN, C., M. (1994) – *Physical and numerical modelling of offshore foundations under combined loads.* PhD Thesis, University of Oxford.

MANDEL, J. (1965) – Généralisation de la théorie de la plasticité de W. T. Koiter. *International Journal of Solids and Structures,* **1**, pp. 273 – 295.

MARTIN, C., M., HOULSBY, G., T. (2000) - Combined Loading of spudcan foundations on clay: Laboratory tests. *Géotechnique*, **50**, No. 4, pp. 325-338.

MARTIN, C., M., HOULSBY, G. T. (2001) - Combined loading of spudcan foundations on clay: numerical modeling. *Géotechnique*, **51**, No. 8, pp. 687 - 699.

MASSAU, J. (1899) – *Mémoire sur l'intégration graphique des équations aux dérivées partielles ; chap. VI : Équilibre limite des terres sans cohésion.* Ann. Ass. Ing. École de Gand, 1899 ; réédité Édition du centenaire, Comité national de mécanique, Bruxelles. Mons, 1952.

MATAR, M., SALENÇON, J. (1979) – Capacité portante des semelles filantes. *Revue Française de Géotechnique,* **9**, pp. 51 – 76.

MAUGERI, M., MUSUMECI, G., NOVITA, D., TAYLOR, C. A. (2000) - Shaking table test of failure of a shallow foundation subjected to an eccentric load. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, , , pp. 435 - 444.

MÉNARD, L. (1963) – Calcul de la force portante des fondations sur la base des résultats des essais pressiométriques. *Sols – Soils,* No. 5 Juin et No. 6 Septembre, pp. 9 – 31.

MENDOZA, M., J., AUVINET, G. (1988) – The Mexico Earthquake of September 19, 1985 – Behavior of building foundations in Mexico City. *Earthquake Spectra,* **4**, No. 4, pp. 835 – 852.

MESTAT, P., PRAT, M. (Editeurs) (1999) – *Ouvrages en interaction. AFPC – Emploi des éléments finis en génie civil.* Hermes, Paris.

MEYERHOF, G., G. (1951) – The ultimate bearing capacity of foundations. *Géotechnique,* **2**, No. 4, pp. 301 – 332.

MEYERHOF, G., G. (1963) – Some recent research on the bearing capacity of foundations. *Canadian Geotechnical Journal,* **1**, No. 1, pp. 16 – 26.

MICHALOWSKI, R. L. (2001) - Upper - bound load estimates on square and rectangular footings. *Géotechnique*, **51**, No. 9, pp. 787 - 798.

MIRAMONTES DE LEON, D. (1996) – *Modèle global de poutre pour l'analyse sismique des portiques en béton armé : approche phénoménologique et approche en plasticité.* Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, p. 257.

MROZ, Z., NORRIS, V., A. (1982) – Elastoplastic and viscoplastic constitutive models for soils with application to cyclic loading. In *Soil Mechanics – Transient and cyclic loads,* Pande, G., N., Zienkiewicz, O., C., Eds., Wiley, pp. 173 – 218.

MYLONAKIS, G., NIKOLAOU, S., GAZETAS, G. (2006) – Footings under seismic loading : Analysis and design issues with emphasis on bridge foundations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering,* **26**, No. 9, pp. 824 – 853.

NAYROLLES, B. (1970) – Essai de théorie fonctionnelle des structures rigides plastiques parfaites. *Journal de Mécanique*, **9**, pp. 491 – 506.

NEGRO, P., PAOLUCCI, R., PEDRETTI, S., FACCIOLI, E. (2000) – Large scale soil-structure interaction experiments on sand under cyclic loading. *Proc. 12th World Conf. Earth. Engng., Auckland.*

NEWMARK, N. (1965) – Effects of earthquakes on dams and embankments. *Géotechnique,* **15**, No. 2, pp. 139 – 160.

NGO - TRAN (1996) – The analysis of offshore foundations subjected to combined loading. *MPhil thesis, University of Oxford.*

NOVA, R., MONTRASIO, L. (1991) - Settlements of shallow foundations on sand. *Géotechnique*, **41**, No. 2, pp. 243 - 256.

NOVOTORTSEV, V., I. (1938) – Application of the theory of plasticity to problems of determining the bearing capacity of building foundations. *Izn., VNIG 22.*

PALMER, A., C. (1966) – A limit theorem for materials with non-associated flow rules. *J. Mécanique,* vol. **5**, No 2, pp. 217 – 222.

PAOLUCCI, R. (1997) – Simplified evaluation of earthquake-induced permanent displacements of shallow foundations. *Journal of Earthquake Engineering,* **1**, No. 3, pp. 563 – 579.

PAOLUCCI, R., PECKER, A. (1997a) - Soil Inertia Effects on the Bearing Capacity of rectangular Foundations on cohesive Soils. *Engineering Structures*, **19**, 8, pp. 637-643.

PAOLUCCI, R., PECKER, A. (1997b) - Seismic Bearing Capacity of Shallow Strip Foundations on Dry Soils. *Soils and Foundations*, **37**, 3, pp. 95-105.

PARRY, R., H., G. (1977) – Estimating bearing capacity in sands from SPT values. *Journal of the Geotechnical Engineering Division ASCE,* **103**, No. 9, pp. 1014 – 1019.

PASTOR, F. (2001) – *Résolution d'un problème d'optimisation à contraintes linéaires et quadratiques par une méthode de point intérieur: application à l'analyse limite.* Mémoire de DEA de mathématiques appliquées, Université de Lille I.

PASTOR, F., LOUTE, E. (2005) – Solving Limit Analysis problems: An Interior-Point method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering,* **21**, No. 11, pp. 631-642.

PASTOR, M., ZIENKIEWICZ, O., C., CHAN, A., H., C. (1990) – Generalized plasticity and the modeling of soil behavior. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics,* pp. 151 – 190.

PECKER, A. (1997) - Analytical formulae for the seismic bearing capacity of shallow strip foundations. *Seismic Behavior of Ground and Geotechnical Structrures, Seco et Pinto (ed),* Balkema, pp. 261-268.

PECKER, A. (2000) – Note on the partial safety factors for the seismic bearing capacity of the shallow foundations. Communication personnelle.

PECKER, A. (2005) – Design and Construction of the foundations of the Rion – Antirion bridge. *Proceedings, 1st Greece – Japan Workshop "Seismic design, observation and retrofit of foundations"*, Athens, October 2005, pp. 119 – 130.

PECKER, A., AUVINET, G., SALENÇON, J., ROMO, M., P., VERZURA, L. (1995) – Seismic bearing capacity of foundations on soft soils. *Report to the European Comission.* Contract CI1u* CT92-0069.

PECKER, A., AUVINET, G., SALENÇON, J., ROMO, M.P. (1996) - Capacite portante des fondations superficielles dans la ville de Mexico pendant le seisme de Michoacan de 1985. *4eme Colloque National AFPS*, Saint Rémy-lès-Chevreuses, pp. 222-231.

PECKER, A., SALENÇON, J. (1991) – Seismic bearing capacity of shallow strip foundations on clay soils. *Proceedings of International Workshop on Seismology and Earthquake Engineering*. Mexico City, 22-26 April 1991. CENAPRED Mexico City, pp. 287-304.

PEDRETTI, S. (1998) – *Non linear seismic soil foundation interaction : analysis and modelling method.* Thèse de Doctorat, Dpt Ing Strutturale. Politecnico di Milano.

PRAGER, W. (1955) – The theory of plasticity: a survey of recent achievements. James Clayton lecture. *Proceedings of the Istitution of Mechanical Engineers,* **169**, pp. 41 – 57.

PRANDTL, L. (1920) – Über die Härte plastischer Körper. *Nach. K. Ges. Wiss. Gött., Math. – Phys. Kl.,* 1920 : 74 – 85.

PRANDTL, L. (1923) – Anwendungsbeispiele zu einem Henckyschen Satz über das plastische Gleichgewicht. *Z. Angew. Math. Mech.,* **3**, 401.

PRÉVOST, J., H. (1978) – Anisotropic undrained stress – strain behaviour of clays. *Journal of Geotechnical Engineering ASCE,* **116**, No. 8, pp. 1255 – 1263.

PRÉVOST, J., H., KEANE, C., M. (1990) – Multi-Mechanism Elasto-Plastic Model for Soils. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, **116**, No. 9, pp. 1924 – 1944.

PRZEWLOCKI, J. (2005) - A stochastic approach to the problem of bearing capacity by the method of characteristics. *Computers and Geotechnics*, **32**, pp. 370-376.

PSYCHARIS, I., N. (1983) – Dynamic behaviour of rocking structures allowed to uplift. *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics,* **11**, pp. 57 – 76, pp. 501 – 521.

PUZRIN, A. M., RANDOLPH, M. F. (2003a) - Generalized Framework for Three - Dimensional Upper bound Limit analysis in a Tresca Material. *ASME Journal of Applied Mechanics*, **70**, 1, pp. 91 – 100.

PUZRIN, A. M., RANDOLPH, M. F. (2003b) - New planar velocity fields for upper bound limit analysis. *International Journal of Solids and Structures*, **40**, 13-14, pp. 3603 - 3619.

RANDOLPH, M. F., PUZRIN, A. M. (2003) - Upper bound limit analysis of circular foundations on clay under general loading. *Geotechnique*, **53**, No. 9, pp. 785-796.

RADENKOVIC, D., (1961) – Théorèmes limites pour un matériau de Coulomb à dilatation non-standardisée. *C. R. Ac. Sc.,* Paris, t. **252**, pp. 4103 – 4104.

REISSNER, H. (1924) – Zum Erddruckproblem. In: C.B. Biezend and J. M. Burgers (Editors). *Proc. 1st Int. Cong. Appl. Mech.,* Delft, pp. 295 – 311.

RICHARDS, R. JR., ELMS, D.G., BUDHU, M. (1993) - Seismic Bearing Capacity and Settlements of Foundations. *Journal of Geotechnical Engineering ASCE*, **119**, 4, pp. 662-674.

ROMO, M., P. & AUVINET, G. (1991) – Seismic behaviour of foundations on cohesive soft soils. *Recent Advances in Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Chap. III.4*, pp. 311-328. Ouest Editions, Nantes.

ROSCOE, K., H., SCHOFIELD, A., N. (1956) – The stability of short pier foundations on sand. *Br. Welding Journal,* August, pp. 343 – 354.

ROSCOE, K., H., SCHOFIELD, A., N. (1957) – The stability of short pier foundations on sand, Discussion. *Br. Welding Journal,* January, pp. 12 – 19.

SALENÇON, J. (1972) - Butee d'une paroi lisse sur un massif plastique: solutions statiques. *Journal de Mecanique*, **11**, No. 1.

SALENÇON, J. (1973) – Prolongement des champs de Prandtl dans le cas du matériau de Coulomb. *Archives of Mechanics,* **25**, No. 4, pp. 643 – 648.

SALENÇON, J. (1974) - Quelques résultats théoriques concernant la butée d'une paroi sur un coin plastique. *Annales de l'Institut technique du bâtiment et des travaux publics*, No. 313, pp. 185-194.

SALENÇON, J. (1977) – *Applications of the Theory of Plasticity in Soil Mechanics.* John Wiley, Chichester.

SALENÇON, J. (1983) – *Calcul à la rupture et analyse limite.* Presses de l'ENPC, Paris.

SALENÇON, J. (1990) – An introduction to the Yield Design Theory and its applications in Soil Mechanics. *Eur. J. Mech. A/Solids,* **9**, No. 5, 477 – 500.

SALENÇON, J. (1994) – Approche théorique du calcul aux états limites ultimes. « *Les grands systèmes des Sciences et de la Technologie », Horowitz, J., Lions, J., L. (Editeurs),* Masson, pp. 701 – 722.

SALENÇON, J. (2002a) – *De l'élastoplasticité au calcul à la rupture.* Presses de l'École Polytechnique, Palaiseau.

SALENÇON, J. (2002b) – Confining effect on the bearing capacity of circular footings on a purely cohesive soil. *Comptes Rendus-Mécanique,* **330**, pp. 521 – 525.

SALENÇON, J., FLORENTIN, P., GABRIEL, Y. (1976) – Capacité portante globale d'une fondation sur un sol non homogène. *Géotechnique,* **26**, No. 2, pp. 351 – 370.

SALENÇON, J., HALPHEN, B. (1981) – *Cours de calcul des structures anélastiques. Élasto-plasticité.* Presses ENPC, Paris.

SALENÇON, J., MATAR, M. (1982) – Capacité portante des fondations superficielles circulaires. *Journal de Mécanique théorique et appliquée,* **1**, No. 2, pp. 237 – 267.

SALENÇON, J., PECKER, A. (1995a) - Ultimate Bearing Capacity of shallow foundations under inclined and eccentric loads. Part: Purely Cohesive Soil. *European Journal of Mechanics*, **14**, No. 3, pp. 349-375.

SALENÇON, J., PECKER, A. (1995b) - Ultimate Bearing Capacity of shallow foundations under inclined and eccentric loads. Part II: Purely Cohesive soil without tensile strength. *European Journal of Mechanics*, **14**, No. 3, pp. 377-396.

SALGADO, R., LYAMIN, A.V., SLOAN, S.W., YU, H.S. (2004) - Two- and three-dimensional bearing capacity of foundations in clay. *Géotechnique*, **54**, No.5, pp. 297-306.

SARMA, S.K., CHEN, Y.C. (1997) - Seismic bearing Capacity of rigid deep strip foundations. *Seismic Behavior of Ground and Geotechnical Structrures, Seco et Pinto (ed),* Balkema, pp. 287-295.

SARMA S.K., IOSSIFELIS I.S. (1990) - Seismic Bearing Capacity factors of shallow strip footings. *Geotechnique*, **40**, pp. 265-273.

SEED, B., H., IDRISS, I., M. (1967) – Analysis of soil liquefaction: Niigata earthquake. *Journal of the Soil Mechanics and foundations division ASCE,* **93**, No. SM3 (May), pp. 83 – 108.

SEKIGUCHI, H., KOBAYASHI, S. (1997) - Limit analysis of bearing capacity for a circular footing subjected to eccentric loadings. *Proceedings of the 14th ICSMFE, Vol. 2*, pp. 1029 - 1032.

SHIELD, R., T. (1954) – Plastic potential theory and Prandtl bearing capacity solution. *Jl. Appl. Mech. Transl. ASME,* **21**, pp. 193 – 194.

SHIELD, R., T. (1955) – On plastic flow of metal under conditions of axial symmetric bearing capacity of the clay. *Proc. Royal Soc. London Ser. A,* **233**, No. 1193, pp. 267 – 287.

SIDDIQUEE, M. S. A., TANAKA, T., TATSUOKA, F., TANI, K., MORIMOTO, T. (1999) - Numerical simulation of bearing capacity characteristics of strip footing on sand. *Soils and Foundations*, **39**, No. 4, pp. 93 - 109.

SIEFFERT, J., G., CEVEAR, F. (1992) – *Manuel des functions d'impédances – Fondations superficielles.* Ouest ed. Presses Académiques.

SIMO, J., C., HUGHES, T., J., R. (1998) – *Computational Inelasticity,* Springer - Verlag, p. 392.

SLOAN, S., W. (1989) – Upper bound limit analysis using finite elements and linear programming. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics,* **13**, pp. 263 – 282.

SLOAN, S. W., KLEEMAN, P., W. (1995) – Upper bound limit analysis using discontinuous velocity fields. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* **127**, pp. 293 – 314.

SOKOLOVSKII, V., V. (1955) – *Theorie der Plastizität*. VEB Verlag Technik, Berlin.

SOKOLOVSKII, V., V. (1960) – *Statics of soil media*. Butterworths scient. Publ., London.

SOKOLOVSKII, V., V. (1965) – *Statics of granular media*. Pergamon Press, New York.

SOUBRA, A., H. (1999) - Upper Bound Solutions for Bearing Capacity of Foundations. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, **125**, 1, pp. 59-68.

SWAMI, S., AGARWAL, R.K. (1991) - Bearing Capacity of Eccentrically Obliquely Loaded Footing. *Journal of Geotechnical Engineering ASCE*, **117**, 11, pp. 1669 - 1690.

TAIEBAT, H. A., CARTER, J. P. (2000) - Numerical studies of the bearing capacity of shallow foundations on cohesive soil subjected to combined loading. *Geotechnique*, **50**, No. 4, pp. 409 - 418.

TAIEBAT, H. A., CARTER, J. P. (2002) - Technical Note. Bearing Capacity of strip and circular foundations on undrained clay subjected to eccentric loads. *Geotechnique*, **52**, No. 1, pp. 61-64.

TANI, K., CRAIG, W. H. (1995) – Bearing Capacity of circular foundations on soft clay of strength increasing with depth. *Soils and Foundations,* **35**, No. 4, pp. 21 – 35.

TAYLOR, D., W. (1948) – *Fundamentals of Soil Mechanics.* Wiley, New York.

TERZAGHI, K. (1943) – *Theoretical Soil Mechanics.* Wiley, New York.

TEYSSANDIER, J., P., COMPAULT, J. & PECKER, A. (2000) – Rion-Antirion, le pont qui défie des séismes. *La Recherche,* **334**, pp. 42 – 46.

TICOF, J. (1977) – *Surface footings on sand under general planar loads*. PhD Thesis, University of Southampton.

TRISEE (Groupement Européen) (1998) – AHNSE. 3D site effects and soil – foundation interaction in earthquake and vibration risk evaluation. *European Comission report, 94 – 98. Environment and Climate Programme.* Faccioli, E., Paolucci, R., Vanini, M. (Eds.).

TOKIMATSU, K., MIZUNO, H., KAKURAI, M., (1996) – Building damage associated with geotechnical problems. *Special Issue of Soils and Foundations on 1995 Kobe earthquake*, Japanese Geotechnical Society, pp. 219-234.

UKRITCHON, B., WHITTLE, A., J., SLOAN, S., W. (1998) - Undrained limit analyses for combined loading of strip footings on clay. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, **124**, 3, pp. 265-276.

VERZURA, L., SALENÇON, J. (1994) - Bearing capacity of a foundation submitted to an inclined and eccentric load: case of an anisotropic cohesive soil with and without tensile strength. *Report 1, European Contract Cl1*CT92-0069.*

VESIC, A., S. (1973) – Analysis of ultimate loads of shallow foundations. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division ASCE*, **99,** No. 1, pp. 45 – 73.

VESIC, A., S. (1975) – *Foundations engineering handbook.* H. F. Winterkorn and H. Fang, editors, Van Nostrand Reinhold, New York.

WOLF, J., P. (1985) – *Dynamic soil – structure interaction.* Prentice Hall Inc., New Jersey,

WOLF, J., P. (1988) – *Soil – structure interaction analysis in the time domain.* Prentice Hall Inc., New Jersey.

WOLF, J., P. (1994) – *Foundation vibration analysis using simple physical models.* Prentice Hall Inc., New Jersey.

WOLF, J., P., DEEKS, A. (2004) – *Foundation vibration analysis : A strength of materials point of view,* Elsevier.

WONG, H. (1994) – *Comportement des galeries souterraines soumises à un chargement thermique,* Thèse ENPC, Paris.

WOOD, D., M. (2004) – *Geotechnical modelling.* Spon Press, Taylor & Francis Group, p. 488.

WOOD, D., M., KALASIN, T. (2004) – Macroelement for study of the dynamic response of gravity retaining walls *Cyclic behaviour of soils and liquefaction phenomena,* Triandafyllides, N., Ed., Taylor and Francis Group, London, pp. 551 – 561.

ZADROGA, B. (1994) – Bearing Capacity of shallow foundations on noncohesive soils. *Journal of Geotechnical Engineering ASCE,* **120**, No. 11, pp. 1991 – 2008.

ZENG, X., STEEDMAN, R. S. (1998) - Bearing Capacity Failure of Shallow Foundations in Earthquakes. *Geotechnique*, **48**, 2, pp. 235-256.

ZHU, M., MICHALOWSKI, R. (2005) - Shape Factors for Limit Loads on square and rectangular footings. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, **131**, No. 3, pp. 223-231.

Volumes spéciaux

On cite les volumes spéciaux de journaux scientifiques, consacrés à un séisme important, qui ont été utilisés pour la construction de la base de données de ruptures sismiques au niveau de la fondation

Spitak (Armenia) M6.8 Earthquake of 7/12/1988- *Earthquake Spectra*, **Vol. 5**, Issue S1.

Llolleo (Chile) Ms7.5 Earthquake of 3/3/1985- *Earthquake Spectra*, **Vol. 2**, Issue 2.

Valle de la Estrella (Costa Rica) M7.7 Earthquake of 22/4/1991- *Earthquake Spectra*, **Vol. 7**, Special Supplement B.

San Salvador (El Salvador) Ms 5.5 Earthquake of 10/10/1986- *Earthquake Spectra,* **Vol. 3**, No. 3.

South of Island (Guam) M8.1 Earthquake of 8/8/1993- PDF-*Earthquake Spectra*, **Vol. 11**, Supplement B.

Bhuj (India) M7.7 Earthquake of 26/1/2001- *Earthquake Spectra,* **Vol. 18**, Supplement A.

Hokkaido - Nansei - Oki (Japan) M7.8 Earthquake of 12/7/1993- *Earthquake Spectra*, **Vol. 11**, Supplement A.

Guerrero - Michoacan (Mexico) M8.0 Earthquake of 19/9/1985- *Earthquake Spectra*, **Vol. 4**, Issue 3 - 4, Vol. 5, Issue 1.

Arequipa (Peru) M8.4 Earthquake of 23/6/2001- PDF - *Earthquake Spectra*, **Vol. 19**, Supplement A.

Luzon (Philippines) M7.8 Earthquake of 16/7/1990- *Earthquake Spectra*, **Vol. 7**, Supplement A.

Kocaeli (**Turkey)** M7.6 Earthquake of 17/8/1999- PDF - *Earthquake Spectra*, **Vol. 16**, Issue S1.

Erzincan (Turkey) Ms6.9 Earthquake of 13/3/1992- *Earthquake Spectra*, **Vol. 9**, Issue S1.

Northridge, California (USA) M6.7 Earthquake of 17/1/1994- *Earthquake Spectra*, **Vol. 11**, Issue S1 - S2.

Loma Prieta, California (USA) M6.9 Earthquake of 17/10/1989- *Earthquake Spectra*, **Vol. 6**, Issue S1.

Whittier Narrows, California (USA) M5.9 Earthquake of 1/10/1987- *Earthquake Spectra*, **Vol. 4**, Issue 2.

Borah Peak, Idaho (USA) M7.0 Earthquake of 18/10/1983- *Earthquake Spectra*, **Vol. 2**, No. 1.

Sites web

On cite les sites web principalement utilisés pour la création de la base de données de ruptures sismiques au niveau de fondation

- http://nisee.berkeley.edu
- http://www.eeri.org
- http://www.seced.org
- http://earthquake.usgs.gov
- http://ngdc.noaa.gov
- http://liquefaction.com
- http://www.ceri.memphis.edu
- http://membres.lycos.fr/afps (Association Française du Génie Parasismique)

Thèse présentée pour l'obtention du titre du

DOCTEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Spécialité : **Mécanique**

par

Charisis Th. CHATZIGOGOS

Titre de la thèse :

Comportement sismique des fondations superficielles : Vers la prise en compte d'un critère de performance dans la conception

ANNEXES

1.I ANNEXE : Une base de données de ruptures sismiques au niveau de la fondation

Le phénomène de liquéfaction et le dépassement de la capacité portante de la fondation sont identifiés comme les deux mécanismes principaux des ruptures sismiques au niveau de la fondation des structures. À la différence de la liquéfaction, dont l'étude a été développée après les ruptures classiques observées lors du séisme de Niigata (Japon, 1964) (Seed & Idriss, 1967), la question de la capacité portante sismique, incontestablement reconnue après le séisme de Guerrero – Michoacán (Mexique, 1985), est restée relativement sous-estimée et assez peu comprise.

Pour cette raison, on a construit une base de données de structures et d'ouvrages de génie civil, qui ont subi une rupture par perte de capacité portante lors d'un séisme récent, dans le double but de contribuer à une meilleure compréhension du phénomène, mis en évidence par des observations de structures sur site et, en parallèle, de fournir des cas d'études réels nécessaires pour la validation des méthodologies théoriques de calcul de la capacité portante sismique et de l'évaluation des déplacements permanents de la fondation.

Pour inclure une rupture particulière dans la base de données, il fallait que celle-ci fût due à un dépassement de la capacité portante du système sol-fondation. Dans un premier temps, les ruptures dues à la liquéfaction ont été exclues, ainsi que les ruptures dues à une défaillance des éléments structuraux de la fondation.

1.I.1 Sources

Les sources pour la création de la base de données sont diverses et comportent principalement :

a. Les articles dans des journaux scientifiques et dans des comptes rendus de congrès internationaux.

b. Les volumes spéciaux de différents journaux consacrés à un grand séisme récent particulièrement dommageable, dont les volumes des *Earthquake Spectra* pour les grands séismes des vingt dernières années, les volumes spéciaux de *Soils and Foundations, etc.*

c. Les informations disponibles en ligne sur un nombre de sites consacrés à la prévention des séismes et à la recherche en génie parasismique, dont l'Earthquake Engineering Research Institute (EERI) *etc*.

d. Les rapports de reconnaissance après de grands séismes issus des Associations pour le Génie Parasismique, dont l'Association Française du Génie Parasismique (AFPS) *etc*.

1.I.2 Structure de la base de données

La base de données, qui a été créée, est constituée de fiches de données. Chaque fiche correspond à une structure particulière, qui a subi une rupture par perte de capacité portante. Presque 200 ouvrages ont été rassemblés, couvrant un large spectre de combinaisons de types de structure, configurations de la fondation et conditions du sol (profil géotechnique). Une première classification a été faite par rapport au type de structure, en distinguant les catégories suivantes :

a. Bâtiments.
b. Ponts.
c. Réservoirs – Infrastructure industrielle.
d. Barrages.
e. Structures portuaires.

Chaque fiche de données est composée de trois champs de données décrivant la rupture :

Le premier comporte les données du séisme : *i*) le nom du séisme, *ii*) le lieu du séisme (pays – ville), *iii*) la date de l'événement sismique, *iv*) sa magnitude et *v*) les sources d'informations utilisées.

Le deuxième champ de données est consacré à la description de la structure touchée, sa fondation et les conditions du sol de fondation. Plus précisément les données suivantes sont apparaissent : *i*) type de structure, *ii*) description de la structure, *iii*) type de fondation - description, *iv*) dimensions de fondation, *v*) sol de fondation.

Le troisième champ de données concerne la description de la rupture elle-même et fournit les informations suivantes : *i*) déplacement permanent après le séisme, *ii*) rotation permanente après le séisme et *iii*) description de la rupture.

Toutes les autres informations disponibles sont aussi attachées à chaque fiche. Celles-ci peuvent être constituées des données de reconnaissance géotechnique du site, des dessins techniques de la structure, des photographies de la structure avant/après le séisme, *etc*.

Un exemplaire de fiche de données est présenté à la fin de cette Annexe.

1.I.3 Points récapitulatifs

Les points suivants, extraits de l'examen de la base de données, récapitulent les facteurs qui se révèlent particulièrement négatifs par rapport à une rupture sismique au niveau de la fondation :

- Sols sensibles
- Risque de résonance entre la couche de sol de fondation et la superstructure.
- Pressions verticales élevées en conditions statiques (avant le séisme).
- Excentricités de charge qui peuvent fortement majorer l'effet des forces horizontales et des moments sismiques.
- En particulier, changements de la destination de la structure, qui peuvent augmenter la pression verticale sur la fondation ou créer des excentricités de charge dans le système structural.
- Une forme de la structure en plan, qui met en évidence des axes de résistance faible contre l'action des moments sismiques, puisque la direction d'incidence de la sollicitation sismique est aléatoire.
- Un élancement élevé de la structure, tendant à augmenter les moments sismiques.
- Configurations de fondations qui entraînent des concentrations de contraintes aux extrémités de la fondation. Cela peut avoir un effet négatif étant donné que l'action des moments sismiques va principalement toucher les extrémités du système de fondation.
- Configurations de fondations de rigidité non homogène.
- Séismes avec un grand nombre de cycles de chargement entraînant la dégradation de la rigidité de la fondation, l'accumulation de rotations permanentes et l'affaiblissement des caractéristiques de résistance du sol (fatigue du sol).

DATASHEET FOR SEISMIC FOUNDATION DAMAGE

EARTHQUAKE DATA

Earthquake: GUERRERO - MICHOACAN
Location: Guerrero - Michoacan
Country: Mexico
Date: 9/19/1985
Magnitude: M8.0
Reports Comments: Earthquake Spectra, Volume 4, Issue 3 - 4, Vol. 5, Issue 1 - AFPS Mission - EEQIS Library

STRUCTURE DATA

Type of Structure: Building
Description: IRREGULAR FRICTION PILE BUILDING
Foundation Type: Foundation on rigid box (144KPa) and friction piles
Foundation Dimensions: Irregular area of 160 square m.
Soil Conditions: lacustrine soft clay of Mexico city

FAILURE DESCRIPTION

Displacement: -
Rotation: Total rotational collapse
Description: The irregular shape of the building in plan led to the existance of an oblique axis with minimum capacity to resist overturning moments. Eccentricity=1.4m. Total collapse by overturning in NW. FS,static=1.7. FS,seismic=1. It can be considered that the short piles of this foundation were working at their limit capacity under static conditions, and that a significant contact pressure existed at the slab level. The increasing plastic deformations of the soil induced by the seismic cyclic stresses led in turn to higher overturning moments at the base of this slender structure by p-δ effect, until the bearing capacity of the foundation slab was overcome; the contribution to the overturning capacity of the lateral reactions on the walls of the substructure was probably negligible due to its shallow depth. It is important to note that it was not necessary to include in the analysis any consideration about a possible degradation of the adherence between piles and soil under cyclic loading to explain the failure. The importance of adherence degradation was probably overemphasized in some evaluations published after the earthquake.

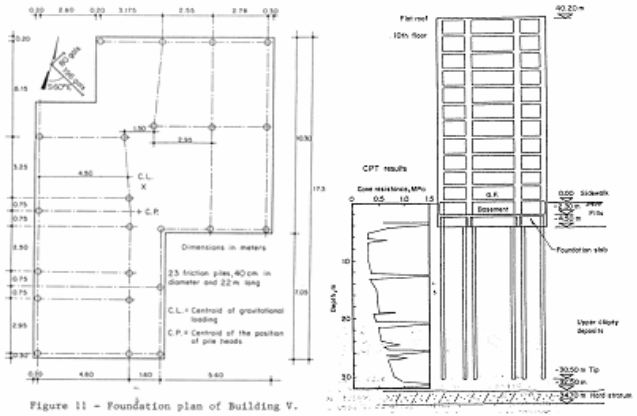


Figure 11 - Foundation plan of Building V.

Photo Credits: Mendoza & Auvinet (1988)

Seismic Damage to Foundations of Structures

DATASHEET FOR SEISMIC FOUNDATION DAMAGE

EARTHQUAKE DATA

Earthquake: **KOCAELI**
Location: **Kocaeli**
Country: **Turkey**
Date: **8/17/1999**
Magnitude: **M7.6**
Reports Comments: PDF - Earthquake Spectra, Vol. 16, Issue S1 - AFPS Mission, EERIS Library

STRUCTURE DATA

Type of Structure: Tank - Facility
Description: **HABAS LIQUID GAS PLANT**
Foundation Type:
Foundation Dimensions:
Soil Conditions:

FAILURE DESCRIPTION

Displacement:
Rotation:
Description: **Supports under liquid oxygen tank failed. Note that the tank in green which was almost empty did not fail. Failure in piled due to overturning moments.**

Photo Credits: HabasLiquidGasPlant#EEQS_Library/fzt119_files/IMG0013.jpg#

DATASHEET FOR SEISMIC FOUNDATION DAMAGE

EARTHQUAKE DATA

Earthquake: COSTA RICA
Location: Valle de la Estrella
Country: Costa Rica
Date: 22/4/1991
Magnitude: M7.7
Reports Comments: Earthquake Spectra, Vol. 7, Special Supplement B - PDF

STRUCTURE DATA

Type of Structure: Bridge
Description: BRIDGE RIO VIZCAYA
Foundation Type: Abutments with inclined and vertical pile foundations
Foundation Dimensions:
Soil Conditions:

FAILURE DESCRIPTION

Displacement:
Rotation:
Description: **The Rio Vizcaya bridge, another 3 span PC bridge founded on soft sands – effectively on the shoreline – collapsed due to loss of soil support and ground deformations resulting from soil liquefaction. The Rio Vizcaya bridge lost 2 spans due to severe abutment rotation, pile distress and the collapse of one interior support. A second interior support settled vertically about 1m. The log of a boring drilled near the N abutment shows that the entire length of piles is supported in sands and silty sands. Liquefaction of soils in approach fills caused lateral spreading and bearing capacity failure. The N roadway approach fill settled approximately 120cm. N and S abutment rotation was significant. Each span of the bridge was simply supported. P. 74 (18-24)**




Seismic Damage to Foundations of Structures

DATASHEET FOR SEISMIC FOUNDATION DAMAGE

EARTHQUAKE DATA

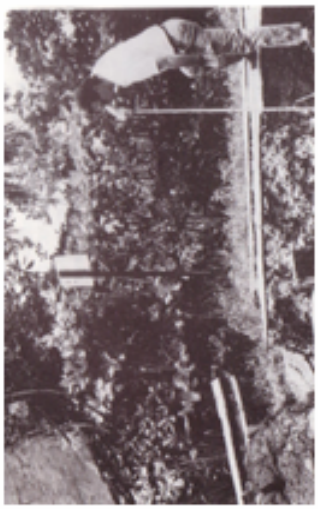
Earthquake: COSTA RICA
Location: Valle de la Estrella
Country: Costa Rica
Date: 22/4/1991
Magnitude: M7.7
Reports Comments: Earthquake Spectra, Vol. 7, Special Supplement B - PDF

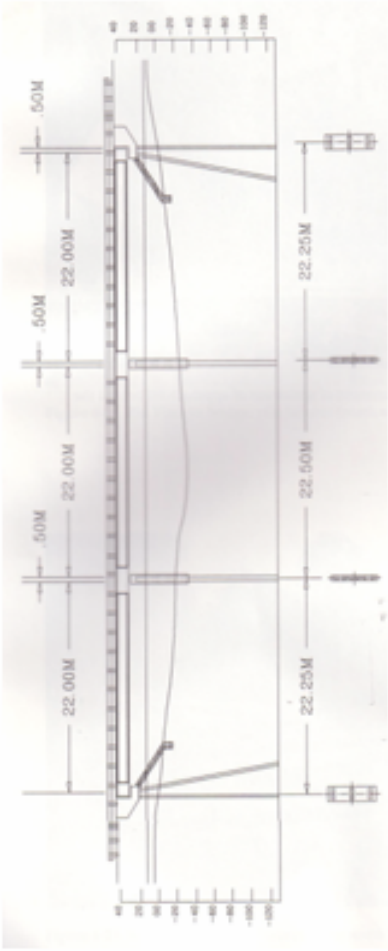
STRUCTURE DATA

Type of Structure: Bridge
Description: BRIDGE RIO VIZCAYA
Foundation Type: Abutments with inclined and vertical pile foundations
Foundation Dimensions:
Soil Conditions:

FAILURE DESCRIPTION

Displacement:
Rotation:
Description: **The Rio Vizcaya bridge, continued.**





2.I ANNEXE : La méthodologie de Puzrin & Randolph

2.I.1 Considérations générales

Cette annexe est consacrée à la présentation de la méthode proposée par Puzrin & Randolph (2003a, 2003b) pour le traitement de mécanismes plans pertinents pour le critère de Tresca avec résistance à la traction.

Soient le système global des coordonnées $\{x,\ y,\ z\}$ et un champ de vitesse virtuel $\underline{\hat{U}}$ pertinent par rapport au critère de Tresca avec résistance à la traction. Le champ de vitesse virtuel $\underline{\hat{U}}$ décrit un mécanisme plan. Dans le cas général de systèmes de coordonnées curvilignes non orthogonaux, on peut considérer la transformation de coordonnées $\{x,\ y,\ z\}$ dans un nouveau système de coordonnées $\{x',\ y',\ z'\}$:

(2.I.1)
$$\begin{cases} x = x(x',y',z',t) \\ y = y(x',y',z',t) \\ z = z(x',y',z',t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x'(x,y,z,t) \\ y' = y'(x,y,z,t) \\ z' = z'(x,y,z,t) \end{cases}$$

telle que le système $\{x',\ y',\ z'\}$ vérifie la condition que la vitesse reste toujours parallèle vers le nouveau axe x' :

(2.I.2)
$$\hat{U}_{z'} = \hat{U}_{y'} = 0$$

Dans la transformation (2.I.1), les coordonnées $\{x,\ y,\ z\}$ et $\{x',\ y',\ z'\}$ dépendent en général d'un variable t. Un cas particulier s'obtient si $t = y = y'$. Dans ce cas, la transformation (2.I.1) s'écrit :

(2.I.3)
$$\begin{cases} x = x(x'(y'),y',z'(y')) \\ y = y' \\ z = z(x'(y'),y',z'(y')) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x'(x(y),y,z(y)) \\ y' = y \\ z' = z'(x(y),y,z(y)) \end{cases},$$

Ce cas particulier se réfère à un mécanisme plan (vitesse dans le plan xz) mais pas en déformation plane (vitesse fonction de coordonnée y).

Pour cette configuration, Boresi & Chong (2000) donne l'expression du tenseur des taux de déformation $\underline{\underline{\hat{d}}}$:

(2.I.4)
$$\hat{d}_{x'x'} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial x'}\right) \qquad \hat{d}_{y'y'} = \left(\frac{1}{\beta\alpha}\right)\left(\frac{\partial \beta}{\partial x'}\right)\hat{U}_{x'}$$
$$\hat{d}_{z'z'} = \left(\frac{1}{\gamma\alpha}\right)\left(\frac{\partial \gamma}{\partial x'}\right)\hat{U}_{x'} \qquad \hat{d}_{x'y'} = \left(\frac{1}{2\beta}\right)\left(\left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial x'}\right)\left(\frac{\partial x'}{\partial y'}\right) + \left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial y'}\right) + \left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial z'}\right)\left(\frac{\partial z'}{\partial y'}\right)\right)$$
$$\hat{d}_{x'z'} = \left(\frac{\alpha}{2\gamma}\right)\left(\frac{\partial\left(\hat{U}_{x'}/\alpha\right)}{\partial z'}\right) \qquad \hat{d}_{y'z'} = \frac{\hat{U}_{x'}}{2\beta}\left(\frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial \gamma}{\partial x'}\right)\left(\frac{\partial z'}{\partial y'}\right) - \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial z'}\right)\left(\frac{\partial x'}{\partial y'}\right) + \frac{\omega}{\alpha\gamma}\right)$$

Dans les expressions (2.I.4) on a défini les quantités suivantes :

$$\alpha(x',y',z') = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial x'}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x'}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x'}\right)^2}$$

$$\beta(x',y',z') = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial y'}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial y'}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y'}\right)^2}$$

$$\gamma(x',y',z') = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial z'}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial z'}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial z'}\right)^2}$$

$$\omega = \left(\frac{\partial^2 x}{\partial x'\partial y'}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial z'}\right) + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x'\partial y'}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial z'}\right) + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x'\partial y'}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial z'}\right)$$

Pour que la fonction $\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right)$ volumique ait une valeur finie, il faut que le tenseur $\hat{\underline{\underline{d}}}$ satisfasse la condition de pertinence pour le matériau de Tresca :

(2.I.5)
$$\begin{aligned} &\mathrm{tr}\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right) = 0 \Rightarrow \hat{d}_1 + \hat{d}_2 + \hat{d}_3 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left|\hat{d}_1\right| + \left|\hat{d}_2\right| + \left|\hat{d}_3\right| = 2\max\left\{|d_i|,\ i = 1,2,3\right\} \end{aligned}$$

Par conséquent, la fonction $\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right)$ pour le matériau de Tresca avec résistance à la traction est donnée par l'expression :

(2.I.6)
$$\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right) = c\left(\left|\hat{d}_1\right| + \left|\hat{d}_2\right| + \left|\hat{d}_3\right|\right) = 2c\max\left\{\left|\hat{d}_i\right|,\ i = 1,2,3\right\}$$

L'équation caractéristique pour le tenseur $\hat{\underline{\underline{d}}}$ est définie par l'équation suivante :

(2.I.7)
$$-\lambda^3 + \mathrm{tr}\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right)\lambda^2 + \frac{1}{2}\left(\hat{d}_{ij}\hat{d}_{ji} - \hat{d}_{ii}\hat{d}_{jj}\right)\left(1 - \delta_{ij}\right)\lambda + \det\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right) = 0$$

Dans (2.I.7), on dénote par λ les valeurs propres du tenseur $\hat{\underline{\underline{d}}}$. On note par δ_{ij} le delta de Kronecker :

(2.I.8)
$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

La condition de pertinence oblige que $\mathrm{tr}\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right) = 0$ qui conduit à la simplification de l'équation (2.I.7) sous la forme :

(2.I.9)
$$\lambda^3 - p\lambda - q = 0$$

avec:

(2.I.10)
$$p = \frac{1}{2}\left(d_{ij}d_{ji} - d_{ii}d_{jj}\right)\left(1 - \delta_{ij}\right)$$

(2.I.11)
$$q = \det\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right)$$

La solution de l'équation (2.I.9) est fournie selon Abramovitz & Stegun (1973):

(2.I.12)
$$\max\left\{|d_i|, i = 1,2,3\right\} = 2\sqrt{\frac{p}{3}}\cos\left(\frac{1}{3}\cos^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}\,|q|}{2\sqrt{p^3}}\right)\right)$$

En combinant les équations (2.I.12) et (2.I.6), on obtient:

(2.I.13) $$\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right) = 4c\sqrt{\frac{p}{3}}\cos\left(\frac{1}{3}\cos^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}\,|q|}{2\sqrt{p^3}}\right)\right)$$

Finalement, l'expression fournissant l'élément infinitésimal du volume, nécessaire pour l'évaluation de l'intégral volumique de la fonction $\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right)$, est donnée par :

(2.I.14) $$\mathrm{d}\Omega = \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z = \alpha\beta\gamma\,\mathrm{d}x'\,\mathrm{d}y'\,\mathrm{d}z'$$

Dans la suite, on examine les deux cas de champs de vitesse virtuels utilisés dans le présent travail : a) champ de vitesse virtuel de trajectoires droites et b) champ de vitesse virtuel en trajectoires circulaires.

2.I.2 Champ de vitesse virtuel en trajectoires droites

Dans ce cas, le vecteur de la vitesse reste constamment parallèle vers une famille des lignes droites dans le plan xz. On note par ψ l'angle entre le vecteur de la vitesse et l'axe x et on introduit la transformation de coordonnées suivante :

(2.I.15) $$\begin{cases} x' = \left(x - x_0(y)\right)\cos\left(\psi(y)\right) + \left(z - z_0(y)\right)\sin\left(\psi(y)\right) \\ z' = \left(z - z_0(y)\right)\cos\left(\psi(y)\right) - \left(x - x_0(y)\right)\sin\left(\psi(y)\right) \\ y' = y \end{cases}$$

La transformation (2.I.15) est présentée sur la Figure 2.I- 1.

La résolution des équations (2.I.15) par rapport à $\left\{x,\ y,\ z\right\}$:

(2.I.16) $$\begin{cases} x = x_0(y') + x'\cos\left(\psi(y')\right) - z'\sin\left(\psi(y')\right) \\ y = y' \\ z = z_0(y') + x'\sin\left(\psi(y')\right) + z'\cos\left(\psi(y')\right) \end{cases}$$

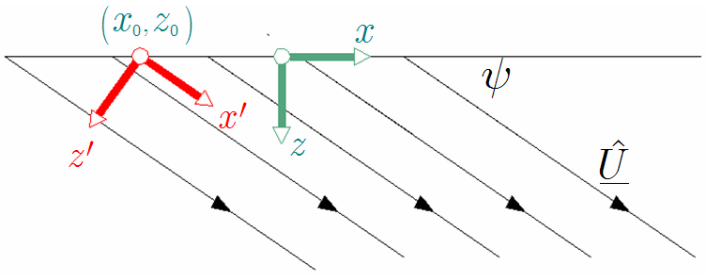


Figure 2.I- 1. Champ de vitesse virtuel en trajectoires droites et transformation de coordonnées pertinente d'après Puzrin & Randolph (2003a, 2003b)

On applique maintenant les équations obtenues dans le paragraphe 2.I.1 :

$$\alpha(x', y', z') = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial x'}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x'}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x'}\right)^2} = \sqrt{\cos^2\psi + 0 + \sin^2\psi} = 1$$

Similairement, on trouve :

$$\beta = \gamma = 1$$

La quantité ω se calcule :

$$\omega = \left(\frac{\partial^2 x}{\partial x' \partial y'}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial z'}\right) + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x' \partial y'}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial z'}\right) + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x' \partial y'}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial z'}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = \left[(-\sin\psi)\frac{d\psi}{dy'}\right]\cdot(-\sin\psi) + \left[(\cos\psi)\frac{d\psi}{dy'}\right](\cos\psi) + 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{d\psi}{dy'}$$

Le matériau de Tresca satisfait:

$$\mathrm{tr}\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial x'}\right) + \frac{1}{\beta\alpha}\left(\frac{\partial \beta}{\partial x'}\right)\hat{U}_{x'} + \frac{1}{\gamma\alpha}\left(\frac{\partial \gamma}{\partial x'}\right)\hat{U}_{x'} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial x'}\right) = 0$$

En utilisant les résultats précédents, on calcule les éléments du tenseur $\hat{\underline{\underline{d}}}$ par (2.I.4) et on obtient :

(2.I.17) $$\hat{d}_{x'x'} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial x'}\right) = 0$$

(2.I.18) $$\hat{d}_{y'y'} = \left(\frac{1}{\beta\alpha}\right)\left(\frac{\partial \beta}{\partial x'}\right)\hat{U}_{x'} = 0$$

(2.I.19) $$\hat{d}_{z'z'} = \left(\frac{1}{\gamma\alpha}\right)\left(\frac{\partial \gamma}{\partial x'}\right)\hat{U}_{x'} = 0$$

(2.I.20)
$$\hat{d}_{x'y'} = \left(\frac{1}{2\beta}\right)\left(\left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial x'}\right)\left(\frac{\partial x'}{\partial y'}\right) + \left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial y'}\right) + \left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial z'}\right)\left(\frac{\partial z'}{\partial y'}\right)\right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \hat{d}_{x'y'} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial y'}\right) + \left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial z'}\right)\cdot\left(-x'\frac{\partial \psi}{\partial y'} + \frac{\partial x_0}{\partial y'}\sin\psi - \frac{\partial z_0}{\partial y'}\cos\psi\right)\right]$$

(2.I.21) $$\hat{d}_{x'z'} = \left(\frac{\alpha}{2\gamma}\right)\left(\frac{\partial\left(\hat{U}_{x'}/\alpha\right)}{\partial z'}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial z'}\right)$$

(2.I.22)
$$\hat{d}_{y'z'} = \frac{\hat{U}_{x'}}{2\beta}\left(\frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial \gamma}{\partial x'}\right)\left(\frac{\partial z'}{\partial y'}\right) - \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial z'}\right)\left(\frac{\partial x'}{\partial y'}\right) + \frac{\omega}{\alpha\gamma}\right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \hat{d}_{y'z'} = \left(\frac{\hat{U}_{x'}}{2}\right)\left(\frac{\partial \psi}{\partial y'}\right)$$

En combinant les équations (2.I.17) - (2.I.22), on calcule les quantités p, q dans (2.I.10) et (2.I.11) respectivement et on obtient :

(2.I.23)
$$p = \left(\hat{d}_{x'y'}\right)^2 + \left(\hat{d}_{x'z'}\right)^2 + \left(\hat{d}_{y'z'}\right)^2$$
$$q = 2\hat{d}_{x'y'}\hat{d}_{x'z'}\hat{d}_{y'z'}$$

Finalement, on peut constater que dans le cas spécifique où l'angle $\psi(y')$ est constante par rapport à y', on obtient $q = 0$. Par conséquent, la fonction $\pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right)$ pour un matériau de Tresca devient:

(2.I.24)
$$\pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right) = 4c\sqrt{\frac{p}{3}}\cos\left(\frac{1}{3}\cos^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}\,|q|}{2\sqrt[3]{p}}\right)\right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right) = 4c\sqrt{\frac{p}{3}}\cos\left(\frac{1}{3}\cos^{-1}(0)\right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right) = 4c\sqrt{\frac{p}{3}}\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right) = 2c\sqrt{\left(\hat{d}_{x'y'}\right)^2 + \left(\hat{d}_{x'z'}\right)^2}$$

2.I.3 Champ de vitesse virtuel en trajectoires circulaires

On étudie maintenant le cas où le vecteur de la vitesse suit une famille de trajectoires circulaires dans le plan xz comme présenté sur la Figure 2.I- 2.

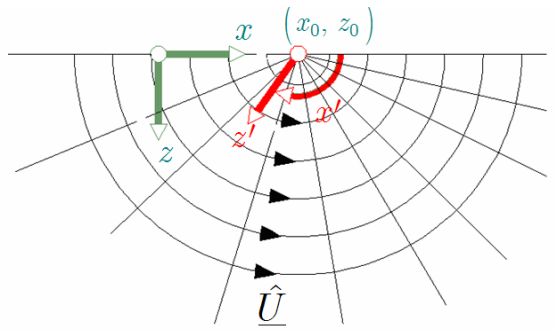


Figure 2.I- 2. Champ de vitesse virtuel en trajectoires circulaires et transformation pertinente d'après Puzrin et Randolph (2003a, 2003b).

On introduit la transformation de coordonnées suivante :

$$\begin{cases} x' = \tan^{-1}\left(\dfrac{z - z_0(y)}{x - x_0(y)}\right) \\ y' = y \\ z' = \sqrt{\left(z - z_0(y)\right)^2 + \left(x - x_0(y)\right)^2} \end{cases} \tag{2.I.25}$$

La résolution des équations (2.I.25) par rapport à $\left\{x,\ y,\ z\right\}$ donne :

$$\begin{cases} x = x_0(y') + z' \cos x' \\ y = y' \\ z = z_0(y') + z' \sin x' \end{cases} \tag{2.I.26}$$

On détermine les quantités nécessaires pour l'évaluation de la fonction $\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right)$:

$$\alpha(x', y', z') = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial x'}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x'}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x'}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \sqrt{\left(z'(-\sin x')\right)^2 + (0)^2 + \left(z' \cos x'\right)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = z'$$

Similairement, on trouve :

$$\beta = \gamma = 1$$

$$\omega = \left(\frac{\partial^2 x}{\partial x' \partial y'}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial z'}\right) + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x' \partial y'}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial z'}\right) + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x' \partial y'}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial z'}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = 0$$

Le tenseur des taux de déformation est obtenu par :

(2.I.27) $$\hat{d}_{x'x'} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial x'}\right) = 0$$

(2.I.28) $$\hat{d}_{y'y'} = \left(\frac{1}{\beta\alpha}\right)\left(\frac{\partial \beta}{\partial x'}\right)\hat{U}_{x'} = 0$$

(2.I.29) $$\hat{d}_{z'z'} = \left(\frac{1}{\gamma\alpha}\right)\left(\frac{\partial \gamma}{\partial x'}\right)\hat{U}_{x'} = 0$$

(2.I.30) $$\begin{aligned} \hat{d}_{x'y'} &= \left(\frac{1}{2\beta}\right)\left(\left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial x'}\right)\left(\frac{\partial x'}{\partial y'}\right) + \left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial y'}\right) + \left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial z'}\right)\left(\frac{\partial z'}{\partial y'}\right)\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \hat{d}_{x'y'} &= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial y'}\right) - \left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial z'}\right)\cdot\left(\frac{\partial x_0}{\partial y'}\cos x' + \frac{\partial z_0}{\partial y'}\sin x'\right)\right] \end{aligned}$$

(2.I.31) $$\hat{d}_{x'z'} = \left(\frac{\alpha}{2\gamma}\right)\left(\frac{\partial\left(\hat{U}_{x'}/\alpha\right)}{\partial z'}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \hat{U}_{x'}}{\partial z'} - \frac{\hat{U}_{x'}}{z'}\right)$$

(2.I.32) $$\begin{aligned} \hat{d}_{y'z'} &= \frac{\hat{U}_{x'}}{2\beta}\left(\frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial \gamma}{\partial x'}\right)\left(\frac{\partial z'}{\partial y'}\right) - \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial z'}\right)\left(\frac{\partial x'}{\partial y'}\right) + \frac{\omega}{\alpha\gamma}\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \hat{d}_{y'z'} &= \left(\frac{\hat{U}_{x'}}{2z}\right)\left(\frac{\partial z_0}{\partial y'}\cos x' - \frac{\partial x_0}{\partial y'}\sin x'\right) \end{aligned}$$

L'évaluation de la fonction $\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right)$, s'effectue par les équations (2.I.23). De plus, si $\hat{U}_{x'}$ est constante:

(2.I.33) $$\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right) = 2c\sqrt{\left(\hat{d}_{x'z'}\right)^2 + \left(\hat{d}_{y'z'}\right)^2}$$

Si finalement on a $\hat{U}_{x'} = kz'$, où k une constante, on obtient :

(2.I.34) $$\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right) = 2c\sqrt{\left(\hat{d}_{x'y'}\right)^2 + \left(\hat{d}_{y'z'}\right)^2}$$

2.II ANNEXE : Le mécanisme de pure translation (Mécanisme translationnel)

2.II.1 Description du mécanisme

Le mécanisme de pure translation a été initialement présenté par Green (1954) pour la détermination de la capacité portante d'une semelle filante sous l'action d'une force verticale N et une force horizontale V. On présente ici une extension du mécanisme original dans les trois dimensions en suivant la méthodologie de Puzrin & Randolph (2003a, 2003b). La géométrie du mécanisme est présentée sur la Figure 2.II.1.

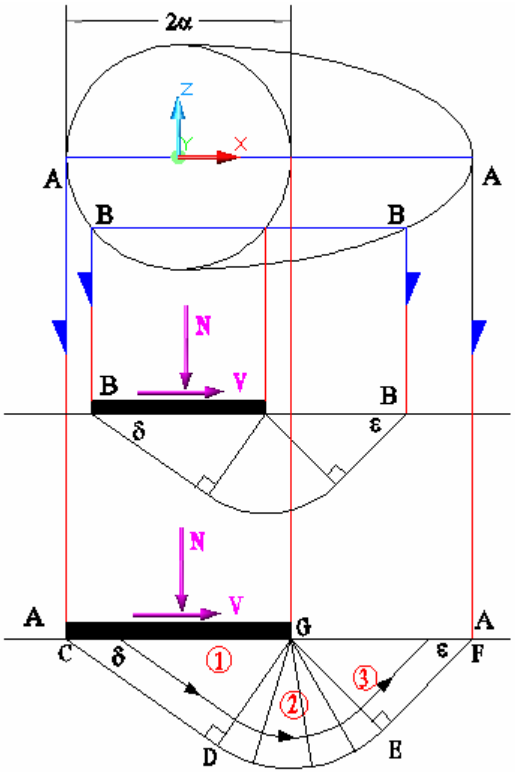


Figure 2.II.1 - La géométrie du mécanisme de Green adaptée à la géométrie d'une semelle circulaire

Comme on peut constater sur la Figure 2.II.1, le mécanisme est étendu dans les trois dimensions en considérant qu'à toute section de la géométrie par un plan $Z = \text{constante}$, la longueur de la trace du mécanisme sur la surface du sol (par exemple AA ou BB) est proportionnelle à la largeur de la semelle sur cette section. Apparemment, la longueur de la trace du mécanisme est maximale quand la section contient le centre de la semelle et elle est nulle quand on arrive aux extrêmes de la semelle, pour lesquels $Z = \pm a$. On suppose aussi que :

$$\hat{U}_Z = 0$$

en tout point du sol mobilisé par la rupture. La géométrie du mécanisme est définie à travers deux paramètres géométriques : les angles δ et ε. Le mécanisme contient trois zones notées 1, 2 et 3 sur la Figure II.1. La zone 1 (CDG, *cf.* Figure 2.II.1) est déplacée comme un bloc rigide de sol à une vitesse virtuelle $\hat{U}_0$.

La direction de la vitesse $\hat{U}_0$ forme un angle δ par rapport à la surface du sol. La partie 2 (GDE, *cf.* Figure 2.II.1) est une bande circulaire de cisaillement et la vitesse en tout point reste parallèle vers l'arc DE et égale à $\hat{U}_0$. La zone 3 (GEF, *cf.* Figure 2.II.1) est déplacée aussi comme un bloc rigide et la vitesse, toujours égale à $\hat{U}_0$, est en direction qui forme un angle ε par rapport à la surface du sol.

2.II.2 Calcul de la puissance des forces extérieures

Initialement, on calcule la puissance des forces extérieures N et V par rapport au mécanisme décrit au dessus. On obtient l'expression suivante :

(2.II.1) $$\mathcal{P}_{(e)} = (N \sin\delta + V \cos\delta)\hat{U}_0$$

2.II.3 Calcul de la puissance résistante maximale – Cohésion surfacique

On évalue d'abord la puissance résistante maximale due à la cohésion surfacique C_0.

On note initialement que les contributions de la puissance résistante maximale du système, se développent à toute la longueur de l'interface CDEF (*cf.* Figure 2.II.1) et dans le volume de la zone 2 (GDE sur la Figure 2.II.1). Dans les volumes des zones 1 et 3, i.e. en CDG et en GEF, la puissance résistante est nulle puisque ces zones sont déplacées comme blocs rigides avec une vitesse $\hat{U}_0$.

2.II.3.1 Zone 1

Il s'agit d'une zone où le champ de vitesse suit des trajectoires droites. On se réfère à la Figure 2.II.2. L'origine du système des coordonnées globales $\{X, Y, Z\}$ est posée au centre de la semelle circulaire. L'origine du système transformé $\{x, y, z\}$ est à G et l'axe x est incliné par rapport à l'axe X à un angle $\psi = \delta = \text{constante}$.

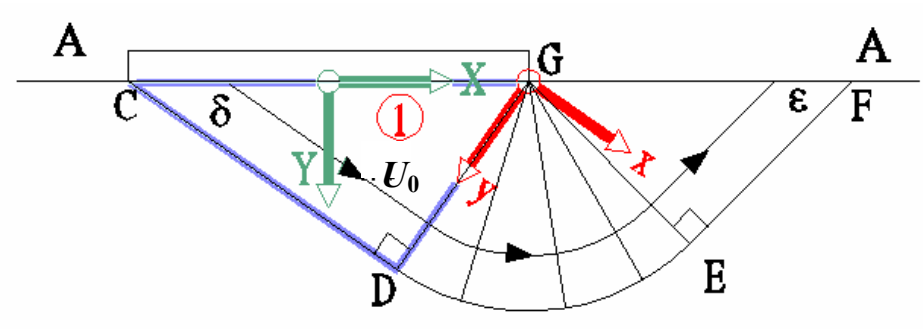


Figure 2.II.2 - Zone 1 du mécanisme de pure translation

La transformation de coordonnées s'écrit :

(2.II.2) $$\begin{cases} x = (X - X_0(Z))\cos\delta + (Y - Y_0(Z))\sin\delta \\ y = (Y - Y_0(Z))\cos\delta - (X - X_0(Z))\sin\delta \\ z = Z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = X_0(z) + x\cos\delta - y\sin\delta \\ Y = Y_0(z) + x\sin\delta + y\cos\delta \\ Z = z \end{cases}$$

On note que $X_0(z) = \sqrt{a^2 - z^2}$, puisque le point G, qui définit la distance X_0, se trouve sur la périmètre de la semelle. On trouve encore que $Y_0 = 0$ et $\hat{U}_x = \hat{U}_0$. La puissance résistante maximale est donnée par l'équation connue :

(2.II.3) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm}}(\underline{\hat{U}}) = \int_\Omega \pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right)\mathrm{d}\Omega + \int_\Sigma \pi\left(\underline{n}, [\![\underline{\hat{U}}]\!]\right)\mathrm{d}\Sigma$$

On trouve $d_{xy} = d_{yz} = d_{zx} = 0$, ce qui signifie que $\pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right) = 0$, c'est-à-dire :

$$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},1}^{volume} = 0$$

La notation $\mathcal{P}_{\mathrm{rm},1}^{volume}$ désigne la puissance ***résistante maximale*** développée dans le ***volume*** de la zone ***1***.

Pour le calcul de l'intégral surfacique dans (2.II.3), on se réfère à la discontinuité du champ de vitesse le long CD (*cf.* Figure 2.II.2) sur laquelle le vecteur de la vitesse est tangentiel. L'intégral donc s'écrit comme au dessous :

(2.II.4) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm}} = C_0 \int_{CD} \left|\hat{U}_0\right| \mathrm{d}\Sigma$$

L'élément surfacique $\mathrm{d}\Sigma$ de la surface CD est calculé en exprimant la coordonnée y de la surface CD par rapport à x et z : $y|_{CD} = g(x,z)$ et en calculant la quantité suivante :

(2.II.5) $$\mathrm{d}\Sigma = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

La fonction g s'écrit :

$$g(x,z) = 2\sin\delta X_0(z) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g(x,z) = 2\sin\delta\sqrt{a^2 - z^2}$$

Cela donne les dérivées partielles suivantes :

$$\frac{\partial g}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial g}{\partial z} = -2\sin\delta\frac{z}{\sqrt{a^2 - z^2}}$$

Alors, (2.II.5) devient:

(2.II.6) $$\mathrm{d}\Sigma = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z = \left(\sqrt{1 + \frac{4z^2\sin^2\delta}{a^2 - z^2}}\right)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

Par conséquent, la puissance résistante maximale pour la zone 1 s'écrit:

$$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},1}^{interface}(C_0) = 2C_0\hat{U}_0\left(\int_0^a \int_{-2\cos\delta\sqrt{a^2-z^2}}^0 \sqrt{1 + \frac{4z^2\sin^2\delta}{a^2 - z^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z\right) \Rightarrow$$

(2.II.7) $$\Rightarrow \mathcal{P}_{\mathrm{rm},1}^{interface}(C_0) = 2C_0\hat{U}_0\int_0^a \left(2\cos\delta\sqrt{a^2 - z^2}\right)\sqrt{\frac{a^2 + z^2\left(4\sin^2\delta - 1\right)}{a^2 - z^2}}\,\mathrm{d}z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}_{\mathrm{rm},1}^{interface}(C_0) = 4C_0\hat{U}_0\cos\delta\int_0^a \sqrt{a^2 + z^2\left(4\sin^2\delta - 1\right)}\,\mathrm{d}z$$

2.II.3.2 Zone 2

La zone 2 du mécanisme examiné constitue un champ de vitesse de trajectoires circulaires comme présenté sur la Figure 2.II.3.

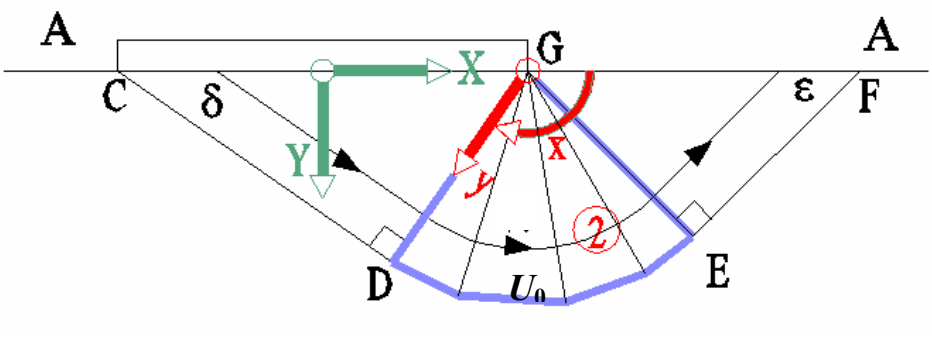


Figure 2.II.3 - Zone 2 du mécanisme de pure translation

On introduit la transformation de coordonnées suivante :

$$\text{(2.II.8)} \qquad \begin{cases} x = \tan^{-1}\left(\dfrac{Y}{X - X_0(Z)}\right) \\ y = \sqrt{Y^2 + \left(X - X_0(Z)\right)^2} \\ z = Z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = X_0(z) + y\cos x \\ Y = y\sin x \\ Z = z \end{cases}$$

On obtient $X_0(z) = \sqrt{a^2 - z^2}$ comme pour la zone 1, en considérant comme origine du système $\{x, y, z\}$ le point G (*cf.* Figure 2.II.3).

En utilisant les équations de l'Annexe I (équations (I.3.3) – (I.3.8) on trouve :

$$\text{(2.II.9)} \qquad \begin{cases} d_{xy} = \dfrac{f}{2y} - \dfrac{f_{,y}}{2} = \dfrac{\hat{U}_0}{2y} \\ d_{yz} = \dfrac{f}{2y} \cdot \left(Y_0'(z)\cos(x) + X_0'(z)\sin(x)\right) = \dfrac{\hat{U}_0}{2y} \cdot \left(-\dfrac{z\sin x}{\sqrt{a^2 - z^2}}\right) \end{cases}$$

Ainsi, la fonction volumique π est donnée par l'expression suivante:

$$\text{(2.II.10)} \qquad \pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right) = 2C_0\sqrt{d_{xy}^2 + d_{yz}^2} = \frac{C_0\hat{U}_0}{y}\sqrt{\frac{a^2 - z^2\cos^2 x}{a^2 - z^2}}$$

De plus, l'élément volumique est calculé par l'expression :

$$\mathrm{d}V = \alpha\beta\gamma\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z = y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$$

L'intégration de la fonction volumique π dans le volume de la zone 2 donne :

$$\int_\Omega \pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right)\mathrm{d}\Omega = 2\int_0^a \int_0^{2\sin\delta\sqrt{a^2-z^2}} \int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\delta} \frac{C_0\hat{U}_0}{y}\sqrt{\frac{a^2 - z^2\cos^2 x}{a^2 - z^2}}\,y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$$

qui est simplifié :

$$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},2}^{volume}\left(C_0\right)=2C_0\hat{U}_0\int_0^a\int_0^{2\sin\delta\sqrt{a^2-z^2}}\int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\delta}\sqrt{\frac{a^2-z^2\cos^2 x}{a^2-z^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z\Rightarrow$$

(2.II.11) $$\Rightarrow\mathcal{P}_{\mathrm{rm},2}^{volume}\left(C_0\right)=4C_0\hat{U}_0\sin\delta\int_0^a\int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\delta}\sqrt{a^2-z^2}\sqrt{\frac{a^2-z^2\cos^2 x}{a^2-z^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\mathcal{P}_{\mathrm{rm},2}^{volume}\left(C_0\right)=4C_0\hat{U}_0\sin\delta\int_0^a\int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\delta}\sqrt{a^2-z^2\cos^2 x}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

On peut calculer l'intégral dans (2.II.11) numériquement.

Ensuite, on calcule la puissance résistante maximale qui est développée sur la discontinuité de vitesse DE (*cf.* Figure 2.II.3). On exprime la coordonnée Y de la surface DE comme fonction de X, Z. La surface est produite par un arc circulaire, dont le rayon R est fonction de Z:

(2.II.12) $$Y=g(X,Z)=+\sqrt{R^2\left(Z\right)-\left[X-X_0\left(Z\right)\right]^2}$$

Dans (2.II.12), on a choisi le signe (+) devant la racine à cause de l'orientation de la surface DE dans le système de coordonnées $\{X,Y,Z\}$. Dans (2.II.12) on substitue:

(2.II.13) $$R\left(Z\right)=2\sin\delta\sqrt{a^2-Z^2}$$

On calcule les dérivées de Y par rapport à X et Z et on obtient :

(2.II.14) $$\frac{\partial g}{\partial X}=-\frac{X-X_0}{Y}=-\cot x$$

$$\frac{\partial g}{\partial Z}=\frac{\partial g}{\partial z}=\frac{2R\dfrac{\partial R(Z)}{\partial Z}-2\left(X-X_0\right)\left(\dfrac{\partial\left[-X_0\left(Z\right)\right]}{\partial Z}\right)}{2Y}\Rightarrow$$

(2.II.15) $$\Rightarrow\frac{\partial g}{\partial z}=\left(\frac{yy'+y\cos xX_0'}{y\sin x}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{\partial g}{\partial z}=\left(-\frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}\right)\left(\frac{\cos x+2\sin\delta}{\sin x}\right)$$

L'intégral surfacique sur DE devient :

$$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},2}^{interface}\left(C_0\right)=2C_0\hat{U}_0\int_{DE}\sqrt{1+\left(\frac{\partial g}{\partial X}\right)^2+\left(\frac{\partial g}{\partial Z}\right)^2}\,\mathrm{d}X\,\mathrm{d}Z=$$

$$=2C_0\hat{U}_0\int_0^a\int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\delta}\sqrt{1+\cot^2 x+\left(\frac{z^2}{a^2-z^2}\right)\left(\frac{\cos x+2\sin\delta}{\sin x}\right)^2}\left(2\sin\delta\sqrt{a^2-z^2}\right)(-\sin x)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z=$$

(2.II.16) $$=4C_0\hat{U}_0\sin\delta\int_0^a\int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\delta}\sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}+\left(\frac{z^2}{a^2-z^2}\right)\left(\frac{\cos x+2\sin\delta}{\sin x}\right)^2}\left(\sqrt{a^2-z^2}\right)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z=$$

$$\Rightarrow\mathcal{P}_{\mathrm{rm},2}^{interface}\left(C_0\right)=4C_0\hat{U}_0\sin\delta\int_0^a\int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\delta}\sqrt{a^2+z^2\left[(\cos x+2\sin\delta)^2-1\right]}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

2.II.3.3 Zone 3

Dans la zone 3, le sol est déplacé comme un bloc rigide suivant un champ de vitesse des trajectoires droites comme présenté sur la Figure 2.II.4.

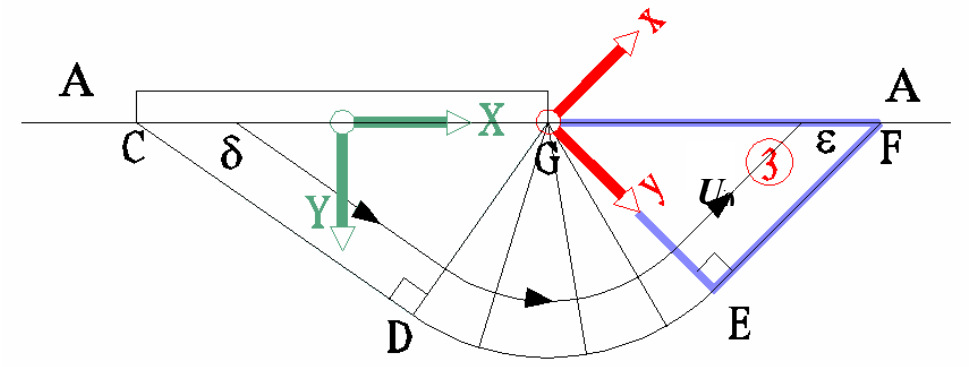


Figure II.4 - La zone 3 du mécanisme de pure translation

On introduit une transformation de coordonnées similaire que dans (2.II.2), en considérant $\psi = -\varepsilon$. Cela fournit la transformation de coordonnées suivante:

(2.II.17)
$$\begin{cases} x = \left(X - X_0(Z)\right)\cos\varepsilon - Y\sin\varepsilon \\ y = Y\cos\varepsilon + \left(X - X_0(Z)\right)\sin\varepsilon \\ z = Z \end{cases}$$

Contributions à la puissance résistante maximale sont développées seulement le long la discontinuité de vitesse EF (*cf.* Figure 2.II.4). Pour l'évaluation de cette quantité on exprime la coordonnée y de la surface EF comme fonction de x, z. Cela nous donne la fonction :

(2.II.18)
$$y = g(x,z) = 2\sin\delta\sqrt{a^2 - x^2}$$

Les dérivées de g par rapport à x et z s'écrivent:

$$\frac{\partial g}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial g}{\partial z} = -2\sin\delta\frac{z}{\sqrt{a^2 - z^2}}$$

En utilisant les expressions précédentes, on évalue l'intégral surfacique sur EF:

(2.II.19)
$$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},3}^{interface}(C_0) = 2C_0\hat{U}_0\int_0^a\int_0^{2\sin\delta\cot\varepsilon\sqrt{a^2-z^2}}\sqrt{1 + \frac{4z^2\sin^2\delta}{a^2 - z^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \mathcal{P}_{\mathrm{rm},3}^{interface}(C_0) = 4C_0\hat{U}_0\cot\varepsilon\sin\delta\int_0^a\sqrt{a^2 + z^2\left(4\sin^2\delta - 1\right)}\,\mathrm{d}z$$

2.II.4 Calcul de la puissance des forces d'inertie.

On considère que les forces d'inertie sont orientées vers l'axe global X des Figures 2.II.2, 2.II.3, 2.II.4. Cela est exprimé par :

(2.II.20) $$\underline{F} = (F_X, 0, 0)$$

On calcule la puissance du vecteur $\underline{F} = (F_X, 0, 0)$ séparément pour chaque zone.

2.II.4.1 Zone 1

On se réfère à la transformation (2.II.2) et on obtient :

(2.II.21)
$$\begin{aligned}
&\mathcal{P}_{(e),1}(\underline{F}) = \int_{\Omega_1} \underline{F} \cdot \underline{\hat{U}}\, \mathrm{d}\,\Omega_1 = (F_X U_0 \cos\delta)\Omega_1 = \\
&= 2\left(F_X \hat{U}_0 \cos\delta\right) \int_0^a (CGD(z))\,\mathrm{d}\,z = \\
&= 2F_X \hat{U}_0 \cos\delta \int_0^a \left[\frac{1}{2}\left(2\sqrt{a^2 - z^2}\cos\delta\right)\left(2\sqrt{a^2 - z^2}\sin\delta\right)\right]\mathrm{d}\,z \Rightarrow \\
&\Rightarrow \mathcal{P}_{(e),1}(\underline{F}) = \frac{2}{3} F_X \hat{U}_0 a^3 \sin 2\delta \cos\delta
\end{aligned}$$

Dans (2.II.21) la notation $(CDG(z))$ désigne la surface de la région CDG comme fonction de z (*cf.* Figure 2.II.2).

2.II.4.2 Zone 2

On se réfère à la transformation (2.II.8) considérée pour la zone 2, ainsi qu' à la Figure 2.II.3. L'angle θ entre le vecteur de la vitesse et l'axe X est : $\theta = \pi/2 - x \Rightarrow \cos\theta = \sin x$. Ainsi, on obtient :

(2.II.22)
$$\begin{aligned}
&\mathcal{P}_{(e),2}(\underline{F}) = \int_{\Omega_2} \underline{F} \cdot \underline{\hat{U}}\, d\Omega_2 = \int_{\Omega_2} |F_X||U_0|(\sin x)\,\mathrm{d}\,\Omega_2 = \\
&= 2F_X U_0 \int_0^a \int_0^{2\sin\delta\sqrt{a^2-z^2}} \int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\delta} (\sin x)\, y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z \Rightarrow \\
&\Rightarrow \mathcal{P}_{(e),2}(\underline{F}) = \frac{8}{3} F_X U_0 a^3 \sin^2\delta\,(\sin\delta + \sin\varepsilon)
\end{aligned}$$

2.II.4.3 Zone 3

Dans la zone 3, on se réfère à la transformation (2.II.17) on obtient pour $\theta = \varepsilon$:

(2.II.23)
$$\begin{aligned}
&\mathcal{P}_{(e),3}(\underline{F}) = \left(F_X \hat{U}_0 \cos\varepsilon\right)\Omega_3 = \\
&= 2\left(F_X \hat{U}_0 \cos\varepsilon\right) \int_0^a (GEF(z))\,\mathrm{d}z = \\
&= 2\left(F_X \hat{U}_0 \cos\varepsilon\right) \int_0^a \left(\frac{1}{2}\left(2\sin\delta\sqrt{a^2 - z^2}\right)\left(2\sin\delta\cot\varepsilon\sqrt{a^2 - z^2}\right)\right)\mathrm{d}z \Rightarrow \\
&\Rightarrow \mathcal{P}_{(e),3}(\underline{F}) = \frac{4}{3} F_X \hat{U}_0 a^3 \sin^2\delta\cot\varepsilon\cos\varepsilon
\end{aligned}$$

2.II.4.4 Puissance totale des forces d'inertie

La puissance totale des forces d'inertie est donnée par :

$$\begin{aligned}&\mathcal{P}_{(e)}(\underline{F}) = \mathcal{P}_{(e),1}(\underline{F}) + \mathcal{P}_{(e),2}(\underline{F}) + \mathcal{P}_{(e),2}(\underline{F}) = \\ &= \frac{2}{3} F_X U_0 a^3 \left[\sin 2\delta \cos\delta + 4\sin^2\delta \left(\sin\delta + \sin\varepsilon + \frac{\cot\varepsilon\cos\varepsilon}{2}\right)\right]\end{aligned} \tag{2.II.24}$$

2.II.5 Considération du gradient vertical de cohésion

Dans ce cas la cohésion du sol est décrite par la relation suivante :

$$c = GY \tag{2.II.25}$$

Dans la suite, on présente le calcul des quantités qui contribuent à la puissance résistante maximale.

2.II.5.1 Zone 1

Dans la zone 1, contributions à la puissance résistante sont développées exclusivement sur la surface de discontinuité CD. En introduisant la transformation de coordonnées (2.II.2), l'expression (2.II.25) devient:

$$c = G\left(x\sin\delta + y\sin\delta\right) \tag{2.II.26}$$

La puissance résistante est calculée comme dans (2.II.7):

$$\begin{aligned}&\mathcal{P}_{\mathrm{rm},1}^{interface}(G) = 2\hat{U}_0 \left(\int_0^a \int_{-2\cos\delta\sqrt{a^2-z^2}}^{0} \left(Gx\sin\delta + G\,y|_{CD}\sin\delta\right)\sqrt{1+\frac{4z^2\sin^2\delta}{a^2-z^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z\right) = \\ &= 2\hat{U}_0 \int_0^a \int_0^{2\cos\delta\sqrt{a^2-z^2}} \left(Gx\sin\delta + G\,y|_{CD}\sin\delta\right)\sqrt{\frac{a^2+z^2\left(4\sin^2\delta-1\right)}{a^2-z^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z \Rightarrow \\ &= 2\hat{U}_0 \int_0^a \left[\frac{G\sin\delta}{2}(2\cos\delta)^2 + \left(2G\sin^2\delta\right)(2\cos\delta)\right]\sqrt{\left(a^2-z^2\right)\left[a^2+z^2\left(4\sin^2\delta-1\right)\right]}\,\mathrm{d}z \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mathcal{P}_{\mathrm{rm},1}^{interface}(G) = 4\hat{U}_0 G\left[\sin\delta\cos\delta\left(\sin\delta+\cos\delta\right)\right]\int_0^a \sqrt{\left(a^2-z^2\right)\left[a^2+z^2\left(4\sin^2\delta-1\right)\right]}\mathrm{d}z\end{aligned} \tag{2.II.27}$$

2.II.5.2 Zone 2

La transformation des coordonnées (2.II.8) conduit à l'expression suivante pour la cohésion:

$$c = GY \Rightarrow c = Gy\sin x \tag{2.II.28}$$

La fonction $\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right)$ est donnée par la relation:

$$\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right) = \frac{c\hat{U}_0}{y}\sqrt{\frac{a^2-z^2\cos^2 x}{a^2-z^2}} = G\sin x\hat{U}_0\sqrt{\frac{a^2-z^2\cos^2 x}{a^2-z^2}}$$

La puissance résistante maximale dans le volume est calculée par :

$$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},2}^{volume}(G) = 2\int_0^a \int_0^{2\sin\delta\sqrt{a^2-z^2}} \int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\delta} Gy\sin x\hat{U}_0\sqrt{\frac{a^2-z^2\cos^2 x}{a^2-z^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z \Rightarrow$$

(2.II.29) $$\Rightarrow \mathcal{P}_{\mathrm{rm},2}^{volume}(G) = 2\int_0^a \int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\delta} G\frac{\left(2\sin\delta\sqrt{a^2-z^2}\right)^2}{2}\sin x\hat{U}_0\sqrt{a^2-z^2\cos^2 x}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z =$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}_{\mathrm{rm},2}^{volume}(G) = 4\hat{U}_0 G\sin^2\delta\int_0^a \int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\delta} \sin x\left(a^2-z^2\right)\sqrt{a^2-z^2\cos^2 x}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

La puissance résistante maximale sur la surface de discontinuité de vitesse DE (*cf.* Figure 2.II.3) est calculée par :

(2.II.30)
$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_{\mathrm{rm},2}^{interface}(G) &= 2\hat{U}_0\iint_{DE}(GY)\sqrt{1+\left(\frac{\partial g}{\partial X}\right)^2+\left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)^2}\,\mathrm{d}X\mathrm{d}Z = \\
&= 2\hat{U}_0\int_0^a\int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\delta}\left(Gy|_{DE}\sin x\right)\sqrt{1+\cot^2 x+\left(\frac{z^2}{a^2-z^2}\right)\left(\frac{\cos x+2\sin\delta}{\sin x}\right)^2}(-\sin x)\,y|_{DE}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}z = \\
&= 4\hat{U}_0\sin\delta\int_0^a\int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\delta}\left(2G\sin\delta\sqrt{a^2-z^2}\sin x\right)\sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}+\left(\frac{z^2}{a^2-z^2}\right)\left(\frac{\cos x+2\sin\delta}{\sin x}\right)^2}\left(\sqrt{a^2-z^2}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}z = \\
&= 8G\hat{U}_0\sin^2\delta\int_0^a\int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\delta}\sin x\sqrt{\left(a^2-z^2\right)\left(a^2+z^2\left[(\cos x+2\sin\delta)^2-1\right]\right)}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}z
\end{aligned}$$

2.II.5.3 Zone 3

Puissance résistante maximale à la zone 3 est développée seulement sur la surface de discontinuité des vitesses EF, présentée sur la Figure 2.II.4. La cohésion du sol exprimée dans le nouveau système des coordonnées (*cf.* transformation (2.II.17)), s'écrit comme :

(2.II.31) $$c = G\left(y\cos\varepsilon - x\sin\varepsilon\right)$$

Ainsi, on obtient :

(2.II.32)
$$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},3}^{interface}(G) = 2\hat{U}_0\int_0^a\int_0^{2\sin\delta\cot\varepsilon\sqrt{a^2-z^2}} G\left(y|_{EF}\cos\varepsilon - x\sin\varepsilon\right)\sqrt{1+\frac{4z^2\sin^2\delta}{a^2-z^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z \Rightarrow$$

$$= 2G\hat{U}_0\int_0^a\left(\left(2\sin\delta\sqrt{a^2-z^2}\right)\cos\varepsilon\left(2\sin\delta\cot\varepsilon\sqrt{a^2-z^2}\right)-\left(2\sin\delta\cot\varepsilon\sqrt{a^2-z^2}\right)^2\frac{\sin\varepsilon}{2}\right)\sqrt{1+\frac{4z^2\sin^2\delta}{a^2-z^2}}\,\mathrm{d}z \Rightarrow$$

$$= 4G\hat{U}_0\sin^2\delta\cot\varepsilon\cos\varepsilon\int_0^a\sqrt{\left(a^2-z^2\right)\left[a^2+z^2\left(4\sin^2\delta\text{-}1\right)\right]}\,\mathrm{d}z$$

2.III ANNEXE : Le mécanisme de pure rotation Récapitulatif d'équations

2.III.1 Paramètres géométriques

- **Nombre :** 2
- **Symboles :** κ, λ

2.III.2 Critères de résistance

- **Sol :** Tresca : $c = C_0 + G(z - z_0)$
- **Interface :** Tresca : C_0

2.III.3 Configurations géométriques

2.III.3.1 Configuration A

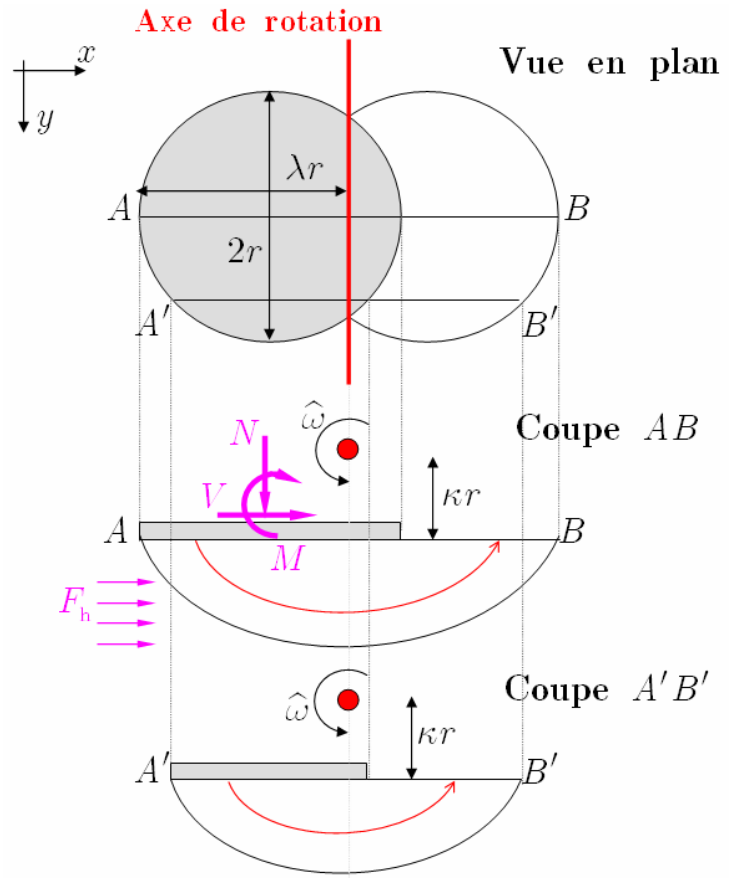


Figure 2.III- 1. Mécanisme purement rotationnel. Configuration sans décollement

On désigne par a le rayon de la semelle.

2.III.3.1.1 Conditions géométriques: $\begin{cases}\kappa > 0 \\ \lambda \geq 1\end{cases}$

2.III.3.1.2 Puissance des efforts extérieurs

(2.III.1) $$\mathcal{P}_{(e)}(N,V,M) = \left[Na(\lambda-1) + V\kappa a + M\right]\hat{\omega}$$

On note que les charges sur la Figure 2.III- 1 sont considérées de manière que leur contribution dans la puissance des efforts extérieures soit positive.

(2.III.2) $$\mathcal{P}_{(e)}(F_h) = 2\left(\int_0^a A_1 \,\mathrm{d}\,x - \int_\eta^a A_2 \,\mathrm{d}\,x\right)$$

2.III.3.1.3 Puissance résistante maximale

(2.III.3)

$$\mathcal{P}_{rm} = 4\hat{\omega}\left[C_0\left(1-\frac{G(\kappa a)}{C_0}\right)\left(\int_0^a B_1^{surface}(x)\,\mathrm{d}x + \int_\eta^a B_2^{surface}(x)\,\mathrm{d}x\right) + G\left(\int_0^a B_1^{gradient}(x)\,\mathrm{d}x + \int_\eta^a B_2^{gradient}(x)\,\mathrm{d}x\right)\right]$$

2.III.3.2 Configuration B

2.III.3.2.1 Conditions géométriques : $\begin{cases}\kappa > 0 \\ 1 > \lambda > 0\end{cases}$

2.III.3.2.2 Puissance des efforts extérieurs

(2.III.4) $$\mathcal{P}_{(e)}(N,V,M) = \left[Na(\lambda-1) + V\kappa a + M\right]\hat{\omega}$$

(2.III.5) $$\mathcal{P}_{(e)}(F_h) = 2\int_0^\eta A_1 \,\mathrm{d}\,x$$

2.III.3.2.3 Puissance résistante maximale

(2.III.6) $$\mathcal{P}_{rm} = 4\hat{\omega}\left[C_0\left(1-\frac{G\kappa a}{C_0}\right)\left(\int_0^\eta B_1^{surface}(x)\,\mathrm{d}\,x\right) + G\left(\int_0^\eta B_1^{gradient}(x)\,\mathrm{d}\,x\right)\right]$$

2.III.3.2.4 Puissance résistante de décollement

- *Matériau de Tresca avec résistance à la traction*

(2.III.7) $$\mathcal{P}_{rm}^{decoll} = 2C_0\hat{\omega}\kappa a^3\left[\frac{\pi}{2} - \phi + (\lambda-1)^2\tan\phi\right], \quad \phi = \cos^{-1}(\lambda-1)$$

- *Matériau de Tresca sans résistance à la traction*

(2.III.8) $$\mathcal{P}_{rm}^{decoll} = 2C_0\hat{\omega}\left(\int_0^\eta \int_{-2a(\lambda-1)+\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} D(y)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x + \int_\eta^a \int_{\sqrt{a^2-x^2}-a(\lambda-1)}^{\sqrt{a^2-x^2}+a(\lambda-1)} D(y)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x\right)$$

2.III.3.3 Quantités auxiliaires

(2.III.9) $$A_i = \frac{2}{3}\hat{\omega}F_{\mathrm{h}}\left[\left(g_i(x)\right)^3 \sin\left(\theta_i(x)\right) - (\kappa a)^3 \tan\left(\theta_i(x)\right)\right],\ i = 1,2$$

(2.III.10) $$B_i^{surface} = \left[g_i(x)\right]^2 \theta_i(x) \sqrt{1 + \left[\frac{\mathrm{d}\, g_i(x)}{\mathrm{d}\, x}\right]^2}\ \mathrm{d}\, x,\ \ i = 1,2$$

(2.III.11) $$B_i^{gradient} = \sin\left[\theta_i(x)\right]\left[g_i(x)\right]^3 \sqrt{1 + \left[\frac{\mathrm{d}\, g_i(x)}{\mathrm{d}\, x}\right]^2}\ \mathrm{d}\, x,\ \ i = 1,2$$

(2.III.12) $$D(y) = \sqrt{(\kappa a)^2 + \left(y + a(1-\lambda)\right)^2} - \left(y + a(1-\lambda)\right)$$

(2.III.13) $$g_1(x) = \sqrt{\left(a(\lambda - 1) + \sqrt{a^2 - x^2}\right)^2 + (\kappa a)^2}$$

(2.III.14) $$\theta_1(x) = \tan^{-1}\left(\frac{a(\lambda - 1) + \sqrt{a^2 - x^2}}{\kappa a}\right)$$

(2.III.15) $$g_2(x) = \sqrt{\left(a(\lambda - 1) - \sqrt{a^2 - x^2}\right)^2 + (\kappa a)^2}$$

(2.III.16) $$\theta_2(x) = \tan^{-1}\left(\frac{a(\lambda - 1) - \sqrt{a^2 - x^2}}{\kappa a}\right)$$

(2.III.17) $$\eta = a\sqrt{\lambda(2 - \lambda)}$$

2.IV ANNEXE : Le mécanisme de rotation avec cisaillement – Récapitulatif d'équations

2.IV.1 Paramètres géométriques

- **Nombre** : 3
- **Symboles** : κ, λ, μ

2.IV.2 Critères de résistance

- **Sol** : Tresca : $c = C_0 + GY$
- **Interface** : Tresca : C_0

2.IV.3 Configurations géométriques

- **Nombre** : 3

2.IV.3.1 Configuration A

Conditions Géométriques : $\begin{cases} 1 > \lambda > 0 \\ \dfrac{\pi}{2} > \mu \geq 0 \\ \kappa > 0 \end{cases}$

2.IV.3.2 Configuration B

Conditions Géométriques : $\begin{cases} \lambda > 1 \\ \dfrac{\pi}{2} > \mu \geq 0 \\ \kappa > 0 \end{cases}$

2.IV.3.3 Configuration C

Conditions Géométriques : $\begin{cases} 0 > \lambda > -1 \\ \dfrac{\pi}{2} > \mu \geq 0 \\ \kappa > 0 \end{cases}$

On désigne par a le rayon de la semelle

2.IV.4 Traitement des configurations

2.IV.4.1 Configuration A

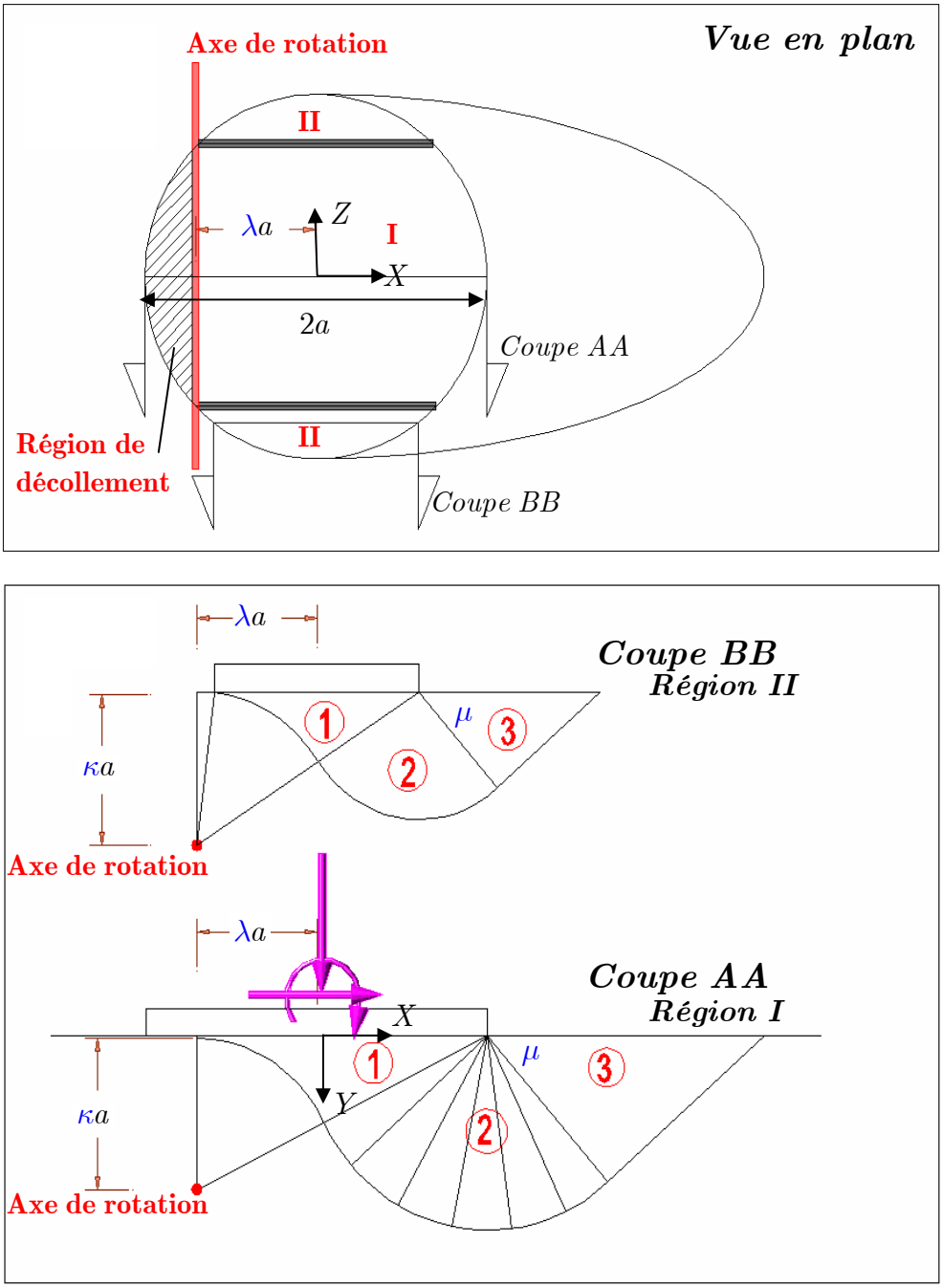


Figure 2.IV.1 – Géométrie de la Configuration A du mécanisme de rotation avec cisaillement

$$c = a\sqrt{1-\lambda^2}$$

$$\alpha(z) = \tan^{-1}\left(\frac{\kappa a}{\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}}\right)$$

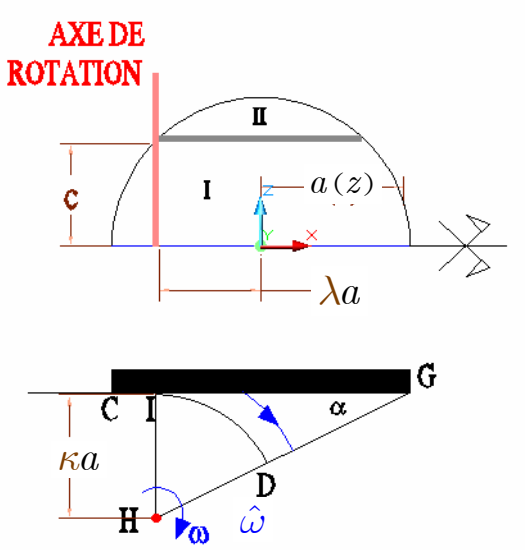


Figure 2.IV.2 – Définition des quantités auxiliaires c, α

2.IV.4.1.1 Puissance des efforts extérieurs

2.IV.4.1.1.1 Forces sur la semelle

(2.IV.1) $$\mathcal{P}_{(e)}(N,V,M) = \left[(N\lambda a) + (V\kappa a) + M\right]\hat{\omega}$$

2.IV.4.1.1.2 Forces d'inertie au volume du sol

Région I - Zone 1

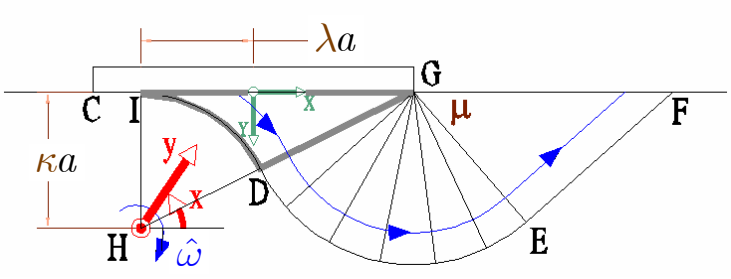


Figure 2.IV.3 – Géométrie de la zone 1 de la région I du mécanisme de rotation avec cisaillement

(2.IV.2) $$\mathcal{P}_{(e)}^{I-1}(F_h) = A - B$$

$$A = \frac{2}{3}F_h\hat{\omega}(\kappa a)^2\int_0^c\left(\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}\right)\mathrm{d}z$$

$$B = \frac{2}{3}F_h\hat{\omega}(\kappa a)^3\int_0^c \cos\alpha(z)\,\mathrm{d}z$$

Région I - Zone 2

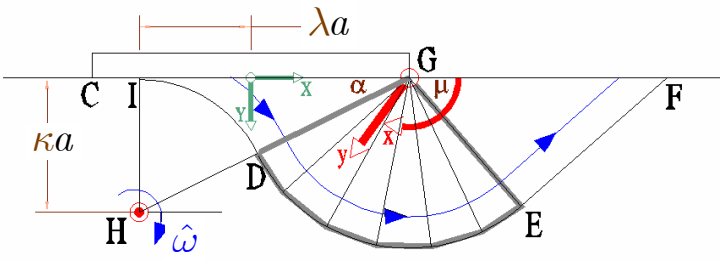


Figure 2.IV.4 – Géométrie de la zone 2 de la région I du mécanisme de rotation avec cisaillement

(2.IV.3) $$\mathcal{P}_{(e)}^{I-2}\left(F_h\right) = 2F_h\hat{\omega}\int_0^c \left(\cos\alpha(z) - \cos\mu\right)\left(R(z)\frac{r^2(z)}{2} - \frac{r^3(z)}{3}\right)\mathrm{d}z$$

$$R(z) = \sqrt{(\kappa a)^2 + \left(\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}\right)^2}$$

$$r(z) = R(z) - \kappa a$$

Région I - Zone 3

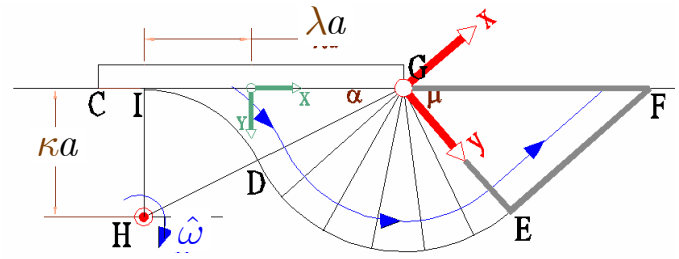


Figure 2.IV.5 – Géométrie de la zone 3 de la région I du mécanisme de rotation avec cisaillement

(2.IV.4) $$\mathcal{P}_{(e)}^{I-3}\left(F_h\right) = 2F_h\hat{\omega}\sin\mu\tan\mu\int_0^c \left(R(z)\frac{r^2(z)}{2} - \frac{r^3(z)}{3}\right)\mathrm{d}z$$

$$R(z) = \sqrt{(\kappa a)^2 + \left(\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}\right)^2}$$

$$r(z) = R(z) - \kappa a$$

Région II - Zone 1

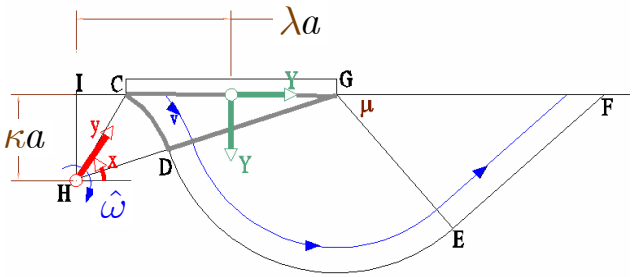


Figure 2.IV.6 – Zone 1 de la région II

(2.IV.5) $$\mathcal{P}_{(e)}^{II-1}\left(F_h\right) = A - B$$

$$A = \frac{4}{3} F_h \hat{\omega} (\kappa a)^2 \int_c^a \left(\sqrt{a^2 - z^2}\right) \mathrm{d}z$$

$$B = \frac{2}{3} F_h \hat{\omega} \int_c^a \rho^3 \left[\cos\alpha_1(z) - \cos\alpha_2(z)\right] \mathrm{d}z$$

$$\alpha_1(z) = \tan^{-1}\left(\frac{\kappa a}{\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}}\right)$$

$$\alpha_2(z) = \tan^{-1}\left(\frac{\kappa a}{\lambda a - \sqrt{a^2 - z^2}}\right)$$

$$\rho = \sqrt{(\kappa a)^2 + \left(\lambda a - \sqrt{a^2 - z^2}\right)^2}$$

Région II - Zone 2

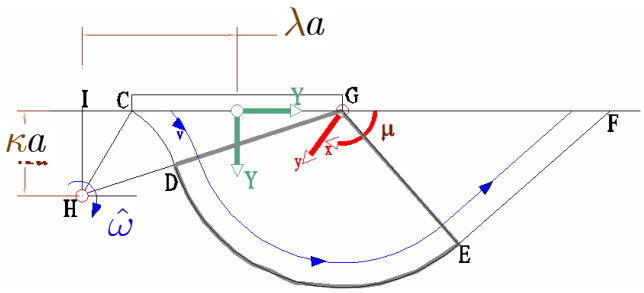


Figure 2.IV.7 – Zone 2 de la région II

(2.IV.6) $$\mathcal{P}_{(e)}^{II-2}\left(F_h\right) = 2F_h\hat{\omega}\int_c^a \left(\cos\alpha(z) - \cos\mu\right)\left(R(z)\frac{(R-\rho)^2}{2} - \frac{(R-\rho)^3}{3}\right)\mathrm{d}z$$

$$R(z) = \sqrt{(\kappa a)^2 + \left(\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}\right)^2}$$

$$\rho = \sqrt{(\kappa a)^2 + \left(\lambda a - \sqrt{a^2 - z^2}\right)^2}$$

Région II - Zone 3

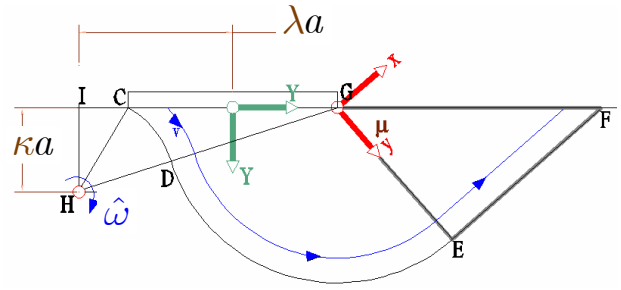


Figure 2.IV.8 – Zone 3 de la région II

(2.IV.7) $$\mathcal{P}_{(\mathrm{e})}^{II-3}\left(F_{\mathrm{h}}\right)=2F_{\mathrm{h}}\hat{\omega}\sin\mu\tan\mu\int_{0}^{c}\left(R\frac{\left(R-\rho\right)^{2}}{2}-\frac{\left(R-\rho\right)^{3}}{3}\right)\mathrm{d}z$$

$$R(z)=\sqrt{(\kappa a)^{2}+\left(\lambda a+\sqrt{a^{2}-z^{2}}\right)^{2}}$$

$$\rho=\sqrt{(\kappa a)^{2}+\left(\lambda a-\sqrt{a^{2}-z^{2}}\right)^{2}}$$

2.IV.4.1.2 Puissance résistante maximale

Région I – Zone1

(2.IV.8) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-1}^{volume}\left(C_{0}\right)=0$$

(2.IV.9) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-1}^{volume}\left(G\right)=0$$

(2.IV.10) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-1}^{interface}\left(C_{0}\right)=2C_{0}\hat{\omega}(\kappa a)^{2}\left(\frac{\pi}{2}c-\int_{0}^{c}\tan^{-1}\left(\frac{\kappa a}{\lambda a+\sqrt{a^{2}-z^{2}}}\right)\mathrm{d}z\right)$$

(2.IV.11) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-1}^{interface}\left(G\right)=2G\hat{\omega}(\kappa a)^{3}\int_{0}^{c}\left[x+\cos x\right]_{\alpha(z)}^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}z$$

Région I – Zone 2

(2.IV.12) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-2}^{volume}=2\int_{0}^{c}\int_{0}^{R_{I-2}(z)-\kappa a}\int_{\mu}^{\pi-\alpha(z)}\pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right)y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$$

$$\pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right)=4\left(C_{0}+Gy\sin x\right)\sqrt{\frac{p}{3}}\cos\left(\frac{1}{3}\arccos\frac{3\sqrt{3}\left|q\right|}{2\sqrt{p^{3}}}\right)$$

$$q=2\hat{d}_{xy}\hat{d}_{zx}\hat{d}_{yz}$$

$$p=\hat{d}_{xy}^{2}+\hat{d}_{yz}^{2}+\hat{d}_{zx}^{2}$$

$$\begin{cases}\hat{d}_{xy}=\hat{\omega}\dfrac{R_{I-2}(z)}{2y}\\ \hat{d}_{yz}=\dfrac{\hat{\omega}\left(R_{I-2}(z)-y\right)}{2y}\left(\dfrac{z\sin x}{\sqrt{a^{2}-z^{2}}}\right)\\ \hat{d}_{xz}=-\dfrac{\hat{\omega}}{2}\left[\dfrac{z}{\sqrt{a^{2}-z^{2}}}\left(\dfrac{\lambda a+\sqrt{a^{2}-z^{2}}}{R_{I-2}(z)}+\cos x\right)\right]\end{cases}$$

$$R_{I\text{-}2}(z)=\sqrt{\left(\lambda a+\sqrt{a^{2}-z^{2}}\right)^{2}+(\kappa a)^{2}}$$

$$\alpha(z)=\tan^{-1}\left(\frac{\kappa a}{\lambda a+\sqrt{a^{2}-z^{2}}}\right)$$

(2.IV.13) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-2}^{interface}\left(C_0\right)=2C_0\hat{\omega}\kappa a\int_0^c\int_\mu^{\pi-\alpha(z)}\left[R(z)\sqrt{\frac{a^2+z^2\left(b^2-1\right)}{\left(a^2-z^2\right)}}\right]\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

(2.IV.14) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-2}^{interface}\left(G\right)=2G\hat{\omega}\kappa a\int_0^c\int_\mu^{\pi-\alpha(z)}\left[R(z)\right]^2\left(\sin x\right)\left[\sqrt{\frac{a^2+z^2\left(b^2-1\right)}{\left(a^2-z^2\right)}}\right]\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

$$b=\frac{\left(\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}\right)}{R_{I-2}(z)}+\cos x$$

$$R(Z)=R_{I-2}(Z)-\kappa a$$

$$R_{I\text{-}2}(z)=\sqrt{\left(\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}\right)^2+(\kappa a)^2}$$

Région I – Zone 3

(2.IV.15) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-3}^{volume}\left(C_0\right)=C_0\hat{\omega}\tan\mu\int_0^c\left[\left(R_{I-2}(z)-\kappa a\right)^2\sqrt{1+\left[\frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}\left(-\frac{\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}}{R_{I-2}(z)}+\cos\mu\right)\right]^2}\right]\mathrm{d}z$$

(2.IV.16) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-3}^{volume}\left(G\right)=\frac{G\hat{\omega}\sin^2\mu}{3\cos\mu}\int_0^c\left[R_{I-2}(z)-\kappa a(z)\right]^3\sqrt{1+\left[\frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}\left(-\frac{\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}}{R_{I-2}(z)}+\cos\mu\right)\right]^2}\,\mathrm{d}z$$

(2.IV.17) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-3}^{interface}\left(C_0\right)=2C_0\hat{\omega}\kappa a\tan\mu\int_0^c\left[\left[R_{I-2}(z)-\kappa a(z)\right]\sqrt{1+\left(\frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}\left(\frac{\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}}{R_{I-2}(z)}\right)\right)^2}\right]\mathrm{d}z$$

(2.IV.18) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-3}^{interface}\left(G\right)=G\hat{\omega}\kappa a\frac{\sin^2\mu}{\cos\mu}\int_0^c\left[R_{I-2}(z)-\kappa a(z)\right]^2\sqrt{1+\left(\frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}\left(\frac{\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}}{R_{I-2}(z)}\right)\right)^2}\,\mathrm{d}z$$

$$R_{I\text{-}2}(z)=\sqrt{\left(\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}\right)^2+(\kappa a)^2}$$

Région II – Zone 1

(2.IV.19) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-1}^{interface}\left(C_0\right)=2C_0\hat{\omega}\int_c^a\int_{\alpha_1(z)}^{\alpha_2(z)}\left(R(z)\right)^2\sqrt{\frac{a^2+z^2\left(b^2-1\right)}{a^2-z^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

(2.IV.20) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-1}^{interface}\left(G\right)=2G\hat{\omega}\int_c^a\int_{\alpha_1(z)}^{\alpha_2(z)}\left(R(z)\right)^2\left(\kappa a-R(z)\sin x\right)\sqrt{\frac{a^2+z^2\left(b^2-1\right)}{a^2-z^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

$$b=\frac{\left(\lambda a-\sqrt{a^2-z^2}\right)}{R(z)}$$

$$R(z) = \left(\sqrt{\left(\lambda a - \sqrt{a^2 - z^2}\right)^2 + (\kappa a)^2}\right)$$

$$\alpha_1(z) = \tan^{-1}\left(\frac{\kappa a}{\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}}\right)$$

$$\alpha_2(z) = \tan^{-1}\left(\frac{\kappa a}{\lambda a - \sqrt{a^2 - z^2}}\right)$$

Région II – Zone 2

(2.IV.21) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-2}^{volume} = 2\int_c^a \int_0^{R_{II-2}(z)-R_{II-1}(z)} \int_\mu^{\pi-\alpha(z)} \pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right) y \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$$

(2.IV.22) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-2}^{interface}\left(C_0\right) = 2C_0\hat{\omega}\int_c^a \int_\mu^{\pi-\alpha(z)} R(z)\,R_{II-1}(z)\left[\sqrt{\frac{a^2 + z^2\left(b^2 - 1\right)}{\left(a^2 - z^2\right)}}\right]\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

(2.IV.23) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-2}^{interface}\left(G\right) = 2G\hat{\omega}\int_c^a \int_\mu^{\pi-\alpha(z)} R^2(z)\sin x R_{II-1}(z)\left[\sqrt{\frac{a^2 + z^2\left(b^2 - 1\right)}{\left(a^2 - z^2\right)}}\right]\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

$$\pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right) = 4\left(C_0 + Gy\sin x\right)\sqrt{\frac{p}{3}}\cos\left(\frac{1}{3}\arccos\frac{3\sqrt{3}\,|q|}{2\sqrt{p^3}}\right)$$

$$q = 2d_{xy}d_{zx}d_{yz}$$

$$p = d_{xy}^2 + d_{yz}^2 + d_{zx}^2$$

$$\hat{d}_{xy} = \hat{\omega}\frac{R_{II-2}(z)}{2y}$$

$$\hat{d}_{yz} = \frac{\hat{\omega}\left(R_{II-2}(z) - y\right)}{2y}\left(\frac{z\sin x}{\sqrt{a^2 - z^2}}\right)$$

$$\hat{d}_{xz} = -\frac{\hat{\omega}}{2}\left(\frac{z}{\sqrt{a^2 - z^2}}\left(\frac{\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}}{R_{II-2}(z)} + \cos x\right)\right)$$

$$b = \left(\frac{\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}}{R_{II-2}(Z)} + \frac{\lambda a - \sqrt{a^2 - z^2}}{R_{II-1}(Z)} + \cos x\right)$$

$$R(Z) = R_{II-2}(Z) - R_{II-1}(Z)$$

$$R_{II-1}(z) = \sqrt{\left(\lambda a - \sqrt{a^2 - z^2}\right)^2 + (\kappa a)^2}$$

$$R_{II-2}(z) = \sqrt{\left(\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}\right)^2 + (\kappa a)^2}$$

Région II – Zone 3

(2.IV.24) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-3}^{volume}\left(C_0\right)=C_0\hat{\omega}\tan\mu\int_c^a\left[\left(R_{II-2}(z)-R_{II-1}(z)\right)^2\sqrt{1+\left[\frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}\left(-\frac{\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}}{R_{II-2}(z)}+\cos\mu\right)\right]^2}\right]\mathrm{d}z$$

(2.IV.25) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-3}^{volume}(G)=\frac{G\omega\sin^2\mu}{3\cos\mu}\int_0^c\left[R_{II-2}-R_{II-1}\right]^3\sqrt{1+\left[\frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}\left(-\frac{\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}}{R_{II-2}(z)}+\cos\mu\right)\right]^2}\,\mathrm{d}z$$

(2.IV.26) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-3}^{interface}\left(C_0\right)=2C_0\hat{\omega}\tan\mu\int_c^a\left(R_{II-1}(z)\right)\sqrt{1+A^2}\left(R_{II-2}(z)-R_{II-1}(z)\right)\mathrm{d}z$$

(2.IV.27) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-3}^{interface}(G)=G\hat{\omega}\frac{\sin^2\mu}{\cos\mu}\int_c^a\left(R_{II-1}(z)\right)\sqrt{1+A^2}\left(R_{II-2}(z)-R_{II-1}(z)\right)^2\mathrm{d}z$$

$$A=-\frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}\left(\frac{\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}}{R_{II-2}(Z)}+\frac{\lambda a-\sqrt{a^2-z^2}}{R_{II-1}(Z)}\right)$$

$$R_{II-2}(z)=\sqrt{\left(\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}\right)^2+(\kappa a)^2}$$

$$R_{II-1}(z)=\sqrt{\left(\lambda a-\sqrt{a^2-z^2}\right)^2+(\kappa a)^2}$$

Région I – Puissance due au décollement

- *Matériau avec résistance à la traction*

(2.IV.28) $$P_{\mathrm{rm},I}^{decoll}=C_0\hat{\omega}\kappa a^3\left[\cos^{-1}(\lambda)-\lambda^2\tan\left[\cos^{-1}(\lambda)\right]\right]$$

- *Matériau sans résistance à la traction*

(2.IV.29) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I}^{decoll}=2C_0\hat{\omega}\int_0^c\left(\left[-\frac{t^2}{2}+\frac{t}{2}\sqrt{(\kappa a)^2+t^2}+\frac{(\kappa a)^2}{2}\ln\left(t+\sqrt{(\kappa a)^2+t^2}\right)\right]_0^{\sqrt{a^2-z^2}-\lambda a}\right)\mathrm{d}z$$

2.IV.4.2 Configuration B

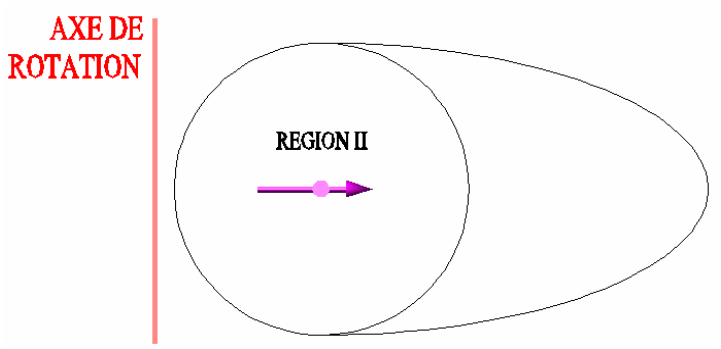


Figure 2.IV.9 – Géométrie de la configuration B du mécanisme de rotation avec cisaillement

2.IV.4.2.1 Puissance des efforts extérieurs

2.IV.4.2.1.1 Forces sur la semelle

$$\mathcal{P}_{(e)}(N,V,M) = \left[(N\lambda a) + (V\kappa a) + M\right]\hat{\omega}$$

2.IV.4.2.1.2 Forces d'inertie au volume du sol

Région II - Zone 1

(2.IV.30)
$$\mathcal{P}_{(e)}^{II-1}(F_h) = A - B$$

$$A = \frac{4}{3}F_h\hat{\omega}(\kappa a)^2\int_c^a\left(\sqrt{a^2-z^2}\right)\mathrm{d}z$$

$$B = \frac{2}{3}F_h\hat{\omega}\int_c^a \rho^3\left[\cos\alpha_1(z) - \cos\alpha_2(z)\right]\mathrm{d}z$$

$$\alpha_1(z) = \tan^{-1}\left(\frac{\kappa a}{\lambda a + \sqrt{a^2-z^2}}\right)$$

$$\alpha_2(z) = \tan^{-1}\left(\frac{\kappa a}{\lambda a - \sqrt{a^2-z^2}}\right)$$

$$\rho = \sqrt{(\kappa a)^2 + \left(\lambda a - \sqrt{a^2-z^2}\right)^2}$$

Région II - Zone 2

(2.IV.31)
$$\mathcal{P}_{(e)}^{II-2}(F_h) = 2F_h\int_c^a(\cos\alpha(z) - \cos\mu)\left(R(z)\frac{(R-\rho)^2}{2} - \frac{(R-\rho)^3}{3}\right)\mathrm{d}z$$

$$R(z) = \sqrt{(\kappa a)^2 + \left(\lambda a + \sqrt{a^2-z^2}\right)^2}$$

$$\rho = \sqrt{(\kappa a)^2 + \left(\lambda a - \sqrt{a^2-z^2}\right)^2}$$

Région II - Zone 3

(2.IV.32) $$\mathcal{P}_{(\mathrm{e})}^{II-3}\left(F_{\mathrm{h}}\right)=2F_{\mathrm{h}}\hat{\omega}\sin\mu\tan\mu\int_{0}^{c}\left(R\frac{\left(R-\rho\right)^{2}}{2}-\frac{\left(R-\rho\right)^{3}}{3}\right)\mathrm{d}z$$

$$R(z)=\sqrt{(\kappa a)^{2}+\left(\lambda a+\sqrt{a^{2}-z^{2}}\right)^{2}}$$

$$\rho=\sqrt{(\kappa a)^{2}+\left(\lambda a-\sqrt{a^{2}-z^{2}}\right)^{2}}$$

2.IV.4.2.2 Puissance résistante maximale

Région II – Zone 1

(2.IV.33) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-1}^{interface}\left(C_{0}\right)=2C_{0}\hat{\omega}\int_{c}^{a}\int_{\alpha_{1}(z)}^{\alpha_{2}(z)}\left(R(z)\right)^{2}\sqrt{\frac{a^{2}+z^{2}\left(b^{2}-1\right)}{a^{2}-z^{2}}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

(2.IV.34) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-1}^{interface}\left(G\right)=2G\hat{\omega}\int_{c}^{a}\int_{\alpha_{1}(z)}^{\alpha_{2}(z)}\left(R(z)\right)^{2}\left(\kappa a-R(z)\sin x\right)\sqrt{\frac{a^{2}+z^{2}\left(b^{2}-1\right)}{a^{2}-z^{2}}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

$$R(z)=\left(\sqrt{\left(\lambda a-\sqrt{a^{2}-z^{2}}\right)^{2}+(\kappa a)^{2}}\right)$$

$$b=\frac{\left(\lambda a-\sqrt{a^{2}-z^{2}}\right)}{R(z)}$$

$$\alpha_{1}(z)=\tan^{-1}\left(\frac{\kappa a}{\lambda a+\sqrt{a^{2}-z^{2}}}\right)$$

$$\alpha_{2}(z)=\tan^{-1}\left(\frac{\kappa a}{\lambda a-\sqrt{a^{2}-z^{2}}}\right)$$

Région II – Zone 2

(2.IV.35) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-2}^{volume}=2\int_{c}^{a}\int_{0}^{R_{II-2}(z)-R_{II-1}(z)}\int_{\mu}^{\pi-\alpha(z)}\pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right)y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$$

(2.IV.36) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-2}^{interface}\left(C_{0}\right)=2C_{0}\hat{\omega}\int_{c}^{a}\int_{\mu}^{\pi-\alpha(z)}R(z)\,R_{II-1}(z)\left[\sqrt{\frac{a^{2}+z^{2}\left(b^{2}-1\right)}{\left(a^{2}-z^{2}\right)}}\right]\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

(2.IV.37) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-2}^{interface}\left(G\right)=2G\hat{\omega}\int_{c}^{a}\int_{\mu}^{\pi-\alpha(z)}R^{2}(z)\sin x R_{II-1}(z)\left[\sqrt{\frac{a^{2}+z^{2}\left(b^{2}-1\right)}{\left(a^{2}-z^{2}\right)}}\right]\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

$$\pi\left(\hat{\underline{\underline{d}}}\right) = 4\left(C_0 + Gy\sin x\right)\sqrt{\frac{p}{3}}\cos\left(\frac{1}{3}\arccos\frac{3\sqrt{3}\,|q|}{2\sqrt{p^3}}\right)$$

$$q = 2\hat{d}_{xy}\hat{d}_{zx}\hat{d}_{yz}$$

$$p = \hat{d}_{xy}^2 + \hat{d}_{yz}^2 + \hat{d}_{zx}^2$$

$$\hat{d}_{xy} = \hat{\omega}\frac{R_{II-2}(z)}{2y}$$

$$\hat{d}_{yz} = \frac{\hat{\omega}\left(R_{II-2}(z) - y\right)}{2y}\left(\frac{z\sin x}{\sqrt{a^2 - z^2}}\right)$$

$$\hat{d}_{xz} = -\frac{\hat{\omega}}{2}\left(\frac{z}{\sqrt{a^2 - z^2}}\left(\frac{\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}}{R_{II-2}(z)} + \cos x\right)\right)$$

$$b = \left(\frac{\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}}{R_{II-2}(Z)} + \frac{\lambda a - \sqrt{a^2 - z^2}}{R_{II-1}(Z)} + \cos x\right)$$

$$R(Z) = R_{II-2}(Z) - R_{II-1}(Z)$$

$$R_{II-1}(z) = \sqrt{\left(\lambda a - \sqrt{a^2 - z^2}\right)^2 + (\kappa a)^2}$$

$$R_{II-2}(z) = \sqrt{\left(\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}\right)^2 + (\kappa a)^2}$$

Région II – Zone 3

(2.IV.38) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-3}^{volume}\left(C_0\right) = C_0\hat{\omega}\tan\mu\int_c^a\left[\left(R_{II-2}(z) - R_{II-1}(z)\right)^2\sqrt{1 + \left[\frac{z}{\sqrt{a^2 - z^2}}\left(-\frac{\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}}{R_{II-2}(z)} + \cos\mu\right)\right]^2}\right]\mathrm{d}z$$

(2.IV.39) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-3}^{volume}(G) = \frac{G\hat{\omega}\sin^2\mu}{3\cos\mu}\int_0^c\left[R_{II-2} - R_{II-1}\right]^3\sqrt{1 + \left[\frac{z}{\sqrt{a^2 - z^2}}\left(-\frac{\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}}{R_{II-2}(z)} + \cos\mu\right)\right]^2}\,\mathrm{d}z$$

(2.IV.40) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-3}^{interface}\left(C_0\right) = 2C_0\hat{\omega}\tan\mu\int_c^a\left(R_{II-1}(z)\right)\sqrt{1 + A^2}\left(R_{II-2}(z) - R_{II-1}(z)\right)\mathrm{d}z$$

(2.IV.41) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},II-3}^{interface}(G) = G\hat{\omega}\frac{\sin^2\mu}{\cos\mu}\int_c^a\left(R_{II-1}(z)\right)\sqrt{1 + A^2}\left(R_{II-2}(z) - R_{II-1}(z)\right)^2\mathrm{d}z$$

$$A = -\frac{z}{\sqrt{a^2 - z^2}}\left(\frac{\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}}{R_{II-2}(Z)} + \frac{\lambda a - \sqrt{a^2 - z^2}}{R_{II-1}(Z)}\right)$$

$$R_{II-2}(z) = \sqrt{\left(\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}\right)^2 + (\kappa a)^2}$$

$$R_{II-1}(z) = \sqrt{\left(\lambda a - \sqrt{a^2 - z^2}\right)^2 + (\kappa a)^2}$$

2.IV.4.3 Configuration C

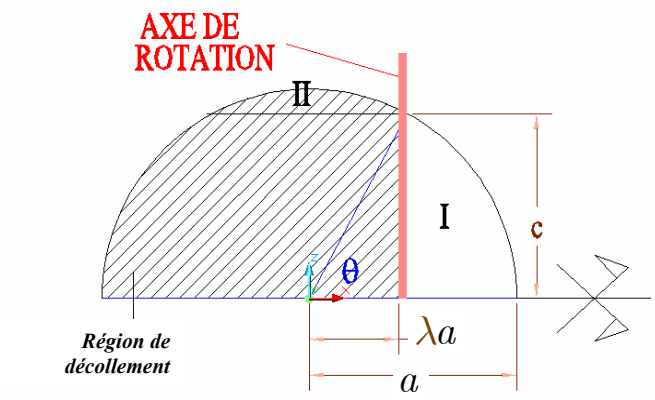


Figure 2. IV.10 – Géométrie de la Configuration C du mécanisme de rotation avec cisaillement

$$c = a\sqrt{1 - \lambda^2}$$

$$\alpha(z) = \tan^{-1}\left(\frac{\kappa a}{\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}}\right)$$

2.IV.4.3.1 Puissance des efforts extérieurs

2.IV.4.3.1.1 Forces sur la semelle

$$\mathcal{P}_{(e)}(N, V, M) = \left[(N\lambda a) + (V\kappa a) + M\right]\hat{\omega}$$

2.IV.4.3.1.2 Forces d'inertie au volume du sol

Région I - Zone 1

(2.IV.42) $$\mathcal{P}_{(e)}^{I-1}(F_h) = A - B$$

$$A = \frac{2}{3} F_h \hat{\omega} (\kappa a)^2 \int_0^c \left(\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}\right) \mathrm{d}z$$

$$B = \frac{2}{3} F_h \hat{\omega} (\kappa a)^3 \int_0^c \cos\alpha(z)\, \mathrm{d}z$$

Région I - Zone 2

(2.IV.43) $$\mathcal{P}_{(e)}^{I-2}(F_h) = 2F_h \int_0^c (\cos\alpha(z) - \cos\mu)\left(R(z)\frac{r^2(z)}{2} - \frac{r^3(z)}{3}\right)\mathrm{d}z$$

$$R(z) = \sqrt{(\kappa a)^2 + \left(\lambda a + \sqrt{a^2 - z^2}\right)^2}$$

$$r(z) = R(z) - \kappa a$$

Région I - Zone 3

(2.IV.44) $$\mathcal{P}_{(\mathrm{e})}^{I-3}\left(F_{\mathrm{h}}\right)=2F_{\mathrm{h}}\hat{\omega}\sin\mu\tan\mu\int_{0}^{c}\left(R(z)\frac{r^{2}(z)}{2}-\frac{r^{3}(z)}{3}\right)\mathrm{d}z$$

$$R(z)=\sqrt{(\kappa a)^{2}+\left(\lambda a+\sqrt{a^{2}-z^{2}}\right)^{2}}$$

$$r(z)=R(z)-\kappa a$$

2.IV.4.3.2 Puissance résistante maximale

Région I – Zone1

(2.IV.45) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-1}^{interface}\left(C_{0}\right)=2C_{0}\hat{\omega}(\kappa a)^{2}\left(\frac{\pi}{2}c-\int_{0}^{c}\tan^{-1}\left(\frac{\kappa a}{\lambda a+\sqrt{a^{2}-z^{2}}}\right)\mathrm{d}z\right)$$

(2.IV.46) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-1}^{interface}\left(G\right)=2G\hat{\omega}(\kappa a)^{3}\int_{0}^{c}\left[x+\cos x\right]_{\alpha(z)}^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}z$$

Région I – Zone 2

(2.IV.47) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-2}^{volume}=2\int_{0}^{c}\int_{0}^{R_{I-2}(z)-\kappa a}\int_{\mu}^{\pi-\alpha(z)}\pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right)y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$$

$$\pi\left(\underline{\underline{\hat{d}}}\right)=4\left(C_{0}+Gy\sin x\right)\sqrt{\frac{p}{3}}\cos\left(\frac{1}{3}\arccos\frac{3\sqrt{3}\,|q|}{2\sqrt{p^{3}}}\right)$$

$$q=2\hat{d}_{xy}\hat{d}_{zx}\hat{d}_{yz}$$

$$p=\hat{d}_{xy}^{2}+\hat{d}_{yz}^{2}+\hat{d}_{zx}^{2}$$

$$\begin{cases}\hat{d}_{xy}=\hat{\omega}\dfrac{R_{I-2}(z)}{2y}\\ \hat{d}_{yz}=\dfrac{\hat{\omega}\left(R_{I-2}(z)-y\right)}{2y}\left(\dfrac{z\sin x}{\sqrt{a^{2}-z^{2}}}\right)\\ \hat{d}_{xz}=-\dfrac{\hat{\omega}}{2}\left[\dfrac{z}{\sqrt{a^{2}-z^{2}}}\left(\dfrac{\lambda a+\sqrt{a^{2}-z^{2}}}{R_{I-2}(z)}+\cos x\right)\right]\end{cases}$$

$$R_{I\text{-}2}(z)=\sqrt{\left(\lambda a+\sqrt{a^{2}-z^{2}}\right)^{2}+(\kappa a)^{2}}$$

(2.IV.48) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-2}^{interface}\left(C_{0}\right)=2C_{0}\hat{\omega}\kappa\alpha\int_{0}^{c}\int_{\mu}^{\pi-\alpha(z)}\left[R(z)\sqrt{\frac{a^{2}+z^{2}\left(b^{2}-1\right)}{\left(a^{2}-z^{2}\right)}}\right]\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

(2.IV.49) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-2}^{interface}(G) = 2G\hat{\omega}\kappa\alpha\int_0^c\int_\mu^{\pi-\alpha(z)}\left[R(z)\right]^2(\sin x)\left[\sqrt{\frac{a^2+z^2\left(b^2-1\right)}{\left(a^2-z^2\right)}}\right]\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

$$b = \frac{\left(\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}\right)}{R_{I-2}(z)} + \cos x$$

$$R(Z) = R_{I-2}(Z) - \kappa a$$

$$R_{I\text{-}2}(z) = \sqrt{\left(\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}\right)^2 + (\kappa a)^2}$$

Région I – Zone 3

(2.IV.50) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-3}^{volume}\left(C_0\right) = C_0\hat{\omega}\tan\mu\int_0^c\left[\left(R_{I-2}(z)-\kappa a\right)^2\sqrt{1+\left[\frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}\left(-\frac{\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}}{R_{I-2}(z)}+\cos\mu\right)\right]^2}\right]\mathrm{d}z$$

(2.IV.51) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-3}^{volume}(G) = \frac{G\hat{\omega}\sin^2\mu}{3\cos\mu}\int_0^c\left[R_{I-2}(z)-\kappa a(z)\right]^3\sqrt{1+\left[\frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}\left(-\frac{\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}}{R_{I-2}(z)}+\cos\mu\right)\right]^2}\,\mathrm{d}z$$

(2.IV.52) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-3}^{interface}\left(C_0\right) = 2C_0\hat{\omega}\kappa a\tan\mu\int_0^c\left[\left[R_{I-2}(z)-\kappa a(z)\right]\sqrt{1+\left(\frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}\left(\frac{\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}}{R_{I-2}(z)}\right)\right)^2}\right]\mathrm{d}z$$

(2.IV.53) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I-3}^{interface}(G) = G\hat{\omega}\kappa a\frac{\sin^2\mu}{\cos\mu}\int_0^c\left[R_{I-2}(z)-\kappa a(z)\right]^2\sqrt{1+\left(\frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}\left(\frac{\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}}{R_{I-2}(z)}\right)\right)^2}\,\mathrm{d}z$$

$$R_{I\text{-}2}(z) = \sqrt{\left(\lambda a+\sqrt{a^2-z^2}\right)^2 + (\kappa a)^2}$$

Puissance due au décollement

- *Matériau avec résistance à la traction*

(2.IV.54) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm}}^{decoll} = C_0a^3\hat{\omega}\kappa\left[\pi-\cos^{-1}\left(|\lambda|\right)+\lambda^2\tan\left(\cos^{-1}\left(|\lambda|\right)\right)\right]$$

- *Matériau sans résistance à la traction*

Région I

(2.IV.55) $$\mathcal{P}_{\mathrm{rm},I}^{decoll} = 2C_0\hat{\omega}\int_0^c\left(\left[-\frac{t^2}{2}+\frac{t}{2}\sqrt{(\kappa a)^2+t^2}+\frac{(\kappa a)^2}{2}\ln\left(t+\sqrt{(\kappa a)^2+t^2}\right)\right]_0^{\sqrt{a^2-z^2}+|\lambda|a}\right)\mathrm{d}z$$

Région II

(2.IV.56) $$P_{\mathrm{rm},II}^{decoll} = 2C_0\hat{\omega}\int_c^a\left(\left[-\frac{t^2}{2}+\frac{t}{2}\sqrt{(\kappa a)^2+t^2}+\frac{(\kappa a)^2}{2}\ln\left(t+\sqrt{(\kappa a)^2+t^2}\right)\right]_{|\lambda|a-\sqrt{a^2-z^2}}^{|\lambda|a+\sqrt{a^2-z^2}}\right)\mathrm{d}z$$

2.V ANNEXE : Les solutions de Salençon & Matar (1982)

Salençon & Matar (1982) ont présenté des solutions *exactes* pour la capacité portante d'une semelle filante et d'une semelle circulaire soumise à une force verticale *centré*. Ils ont utilisé la méthode des caractéristiques et ils étaient capables de construire un champ de contraintes statiquement admissible *complet* (équilibre et conditions aux limites satisfaites *partout* dans le domaine du problème) ainsi que le champ de vitesses cinématiquement admissible qui lui correspond. Les configurations examinées comportent les éléments suivants :

a. La cohésion du sol à la surface C_0.

b. Le gradient vertical de cohésion G.

c. L'angle du frottement du sol ϕ.

d. L'épaisseur de la couche de sol de fondation notée par H.

e. Une surcharge verticale à la surface du sol q.

La capacité portante d'une semelle filante est donnée par l'expression suivante :

(2.V.1) $$q_{\mathrm{u}} = q + \mu_c C_0 \left(N_c' + \frac{1}{4} \frac{GD}{C_0} \right)$$

Similairement, pour une semelle circulaire :

(2.V.2) $$q_{\mathrm{u}}^{\circ} = q + \nu (q_{\mathrm{u}} - q)$$

Dans les équations précédentes, D désigne la largeur de la semelle filante ou le diamètre de la semelle circulaire.

On va se concentrer ici au cas $\phi = 0^\circ$ qui correspond à sols purement cohérents. Pour l'application des équations (2.V.1) et (2.V.2), il est nécessaire d'évaluer les quantités N_c', μ_c et ν.

La quantité N_c' est fonction du rapport D/H. Elle est donnée par le diagramme de la Figure 2.V.1. Cette quantité correspond au coefficient de capacité portante dû à la cohésion du sol à la surface C_0.

La quantité μ_c est fonction du rapport D/H et du rapport GD/C_0. Elle est donnée au moyen du diagramme sur la Figure 2.V.2. Ce paramètre exprime l'augmentation de la capacité portante due à la présence d'un gradient vertical de cohésion G non nul.

Finalement, la quantité ν est aussi fonction des D/H et GD/C_0. Ce paramètre correspond au coefficient de forme pour une semelle circulaire. Sa valeur est donnée au moyer de diagramme sur la Figure 2.V.3.

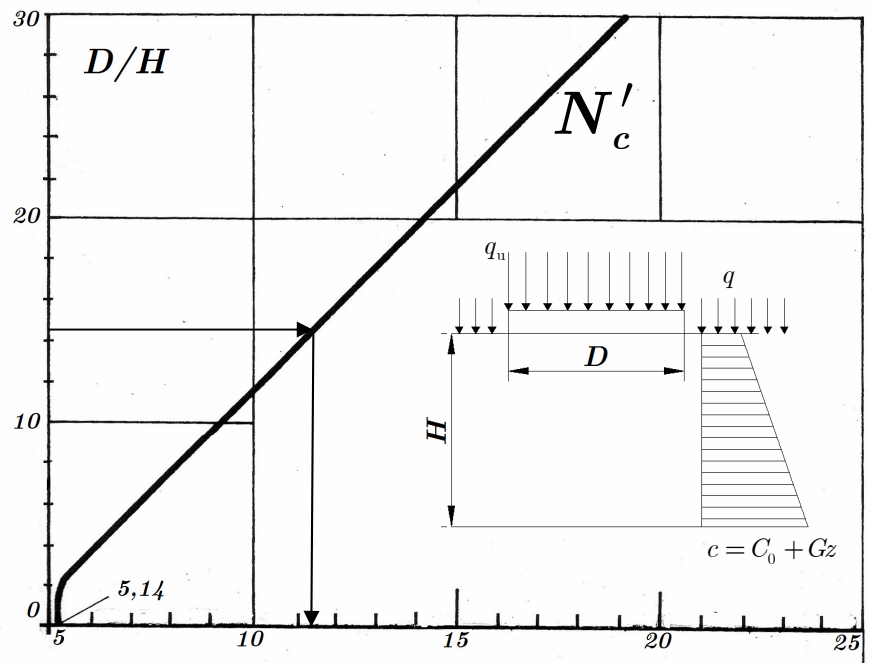


Figure 2.V.1. – Évaluation du paramètre N'_c comme fonction du rapport D / H selon les solutions par Salençon & Matar (1982).

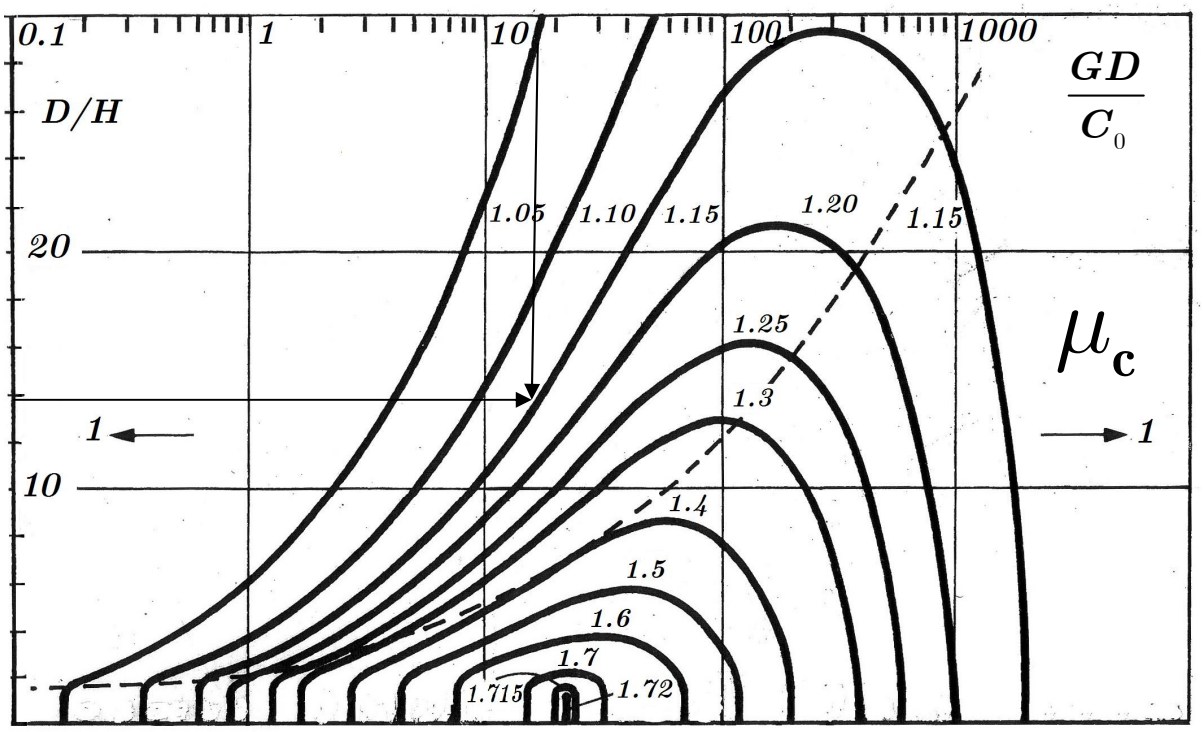


Figure 2.V.2. – Évaluation du paramètre μ_c comme fonction des rapports D / H et GD / C_0 selon les solutions par Salençon & Matar (1982).

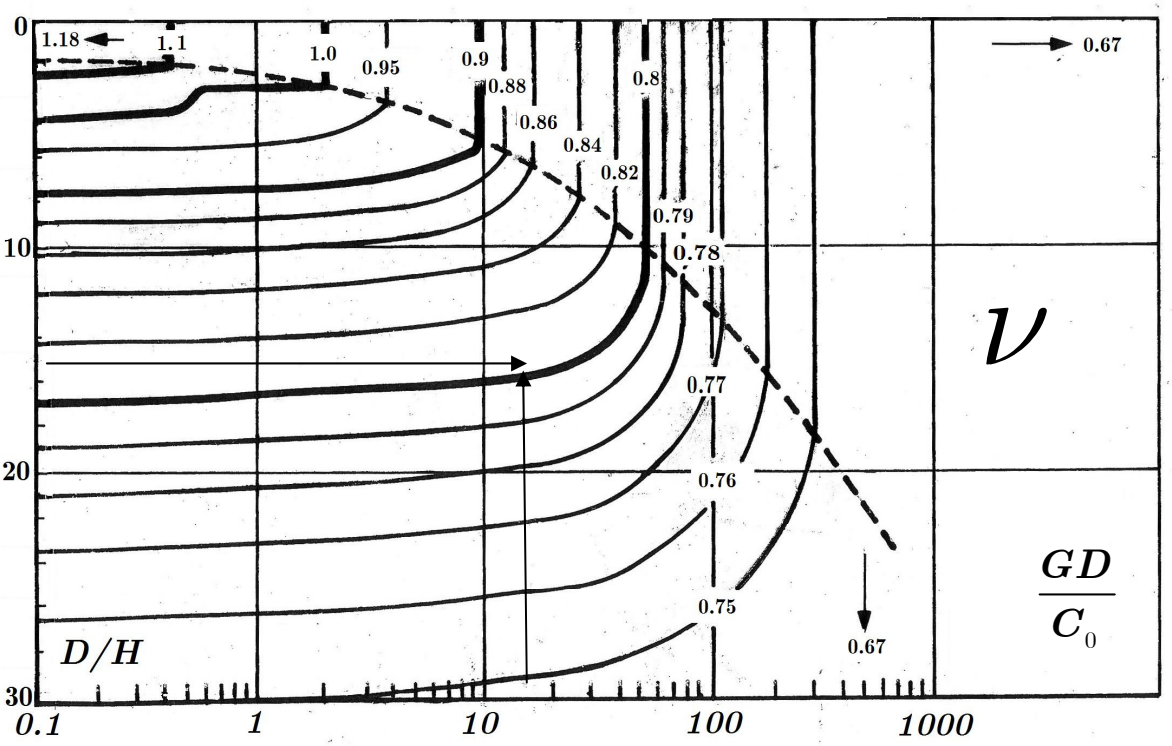


Figure 2.V.3. Évaluation du paramètre ν comme fonction des rapports D/H et GD/C_0 selon les solutions par Salençon & Matar (1982).

Résumé

L'objectif de cette thèse est de contribuer à l'étude du comportement sismique des fondations superficielles et d'offrir de nouveaux outils pour le traitement de problèmes pertinents, orientés vers la nouvelle philosophie de conception parasismique des structures : la conception basée sur la performance (« performance-based design »). On a travaillé suivant quatre axes d'approche sur la problématique de la thèse :

a. *Reconnaissance des caractéristiques principales du problème par l'examen de ruptures sismiques de structures réelles.* Cet effort a abouti à la création d'une base de données d'environ 200 structures qui ont subi une rupture par perte de capacité portante au niveau de la fondation.

b. *Approche théorique pour la détermination de la capacité portante sismique d'un système de fondation.* On a traité le problème de la capacité portante sismique d'une semelle circulaire sur un sol purement cohérent hétérogène par l'approche cinématique du Calcul à la Rupture. Les solutions établies nous ont permis de proposer une modification/extension des procédures de conception existantes qui sont incorporées dans les normes de conception parasismique européennes (Eurocode 8).

c. *Approche expérimentale pour la validation de la solution théorique établie.* Une collaboration avec le LCPC – Centre de Nantes a abouti à la planification des trois séances d'essais en centrifugeuse. Les deux premières séances sont incluses dans la thèse et portent sur la détermination de la capacité portante d'une semelle circulaire sur sol cohérent sous chargement quasi-statique.

d. *Développement d'un outil intégré permettant la mise en œuvre d'analyses dynamiques efficaces pour la prise en compte de l'interaction sol-structure non-linéaire au niveau de la fondation.* On a développé un nouveau modèle de macroélément pour le système sol-fondation. Le macroélément est utilisé comme élément de liaison à la base de la superstructure et reproduit les effets non-linéaires qui ont lieu au niveau de la fondation lors d'une sollicitation sismique. Le modèle proposé comporte deux mécanismes en couplage : la plastification du sol et le décollement qui peut se produire sur l'interface sol-structure. L'objectif de cet outil est de permettre d'effectuer de manière efficace un grand nombre d'analyses de structures dynamiques non-linéaires.

L'objectif ultérieur de nos développements est d'enrichir les normes de conception parasismique actuelles et de les orienter vers une philosophie de conception basée sur la performance des structures lors d'un séisme.

Abstract

The objective of the current thesis is to contribute to the study of shallow foundations under seismic excitation and to offer new tools for the treatment of related problems in engineering practice, with a particular focus on performance-based design. The undertaken research was organized following four axes of approach:

a. *Identification of the main characteristics of the problem by examining real foundation seismic failure.* This effort led to the creation of a database of approximately 200 structures of all types that suffered a seismic failure at the foundation level.

b. *Theoretical approach for the determination of the seismic bearing capacity of shallow foundations.* The problem of a circular footing on a heterogeneous purely cohesive soil was treated with the kinematic approach of the Yield Design theory. The established solutions suggest a significant extension of the design procedures incorporated in the European earthquake-resistant design norms by introducing three-dimensional footing geometry and soil heterogeneity.

c. *Experimental approach for the validation of the established theoretical results.* A project with the French Central Laboratory of Bridges and Highways (*Laboratoire Central des Ponts et Chaussées*) was undertaken, focusing on the determination of the bearing capacity of the configuration treated in the theoretical approach through centrifuge tests.

d. *Development of a tool for efficient non-linear dynamic soil-structure interaction analyses.* A new macroelement model has been developed comprising two coupled non-linear mechanisms: the irreversible soil behaviour via a bounding surface hypoplastic model and the uplift that may take place in the soil-foundation interface via a phenomenological non-linear elastic model.

The perspective of these contributions is to enrich the existing design norms by orienting them towards the promising performance-based design philosophy.